

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра інформаційних технологій

Стрелковська І.В., Йона Л.Г., Григор'єва Т.І.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів

Одеса 2024

Затверджено Вченою Радою Міжнародного гуманітарного університету
(протокол №13 від 16.08.2024 р.).

Стрелковська І.В., Йона Л.Г., Григор'єва Т.І.

Математичні методи в наукових дослідженнях: методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів [Електронне видання]. / Стрелковська І.В., Йона Л.Г., Григор'єва Т.І. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. Одеса, 2024. – 31 с.

Методичні рекомендації з курсу «Математичні методи в наукових дослідженнях» розроблено відповідно до навчального плану, вони складаються з навчальної програми курсу, методичних рекомендацій з проведення практичних занять і завдань для самостійної роботи здобувачів, списку рекомендованої літератури. Матеріали призначено для студентів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук Міжнародного гуманітарного університету, які в магістратурі вивчають галузь знань - «Інформаційні технології», спеціальність – 125 «Кібербезпека та захист інформації».

Вивчення дисципліни «Математичні методи в наукових дослідженнях» сприятиме залученню здобувачів до науково-дослідницької діяльності та підготовки ними публікацій, кваліфікаційних й інших наукових робіт.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 6 Загальна кількість годин – 180	Галузь - 12 «Інформаційні технології» Спеціальність – 125 «Кібербезпека»	обов'язкова
		Рік підготовки:
		1-й
		Семестр
		1-й
Мова навчання – українська	Рівень вищої освіти – другий (магістерський) рівень	Лекції
		28 год./8 год.
		Практичні, семінарські
		28 год./8 год.
		Лабораторні
		-
		Самостійна робота та індивідуальні завдання
		124 год./164 год.
		Вид контролю:
		екзамен

Дисципліна «Математичні методи в наукових дослідженнях» надає змогу здобувачам другого ступеня вищої освіти оволодіти спеціальними професійними інформативно-комунікативними компетентностями, пов'язаними з використанням математичних методів, моделей та інформаційних технологій у рамках виконання їх самостійного дослідження та у подальшій науково-дослідницькій діяльності.

Метою викладення дисципліни «Математичні методи в наукових дослідженнях» є формування компетентності щодо побудови, дослідження, аналізу та чисельної реалізації математичних моделей з подальшим використанням отриманого розв'язку для підвищення ефективності функціонування систем, що досліджуються.

ЗАПЛАНОВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ ЗА НАВЧАЛЬНОЮ ДИСЦИПЛІНОЮ

Знання:

- основні етапи проведення наукових досліджень;
- вимоги по оформленню результатів наукових досліджень;
- методи наукового дослідження;
- методи моделювання; математичне моделювання;
- аналіз та синтез в процедурах моделювання;
- характеристики випадкових процесів;
- основні методи лінійної алгебри і тензорного числення, їх використання;
- теоретичні особливості чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач;
- чисельні методи наближення функцій; методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій;
- методи чисельного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь.

Уміння:

- виконувати інформаційний пошук, накопичування та обробляти наукову інформацію;
- застосовувати на практиці сучасні прийоми та методи наукових досліджень;
- знаходити точний або наближений розв'язок математичної задачі;
- досліджувати нестандартні задачі класифікації, аналізу складних систем процесів;
- використовувати математичні методи у наукових дослідженнях;
- написати наукову статтю, тези доповідей конференції, науковий звіт.

2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Методи математичного моделювання в наукових дослідженнях.

Завдання етапів дослідження об'єкту при моделюванні. Задачі аналізу об'єкту. Синтез і аналіз моделі. Задачі причинно-наслідкового аналізу. Методи

модельовання. Аналітичне модельовання. Імітаційне модельовання. Математичне модельовання. Процеси, етапи та ітерації життєвого циклу програмного забезпечення на основі застосування сучасних моделей, методів та технологій розроблення програмного забезпечення. Питання аналізу захищеності систем, комплексів та засобів кіберзахисту, технології створення та використання спеціалізованого програмного забезпечення. Оцінка рівня захищеності інформаційних систем та мереж. Технології та інструменти кіберзахисту.

Тема 2. Випадкові процеси.

Закони розподілу випадкових процесів. Криві реалізацій випадкової функції. Математичне сподівання випадкового процесу. Дисперсія випадкового процесу. Кореляційна функція випадкового процесу. Нормована кореляційна функція випадкового процесу. Взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Нормована взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Додавання стохастичних процесів. Диференціювання стохастичного процесу. Інтегрування стохастичного процесу. Процеси Пуассона для модельовання кіберінцидентів. Марковські ланцюги для прогнозування розвитку атак.

Тема 3. Методи інтерполяції.

Методи локальної і глобальної інтерполяції. Інтерполяційні поліноми Ньютона, Лагранжа. Метод найменших квадратів. Методи локальної інтерполяції. Локальна кусково-постійна інтерполяція. Локальна кусково-лінійна інтерполяція. Локальна кусково-квадратична інтерполяція. Методи глобальної інтерполяції. Інтерполяція степеневим багаточленом (поліномом) у канонічній формі. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Багатоінтервальна інтерполяція. Лінійна багатоінтервальна інтерполяція. Квадратична багатоінтервальна інтерполяція. Сплайн-інтерполяція функцій. Лінійний сплайн. Квадратичний сплайн. Кубічний сплайн. Застосування методу інтерполяції для дослідження можливої кіберзагрози.

Тема 4. Чисельні методи наближення функцій.

Класифікація методів апроксимації експериментальних даних та побудова моделей. Методи апроксимації функцій. Рівномірне наближення. Поліноміальна апроксимація. Кусково-лінійна апроксимація. Дробово-раціональна апроксимація. Чисельне диференціювання і чисельне інтегрування. Чисельні методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь. Аналіз і прогнозування нових кіберзагроз чисельними методами.

Тема 5. Кільце многочленів.

Кільця і поля. Поля Гауа. Кільце многочленів. Кратні корені многочлена. Незведені многочлени над полями комплексних та дійсних чисел. Поле раціональних дробів. Математичні методи в криптографії.

Тема 6. Лінійні простори та лінійні оператори.

Лінійний простір. Лінійні многовиди. Афінний простір. Евклідов простір. Лінійні відображення. Лінійний оператор і його матриця. Ядро та образ лінійного оператора. Власні значення та власні вектори лінійного оператора. Квадратичні форми. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду.

Тема 7. Векторні і тензорні поля.

Векторний простір, його розмірність і базис. Перетворення компонент вектора при повороті і при інверсії декартової системи координат. Взаємні базиси. Контраваріантні і коваріантні компоненти. Тензори. Закон перетворення компонент тензора. Метричний тензор. Операції з тензорами. Приведення тензора до діагонального виду.

3. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин			
	денна форма			
	усього	у тому числі		
		лекц.	практ.	сам. роб.
Тема 1. Методи математичного моделювання в наукових дослідженнях.	8	2	2	4
Тема 2. Випадкові процеси.	22	6	6	10
Тема 3. Методи інтерполяції.	18	4	4	10
Тема 4. Чисельні методи наближення функцій.	18	4	4	10
Тема 5. Кільце многочленів.	18	4	4	10
Тема 6. Лінійні простори та лінійні оператори.	18	4	4	10
Тема 7. Векторні і тензорні поля.	18	4	4	10
Усього годин	120	28	28	64
ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ - ЕКЗАМЕН				

4. ПИТАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Тема 1. Методи математичного моделювання в наукових дослідженнях.

Етапи і методи наукового дослідження. Визначення поняття моделі. Процес моделювання. Етапи аналізу та синтезу в процедурах моделювання. Моделювання процесів функціонування окремих підсистем і модулів. Процеси, етапи та ітерації життєвого циклу програмного забезпечення на основі застосування сучасних моделей, методів та технологій розроблення програмного забезпечення. Методи і моделі розроблення, впровадження, супроводу програмного забезпечення та управління відповідними процесами на всіх етапах життєвого циклу. Моделі інформаційних процесів у прикладній області. Питання аналізу захищеності систем, комплексів та засобів кіберзахисту, технології створення та використання спеціалізованого програмного забезпечення. Оцінка рівня захищеності інформаційних систем та мереж. Технології та інструменти кіберзахисту. Створення та використання спеціалізованого програмного забезпечення для кіберзахисту. Методології активного та пасивного захисту інформаційних систем.

Тема 2. Випадкові процеси.

Елементарні випадкові функції. Криві реалізацій випадкової функції. Математичне сподівання випадкового процесу. Дисперсія випадкового процесу. Кореляційна функція випадкового процесу. Нормована кореляційна функція випадкового процесу. Взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Нормована взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Додавання стохастичних процесів. Диференціювання стохастичного процесу. Інтегрування стохастичного процесу. Перевірка гіпотез. Статистична обробка даних. Процеси Пуассона для моделювання кіберінцидентів. Марковські ланцюги для прогнозування розвитку атак. Часові ряди для аналізу тенденцій атак. Стаціонарні та нестаціонарні процеси для динамічного моніторингу.

Тема 3. Методи інтерполяції.

Методи локальної інтерполяції. Локальна кусково-постійна інтерполяція. Локальна кусково-лінійна інтерполяція. Локальна кусково-квадратична інтерполяція. Методи глобальної інтерполяції. Інтерполяція степеневим багаточленом (поліномом) у канонічній формі. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Багатоінтервальна інтерполяція. Лінійна багатоінтервальна інтерполяція. Квадратична багатоінтервальна інтерполяція. Сплайн-інтерполяція функцій. Лінійний сплайн. Квадратичний сплайн. Кубічний сплайн. Застосування методу інтерполяції для аналізу історичних даних про кіберзагрози.

Тема 4. Чисельні методи наближення функцій.

Основні методи апроксимації експериментальних даних. Середньоквадратичне наближення. Метод найменших квадратів. Лінійна апроксимація. Квадратична апроксимація. Логарифмічна апроксимація. Експоненціальна апроксимація. Степенева апроксимація. Чисельне інтегрування. Формули прямокутників, трапецій, Симпсона. Чисельне розв'язання звичайних диференційних рівнянь і їх систем. Метод Ейлера розв'язання диференційного рівняння першого порядку. Модифікований метод Ейлера розв'язання диференційного рівняння першого порядку. Методи Рунге–Кутта розв'язання звичайних диференційних рівнянь першого порядку. Метод кінцевих різниць розв'язання задачі Коші для лінійних диференційних рівнянь другого порядку. Аналіз кіберзагроз за допомогою поліноміальної апроксимації. Аналіз і прогнозування нових кіберзагроз чисельними методами.

Тема 5. Кільце многочленів.

Алгебраїчні структури. Групи. Кільця і поля. Кільце многочленів. Теорема про ділення з остачею в кільці многочленів. Кратні корені многочлена. Незвідні многочлени над полями комплексних та дійсних чисел. Теорема про розклад многочлена над полем P у добуток незвідних над полем P многочленів. Поле раціональних дробів. Теорема про розклад раціонального дробу в суму многочлена і правильного раціонального дробу. Многочлени в криптографії.

Тема 6. Лінійні простори та лінійні оператори.

Лінійний простір. Лінійні многовиди. Лінійний оператор. Ядро та образ лінійного оператора. Власні значення та власні вектори лінійного оператора. Квадратичні форми. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Аналіз захищеності систем, комплексів та засобів кіберзахисту, технології створення та використання спеціалізованого програмного забезпечення. Проекти з захисту інформації у кіберпросторі, інноваційної діяльності та захисту інтелектуальної власності.

Тема 7. Векторні і тензорні поля.

Векторний простір, його розмірність і базис. Перетворення компонент вектора при повороті і при інверсії декартової системи координат. Взаємні базиси. Контраваріантні і коваріантні компоненти. Перетворення компонентів тензора. Метричний тензор. Піднімання та опускання (перекидання) індексів. Операції з тензорами. Власні вектори та власні (головні) значення довільного тензора другого рангу. Приведення тензора до діагонального виду. Багатовимірні задачі кібербезпеки.

5. САМОСТІЙНА РОБОТА

До самостійної роботи студентів включаються:

1. Знайомство з науковою та навчальною літературою відповідно зазначених у програмі тем.
2. Опрацювання лекційного матеріалу.
3. Підготовка до практичних занять.
4. Консультації з викладачем протягом семестру.
5. Самостійне опрацювання окремих питань навчальної дисципліни.
6. Підготовка до підсумкового контролю.

Тематика та питання до самостійної підготовки та індивідуальних завдань

Тема 1. Методи математичного моделювання в наукових дослідженнях.

Завдання етапів дослідження об'єкту при моделюванні. Задачі аналізу об'єкту. Синтез і аналіз моделі. Задачі причинно-наслідкового аналізу. Методи моделювання. Аналітичне моделювання. Імітаційне моделювання. Математичне моделювання. Оцінка і вибір ефективних методів і моделей розроблення, впровадження, супроводу програмного забезпечення та управління відповідними процесами на всіх етапах життєвого циклу. Побудова і дослідження моделі інформаційних процесів у прикладній області.

Тема 2. Випадкові процеси.

Класифікація випадкових процесів. Характеристики випадкових процесів. Додавання стохастичних процесів. Диференціювання стохастичного процесу. Інтегрування стохастичного процесу. Стаціонарні та нестаціонарні випадкові процеси.

Тема 3. Методи інтерполяції.

Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Багатоінтервальна інтерполяція. Сплайн та вейвлет–інтерполяція.

Тема 4. Чисельні методи наближення функцій.

Постановка задачі апроксимації і метод найменших квадратів. Степенева апроксимація. Дослідження апроксимації функцій різного виду. Метод Ейлера числового розв'язання задач Коші для звичайних диференціальних рівнянь і систем звичайних диференціальних рівнянь.

Тема 5. Кільце многочленів.

Кільця і поля. Кільце многочленів. Поле раціональних дробів. Теорема про розклад раціонального дробу в суму многочлена і правильного раціонального дробу.

Тема 6. Лінійні простори та лінійні оператори.

Лінійний простір. Лінійні многовиди. Афінний простір. Евклідов простір. Лінійні відображення. Лінійний оператор. Ядро та образ лінійного оператора. Власні значення та власні вектори лінійного оператора. Розклад многочлена в ряд. Формула Тейлора. Квадратичні форми. Дослідження кривих і поверхонь за допомогою теорії квадратичних форм.

Тема 7. Векторні і тензорні поля.

Векторний простір. Контраваріантні і коваріантні компоненти. Перетворення компонентів тензора. Метричний тензор. Операції з тензорами. Власні вектори та власні (головні) значення довільного тензора другого рангу.

Теми доповідей

1. Випадкові процеси. Закони розподілу випадкових процесів.
 2. Ланцюги Маркова в задачах захисту інформації.
 3. Стаціонарні та нестаціонарні випадкові процеси. Характеристики стаціонарної випадкової функції.
 4. Методи інтерполяції в задачах захисту інформації.
 5. Інтерполяційні формули Стірлінга, Бесселя.
 6. Сплайн та вейвлет– інтерполяція.
 7. Інтерполяція функцій двох змінних за методом Лагранжа.
 8. Методи апроксимації в задачах захисту інформації.
 9. Чисельні методи в задачах захисту інформації.
 10. Чисельні методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.
 11. Розв'язання межових задач для звичайних диференціальних рівнянь.
 12. Тензорні поля. Диференціальні оператори тензорного аналізу.
 13. Коваріантне диференціювання векторних та тензорних полів.
 14. Інтегральні теореми векторного й тензорного аналізу.
 15. Моделі прогнозу, автокореляційна та взаємкореляційна функції.
- Відповідність даних статичного моделювання та прогнозу.

16. Причинно-наслідковий аналіз.

17. Застосування кроскореляційних функцій для визначення напрямку, матриць та графів причинно-наслідкового зв'язку

18. Багатовимірність кіберзагроз з точки зору тензорного аналізу

19. Нові підходи у моделюванні та моніторингу розподілених атак на основі тензорних структур

6. ВИДИ ТА МЕТОДИ КОНТРОЛЮ

Робоча програма навчальної дисципліни передбачає наступні види та методи контролю:

Види контролю	Складові оцінювання
поточний контроль , який здійснюється у ході: проведення практичних занять, виконання індивідуального завдання; проведення консультацій та відпрацювань.	50%
підсумковий контроль , який здійснюється у ході проведення іспиту.	50%

Методи діагностики знань (контролю)	фронтальне опитування; наукова доповідь, усне повідомлення, індивідуальне опитування, робота у групах, розв'язання задач і практичних завдань, іспит.
--	---

7. Питання до іспиту

1. Етапи і методи наукового дослідження.

2. Визначення поняття моделі. Процес моделювання. Етапи аналізу та синтезу в процедурах моделювання.

3. Методи моделювання. Аналітичне моделювання. Імітаційне моделювання.

Математичне моделювання.

4. Оцінка і вибір ефективних методів і моделей розроблення, впровадження, супроводу програмного забезпечення та управління відповідними процесами на всіх етапах життєвого циклу.
5. Побудова і дослідження моделі інформаційних процесів у прикладній області.
6. Випадкові процеси. Закони розподілу випадкових процесів.
7. Математичне сподівання випадкового процесу. Дисперсія випадкового процесу.
8. Кореляційна функція випадкового процесу. Властивості.
9. Нормована кореляційна функція випадкового процесу.
10. Взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Нормована взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів.
11. Перетворення випадкових процесів. Додавання, диференціювання та інтегрування стохастичних процесів.
12. Процеси Пуассона для моделювання кіберінцидентів.
13. Марковські ланцюги для прогнозування розвитку атак.
14. Апроксимація, інтерполяція та екстраполяція.
15. Методи локальної інтерполяції. Локальна кусково-постійна інтерполяція. Локальна кусково-лінійна інтерполяція. Локальна кусково-квадратична інтерполяція.
16. Методи глобальної інтерполяції. Інтерполяція степеневим багаточленом (поліномом) у канонічній формі.
17. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона.
18. Багатоінтервальна інтерполяція. Лінійна багатоінтервальна інтерполяція. Квадратична багатоінтервальна інтерполяція.
19. Застосування методу інтерполяції для дослідження можливої кіберзагрози.
20. Сплайн-інтерполяція функцій. Лінійний сплайн. Квадратичний сплайн. Кубічний сплайн.
21. Постановка задачі апроксимації і метод найменших квадратів. Лінійна апроксимація. Квадратична апроксимація. Степенева апроксимація.

- 22.Чисельне інтегрування. Формули прямокутників, трапецій, Симпсона.
- 23.Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь і їх систем. Метод Ейлера розв'язання диференціального рівняння першого порядку.
- 24.Модифікований метод Ейлера розв'язання диференціального рівняння першого порядку.
- 25.Методи Рунге–Кутта розв'язання звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
- 26.Метод кінцевих різниць розв'язання задачі Коші для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку.
- 27.Аналіз і прогнозування нових кіберзагроз чисельними методами.
- 28.Кільце многочленів. Розклад многочлена над полем P у добуток незвідних над полем P многочленів.
- 29.Поле раціональних дробів. Теорема про розклад раціонального дробу в суму многочлена і правильного раціонального дробу.
30. Многочлени в криптографії
- 31.Лінійний простір. Лінійні многовиди. Афінний простір. Евклідов простір.
- 32.Лінійні відображення. Лінійний оператор. Ядро та образ лінійного оператора.
- 33.Квадратичні форми. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Дослідження кривих і поверхонь за допомогою теорії квадратичних форм.
- 34.Математичні методи в криптографії.
- 35.Векторний простір, його розмірність і базис.
- 36.Перетворення компонент векторів при повороті і при інверсії декартової системи координат. Взаємні базиси. Контраваріантні і коваріантні компоненти.
- 37.Тензори n -го рангу
- 38.Перетворення компонентів тензора. Метричний тензор. Піднімання й опускання (перекидання) індексів
- 39.Операції з тензорами
- 40.Власні вектори і власні значення тензора

8. КРИТЕРІЇ ПІДСУМКОВОЇ ОЦІНКИ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

Рівень знань оцінюється:

- «відмінно» / «зараховано» А - від 90 до 100 балів. Студент виявляє особливі творчі здібності, вміє самостійно знаходити та опрацьовувати необхідну інформацію, демонструє знання матеріалу, проводить узагальнення і висновки. Був присутній на лекціях та семінарських заняттях, під час яких давав вичерпні, обґрунтовані, теоретично і практично правильні відповіді, має конспект з виконаними завданнями до самостійної роботи, проявляє активність і творчість у науково-дослідній роботі;

- «добре» / «зараховано» В - від 82 до 89 балів. Студент володіє знаннями матеріалу, але допускає незначні помилки у формуванні термінів, категорій, проте за допомогою викладача швидко орієнтується і знаходить правильні відповіді. Був присутній на лекціях та семінарських заняттях, має конспект з виконаними завданнями до самостійної роботи, проявляє активність і творчість у науково-дослідній роботі;

- «добре» / «зараховано» С - від 74 до 81 балів. Студент відтворює значну частину теоретичного матеріалу, виявляє знання і розуміння основних положень, з допомогою викладача може аналізувати навчальний матеріал, але дає недостатньо обґрунтовані, невичерпні відповіді, допускає помилки. При цьому враховується наявність конспекту з виконаними завданнями до самостійної роботи та активність у науково-дослідній роботі;

- «задовільно» / «зараховано» D - від 64 до 73 балів. Студент був присутній не на всіх лекціях та семінарських заняттях, володіє навчальним матеріалом на середньому рівні, допускає помилки, серед яких є значна кількість суттєвих. При цьому враховується наявність конспекту з виконаними завданнями до самостійної роботи;

- «задовільно» / «зараховано» E - від 60 до 63 балів. Студент був присутній не на всіх лекціях та семінарських заняттях, володіє навчальним матеріалом на рівні, вищому за початковий, значну частину його відтворює на репродуктивному рівні, на

всі запитання дає необґрунтовані, невичерпні відповіді, допускає помилки, має неповний конспект з завданнями до самостійної роботи.

- «незадовільно з можливістю повторного складання» / «не зараховано» FX – від 35 до 59 балів. Студент володіє матеріалом на рівні окремих фрагментів, що становлять незначну частину навчального матеріалу.

- «незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни» / «не зараховано» F – від 1 до 34 балів. Студент не володіє навчальним матеріалом.

Таблиця відповідності результатів контролю знань за різними шкалами

100- бальною шкалою	Шкала за ECTS	За національною шкалою	
		екзамен	залік
90-100 (10-12)	A	Відмінно	зараховано
82-89 (8-9)	B	Добре	
74-81(6-7)	C		
64-73 (5)	D	Задовільно	
60-63 (4)	E		
35-59 (3)	Fx	незадовільно	не зараховано
1-34 (2)	F		

9. ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ»

Тема 1. Методи математичного моделювання в наукових дослідженнях

Наукове дослідження включає кілька етапів, таких як формулювання проблеми, встановлення цілей, вибір методів дослідження, збирання та аналіз даних, а також формулювання висновків. На кожному етапі застосовуються відповідні методи: емпіричні (спостереження, експеримент), теоретичні (абстрагування, аналіз, синтез) та спеціальні, зумовлені конкретною предметною областю. Важливим

елементом дослідження є моделювання — процес створення спрощеного представлення об'єкта чи процесу. Модель — це абстракція реальної системи, яка відображає її ключові властивості та поведінку. Процес моделювання включає кілька етапів: визначення мети моделювання, побудова та верифікація моделі, аналіз результатів, синтез, коригування параметрів та застосування отриманих результатів у практичній діяльності. Зокрема, під час аналізу та синтезу виконуються ітеративні процедури, де на основі отриманих даних уточнюється структура моделі, вдосконалюються характеристики.

Моделювання процесів функціонування окремих підсистем і модулів дає можливість оцінити їхню ефективність та можливі ризики. У сфері розроблення програмного забезпечення моделювання застосовується в контексті життєвого циклу програмного забезпечення, який складається з етапів планування, проектування, розроблення, тестування, впровадження та супроводу. Ці етапи проходять у кілька ітерацій, дозволяючи вносити покращення та коригування на основі отриманих даних. Сучасні моделі, методи та технології, такі як гнучкі методології розроблення (Agile, Scrum) та каскадні моделі, допомагають у швидкій адаптації до змін і забезпечують ефективне управління процесами на всіх етапах життєвого циклу.

Процеси розроблення, впровадження та супроводу програмного забезпечення також включають управління змінами, тестування, документування та навчання користувачів, що забезпечує максимальну функціональність та адаптацію програмного забезпечення до потреб користувача. Оцінка рівня захищеності інформаційних систем здійснюється на основі аналізу вразливостей, оцінки ймовірності виникнення загроз, вивчення наслідків можливих атак. Зокрема, у кіберзахисті застосовуються технології і інструменти, такі як мережеві екрани, системи виявлення загроз, криптографічні методи та системи контролю доступу, а також спеціалізоване програмного забезпечення для моніторингу активності та запобігання вторгненням.

Технології кіберзахисту поділяються на методології активного захисту (наприклад, виявлення та запобігання атакам у режимі реального часу) і пасивного захисту (наприклад, архітектурні рішення для захищеного зберігання даних). Спеціалізоване програмне забезпечення для кіберзахисту створюється для виявлення атак, аналізу загроз, контролю мережевого трафіку та забезпечення безпечного доступу. Моделі інформаційних процесів у прикладній області враховують особливості обробки, зберігання і передачі даних, дозволяючи оптимізувати операційні процеси та забезпечувати їхню безпеку.

Тема 2. Випадкові процеси

Елементарні випадкові функції є базовими складовими випадкових процесів, що описують поведінку змінних, які піддаються випадковим впливам. Реалізації випадкової функції (її криві) представляють можливі траєкторії розвитку випадкового процесу з плином часу. Математичне сподівання випадкового процесу визначає середнє значення його реалізацій і дає уявлення про його середню тенденцію. Дисперсія характеризує розсіювання значень навколо математичного сподівання, що відображає мінливість процесу. Кореляційна функція випадкового процесу визначає міру залежності значень процесу в різні моменти часу, що дозволяє оцінити схожість поведінки процесу на різних етапах. Нормована кореляційна функція відображає ступінь зв'язку між значеннями в масштабі від -1 до 1.

Взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів показує взаємозв'язок між ними, допомагаючи оцінити, наскільки поведінка одного процесу впливає на інший. Нормована взаємна кореляційна функція забезпечує стандартизовану міру цього зв'язку, зручну для порівняння різних процесів. Додавання стохастичних процесів дозволяє моделювати складнішу поведінку систем, яка виникає під впливом різних незалежних випадкових факторів. Диференціювання і інтегрування стохастичних процесів забезпечують методи дослідження швидкості змін і накопичення значень у процесі.

Процеси Пуассона використовуються для моделювання кіберінцидентів, оскільки вони дозволяють описати випадкові події, які відбуваються у фіксовані проміжки часу. Марковські ланцюги, які застосовуються для прогнозування розвитку атак, описують ймовірності переходів між різними станами системи безпеки і дозволяють будувати прогнози щодо наступних атак. Часові ряди є важливим інструментом для аналізу тенденцій атак, оскільки дають можливість виявляти довгострокові і сезонні коливання в кіберзагрозах. Стаціонарні та нестаціонарні процеси допомагають у динамічному моніторингу, де для аналізу використовуються методи, які враховують сталість або змінність статистичних властивостей процесу у часі.

Тема 3. Методи інтерполяції

Методи інтерполяції включають локальні та глобальні підходи, що застосовуються для наближення функцій на певних інтервалах. Локальні методи інтерполяції виконуються на окремих ділянках інтервалу і включають кусково-постійну, кусково-лінійну і кусково-квадратичну інтерполяції. Кусково-постійна інтерполяція використовує постійні значення на кожному інтервалі, забезпечуючи найпростіше наближення, проте з низькою точністю. Кусково-лінійна інтерполяція застосовує лінійні відрізки, що з'єднують сусідні точки, дозволяючи створити безперервний графік. Кусково-квадратична інтерполяція забезпечує краще наближення, використовуючи квадратичні функції на кожному інтервалі.

Глобальні методи інтерполяції застосовують єдиний поліном для всього інтервалу. До таких методів належить інтерполяція за допомогою степеневого багаточлена у канонічній формі, який має загальний вигляд та визначається коефіцієнтами степенів. Інтерполяційний поліном Лагранжа забезпечує точне наближення на всіх вузлових точках, хоча із зростанням кількості точок може зростати похибка. Поліном Ньютона також дозволяє інтерполяцію і базується на побудові послідовних різниць, що спрощує обчислення та робить його ефективнішим для додавання нових точок.

Багатоінтервальна інтерполяція використовує комбінації інтервалів, дозволяючи підвищити гнучкість методу: лінійна і квадратична багатоінтервальна інтерполяція дозволяють застосовувати різні порядки функцій для кожного інтервалу.

Сплайн-інтерполяція — один з найпопулярніших методів, що застосовує неперервні функції, забезпечуючи плавний перехід між інтервалами. Лінійний сплайн побудований із з'єднання лінійних відрізків, тоді як квадратичний і кубічний сплайни забезпечують більш точне наближення завдяки використанню квадратичних або кубічних функцій.

Інтерполяція корисна для аналізу історичних даних про кіберзагрози, оскільки дозволяє будувати прогнози, заповнювати відсутні дані та виявляти тренди. За допомогою інтерполяційних методів можна наблизити дані кіберінцидентів на часових проміжках, для яких дані є неповними або нерівномірними, дозволяючи отримати загальне уявлення про їх динаміку та оцінити ймовірність майбутніх загроз.

Тема 4. Чисельні методи наближення функцій

Апроксимація експериментальних даних дозволяє створити наближену модель залежностей між змінними та використовувати її для подальших обчислень і прогнозування. Основні методи апроксимації включають середньоквадратичне наближення, де відхилення між фактичними і наближеними значеннями мінімізуються за критерієм найменших квадратів. Метод найменших квадратів, зокрема, дозволяє знайти оптимальні параметри для апроксимаційної функції, мінімізуючи суму квадратів відхилень.

Серед методів апроксимації виділяються лінійна, квадратична, логарифмічна, експоненціальна та степенева апроксимації. Лінійна апроксимація підходить для простих прямих залежностей, тоді як квадратична дозволяє моделювати параболічні зв'язки. Логарифмічна апроксимація корисна, коли зміни даних є швидкими на початку і сповільнюються далі. Експоненціальна апроксимація добре підходить для

моделювання зростання або спадання на постійний відсоток. Степенева апроксимація підходить для масштабованих залежностей.

Чисельне інтегрування забезпечує обчислення площі під кривою експериментальної функції. Основні методи чисельного інтегрування включають методи прямокутників, трапецій та Симпсона. Метод прямокутників підходить для наближення інтегралів, використовуючи прості значення функції в середині інтервалу. Метод трапецій застосовує середнє значення функції на кінцях інтервалу, що підвищує точність. Формула Симпсона використовує параболічну інтерполяцію, забезпечуючи високу точність на великих інтервалах.

Для чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь існують методи, які включають метод Ейлера, модифікований метод Ейлера і методи Рунге–Кутта. Метод Ейлера підходить для простих диференціальних рівнянь першого порядку, але може мати значні похибки на великих кроках. Модифікований метод Ейлера та методи Рунге–Кутта підвищують точність, застосовуючи середнє значення для оцінки змін. Метод кінцевих різниць дозволяє розв'язувати задачі Коші для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку.

Для аналізу кіберзагроз методи поліноміальної апроксимації можуть бути корисними у створенні прогнозних моделей на основі історичних даних про кіберінциденти. Завдяки цим методам можна розпізнавати тенденції, створювати математичні моделі загроз та оцінювати ймовірності виникнення інцидентів у майбутньому. Чисельні методи, такі як чисельне інтегрування та диференціальні рівняння, допомагають моделювати й аналізувати динамічні процеси в кібербезпеці, прогнозуючи нові загрози на основі поточних даних та тенденцій.

Тема 5. Кільце многочленів

Многочлени в криптографії застосовуються як інструмент, що забезпечує стійкість, конфіденційність і цілісність інформації, роблячи їх невід'ємною частиною сучасної криптографії. Математична складність многочленів і їх властивості у скінченних полях забезпечують надійний захист від численних видів

атак, що дозволяє реалізовувати ефективні криптографічні алгоритми і протоколи захисту даних.

Використання многочленів у криптографії базується на алгебраїчних властивостях, які допомагають створювати алгоритми шифрування, розподілу ключів, а також протоколи захисту інформації. Многочлени відіграють ключову роль у багатьох криптографічних схемах завдяки своїм математичним характеристикам, що робить їх цінними для побудови складних криптографічних механізмів. Однією з основних областей застосування многочленів є алгоритми симетричного шифрування, зокрема шифрування із заміною, де многочлени використовуються для побудови нелінійних перетворень. Наприклад, у шифрі AES (Advanced Encryption Standard) заміни виконуються за допомогою обернених перетворень у скінченному полі, які можна виразити через многочлени. Це надає додаткову стійкість до криптоаналізу, оскільки шифр стає складним для розгадування через нелінійну природу многочленів.

У сфері криптографії з відкритим ключем многочлени є основою для протоколів, що забезпечують захист інформації в асиметричних системах. Наприклад, криптографія на еліптичних кривих використовує рівняння многочленів для створення складних математичних структур, що забезпечують високий рівень безпеки при меншій довжині ключа порівняно з традиційними алгоритмами. Многочлени на еліптичних кривих формують основу для операцій шифрування, розподілу ключів та підписів, які складно обчислювати без знання секретної інформації.

Ще одне важливе застосування многочленів у криптографії – це розподіл секретів за схемою Шаміра. У цій схемі для поділу секрету на частини, з яких потім можна відновити весь секрет, використовується інтерполяційний многочлен. Кожна частина секрету є значенням цього многочлена в певній точці. Для відновлення секрету потрібно мати достатню кількість значень, що забезпечує гнучкість і безпеку в управлінні доступом до конфіденційної інформації.

Також многочлени використовуються у хеш-функціях, які перетворюють дані на короткі фіксовані рядки. Наприклад, хеш-функції на основі многочленів можуть застосовуватися в цифрових підписах і перевірці цілісності даних, що важливо для запобігання несанкціонованим змінам інформації. Многочлени, що використовуються в хеш-функціях, забезпечують високу швидкість обчислень, що є вагомою перевагою для сучасних криптосистем.

Для розв'язання комплексних завдань у сфері інформаційної безпеки та кібербезпеки необхідно інтегрувати фундаментальні та спеціальні знання в мультидисциплінарних контекстах, що охоплюють різні аспекти захисту інформації. Проведення дослідницької та інноваційної діяльності у цій сфері дозволяє вдосконалювати методи криптографічного захисту і технічні засоби безпеки, а також створювати нові рішення для кіберзахисту.

Застосування та інтеграція сучасних інформаційних технологій, а також використання фізичних і математичних методів і моделей є критичними для підвищення ефективності систем інформаційної безпеки. Це охоплює розроблення, впровадження і вдосконалення інноваційних рішень, які можуть реагувати на постійні загрози в кіберпросторі. Важливим аспектом є також критичне осмислення проблем кібербезпеки, що включає врахування досягнень у суміжних галузях і адаптацію новітніх інженерних та фізико-математичних результатів. Це дозволяє ефективніше оцінювати ризики, аналізувати кіберзагрози та створювати спеціалізоване програмне забезпечення для забезпечення стійкості і захищеності інформаційних систем.

Тема 6. Лінійні простори та лінійні оператори

Лінійний простір — це математична структура, що складається з векторів, які можуть додаватися та множитися на скаляри, задовольняючи аксіоми адитивності, асоціативності та комутативності. У лінійному просторі можна визначити підмножини, що називаються лінійними многовидами, і мають форму $L = \{v + u: v \in V, u \in U\}$, де V — векторний простір, а U — його підпростір. Лінійний оператор, що діє на лінійному просторі, є відображенням цього простору на себе, задовольняючи

лінійність: $T(av+bw)=aT(v)+bT(w)$. Для кожного лінійного оператора можна визначити ядро (множину векторів, що перетворюються на нуль) та образ (множину всіх можливих значень).

Власні значення і власні вектори лінійного оператора мають важливе значення, оскільки вони характеризують інваріантні напрямки оператора. Якщо вектор v змінюється лише за величиною, але не за напрямком, при дії оператора T , тоді v є власним вектором оператора T , а коефіцієнт пропорційності — власним значенням.

Завдання забезпечення безпеки інформаційних систем вимагає комплексного підходу до оцінки захищеності систем та аналізу ризиків. Аналіз захищеності систем, засобів кіберзахисту та технологій створення спеціалізованого програмного забезпечення дозволяє оцінити поточний рівень безпеки і виявити потенційні уразливості. Це включає перевірку надійності апаратних та програмних компонентів, визначення можливих атак і шляхів проникнення в систему.

Для забезпечення безперервності бізнес-процесів і виявлення уразливостей потрібно аналізувати поточні ризики інформаційної безпеки. Це включає ідентифікацію слабких місць в інформаційних ресурсах організації та впровадження заходів для усунення цих уразливостей. Вибір, розробка та впровадження відповідних методів кіберзахисту, у тому числі аналітичних, розрахункових і експериментальних методів, допомагає створювати ефективні стратегії захисту інформації. Реалізація проєктів кіберзахисту включає також інноваційну діяльність, зокрема, для захисту інтелектуальної власності та створення рішень, що підвищують стійкість організації до кіберзагроз.

Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду дозволяє спростити аналіз, використовуючи діагональні матриці. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду є корисним інструментом у задачах кібербезпеки, особливо у випадках, коли необхідно аналізувати поведінки системи, оцінювати ризики, обробляти великі дані та виявляти аномалії.

Застосування канонічного вигляду квадратичної форми також є корисним у задачах аналізу ризиків та оптимізації управління ресурсами. У кібербезпеці важливо оцінити, як зміни в системі можуть вплинути на загальний ризик. Наприклад, квадратична форма може описувати ризик у залежності від інтенсивності використання ресурсів, а канонічний вигляд дозволяє спростити структуру ризику, виявляючи основні фактори, які мають найбільший вплив на безпеку.

Тема 7. Векторні і тензорні поля

Векторний простір — це структура, яка складається з множини векторів, що можуть бути додані один до одного і помножені на скаляри, що утворює базис цього простору. Розмірність векторного простору визначається кількістю елементів у базисі, тобто мінімальною кількістю векторів, лінійна комбінація яких може виразити будь-який вектор простору. При повороті або інверсії декартової системи координат компоненти вектора перетворюються відповідно до правил лінійних відображень, забезпечуючи незмінність геометричних властивостей вектора.

Для кращого аналізу компонент вектора та тензора використовують взаємні базиси, що дозволяють розрізняти контраваріантні (верхні індекси) та коваріантні (нижні індекси) компоненти. Так, метричний тензор виступає засобом перетворення між цими компонентами, здійснюючи піднімання та опускання індексів. Це дозволяє проводити операції з тензорами, такі як додавання, множення, піднімання та опускання індексів, уніфікуючи підходи до обчислень у різних системах координат.

У задачах, пов'язаних з довільним тензором другого рангу, важливим аспектом є визначення власних векторів та власних значень, які характеризують напрями інваріантності та ступені розтягнення чи стиснення під дією тензора. Приведення тензора до діагонального вигляду, у якому він має лише головні значення на діагоналі, значно спрощує аналіз таких задач, оскільки в цьому випадку він представлений у вигляді, що легко інтерпретується з геометричної точки зору.

Вирішення інженерно-прикладних та наукових задач в інформаційній та кібербезпеці потребує врахування сучасних стандартів та провідних світових практик. Це включає постановку задач, що враховує безпекові вимоги, і вибір підходів, які забезпечують надійність і захист даних у цифровому середовищі.

Векторні та тензорні поля надають потужний математичний інструментарій для вирішення багатовимірних задач кібербезпеки, що вимагають врахування взаємодії численних факторів для забезпечення оптимального захисту систем і мереж.

10. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Стрелковська І.В. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку. Ч.5 / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. – Одеса: ВМВ, 2018. – 508 с.
2. Стрелковська І.В. Диференціальні рівняння для фахівців в галузі IT-галузі / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. – Одеса: ОНАЗ, 2018. – 188 с.
3. Стрелковська І.В. Теорія ймовірностей та випадкові процеси (для фахівців у галузі IT-технологій) / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. – Одеса: ОНАЗ, 2018. – 384 с.
4. Стрелковська І.В. Математична статистика / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. – Одеса: ОНАЗ, 2019. – 110 с.
5. Стрелковська І.В., Соловська І.М., Стрелковська Ю.О. Застосування дійсних та комплексних сплайнів в задачах інфокомунікацій. Проблеми телекомунікацій. – 2021. – № 1(28). – С. 3-19. (фахове видання, категорія «Б»)
6. Мисло Юлія Михайлівна. Елементи математичних методів у криптології : навч. посіб. для студ. спец. «Кібербезпека та захист інформації»/ Ю. Мисло, М. Пагіря, В. Різак. – Ужгород : Говерла, 2023. – 136 с.
7. Alagic G., Apon D., Cooper D., Dang Q., Dang T., Kelsey J., Lichtinger, J. Yi-Kai Liu, Miller C., Moody D., Peralta R., Perlner R., Robinson A., Smith-Tone D. Status Report on the Third Round of the NIST Post-Quantum Cryptography Standardization Process, NIST IR 8413, National Institute of Standards and Technology, July 2022, 99pp. [Электронный ресурс]. URL: <https://doi.org/10.6028/NIST.IR.8413>
8. Ding J., Petzoldt A., Schmidt D.S. Multivariate Cryptography // In: Multivariate Public Key Cryptosystems. Advances in Information Security. Springer, New York. 2020. V. 80. P. 7-23. https://doi.org/10.1007/978-1-0716-0987-3_2
9. Ding J., Petzoldt A., Schmidt D.S. The Matsumoto-Imai Cryptosystem // In: Multivariate Public Key Cryptosystems. Advances in Information Security. Springer, New York. 2020. V. 80. P. 25-60. https://doi.org/10.1007/978-1-0716-0987-3_3
10. Стрелковська І.В., Золотухін Р.В., Григор'єва Т.І. Узагальнена модель оцінки показників функціонування низькошвидкісних мереж зв'язку автоматизованих систем управління. Інфокомунікаційні та комп'ютерні технології. – 2022. – № 1 (03). – С. 138-153. (фахове видання, категорія «Б»)
11. Стрелковська І. В., Соловська І. М., Снігур Н., Малюга В., Параметричні сплайни в 3D-моделюванні. Міжнародна конференція «Передові технології в інформаційно-

- комунікаційній інженерії»: матеріали конф., 17-20 липня 2023р.: тези доц. – Одеса: МГУ, 2023. – С. 22-26.
12. Худа Ж.В. Конспект лекцій з дисципліни «Основи векторного і тензорного аналізу» – Кам'янське, ДДТУ, 2019. – 65 с.
13. Тензорний аналіз. Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали» / П. О. Наказной; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Електронні текстові дані (1 файл: 225 кБ). — Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 35 с.
14. Стрелковська І. В., Соловська І. М., Стрелковська Ю. О., Використання методів сплайн-функцій в телекомунікаційних та інформаційних технологіях Міжнародна конференція «Передові технології в інформаційно-комунікаційній інженерії»: матеріали конф., 17-20 липня 2023р.: тези доц. – Одеса: МГУ, 2023. – С. 70-79.
15. Мішура Ю. С. М71 Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник / Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Г. М. Шевченко. – 2-ге вид., випр. і допов. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2021. – 496 с.
16. Крилик, Л. В. Обчислювальна математика. Інтерполяція та апроксимація табличних даних : навчальний посібник / Л. В. Крилик, І. В. Богач, М. О. Прокопова. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 111 с.
17. Л.П.Вакал Апроксимація функцій багатьох змінних із застосуванням алгоритму диференціальної еволюції / Л.П. Вакал. // Математичні машини і системи. – 2017. – с. 90–96с.
18. Довгий Б.П. Сплайн-функції та їх застосування / Б.П.Довгий, А.В.Ловейкін, Є.С.Вакал, Ю.С.Вакал. – К.:Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2016. – 117 с.
19. Попов В.В. Методи обчислень: конспект лекцій для студентів механіко-математичного факультету / В.В. Попов. – Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2012. – 303 с.
20. Безущак О.О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.
21. Методика та організація наукових досліджень : Навч. посіб. / С. Е. Важинський, Т. І. Щербак. – Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016. – 260 с.

Допоміжна

22. Стрелковська І.В. Операційне числення для фахівців у галузі зв'язку (для студентів та аспірантів) / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. – Одеса: ОНАЗ, 2017. – 120 с.
23. Strelkovskaya I., Solovskaya I., Makoganiuk A. Different extrapolation methods in Problems of Forecasting. Advances in Information and Communication Technology and Systems. Lecture Notes in Networks and Systems. 2020. Vol. 152. Springer. P. 217-228. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58359-0_12 (Індексація в Scopus)
24. Романчиков В.І. Основи наукових досліджень / В.І. Романчиков. – К.: ЦУЛ, 2007. – 254 с.
25. Москаленко Ю. Д., Москаленко О. А., Коваленко О. В. Лінійна алгебра : метод. рек. до проведення практ. занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2021. 91 с.
26. Павленко П.М. Основи математичного моделювання систем і процесів: Навчальний посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2010.– 198 с.
27. Маценко В.Г. Математичне моделювання: навчальний посібник– Чернівці: Чернівецький національний університет, 2014.–519 с.
28. Пасічник В.В., Виклюк Я.І., Камінський Р.М. Моделювання складних систем. Посібник. Львів: Видавництво "Новий Світ - 2000". 2017. 404с.

Інформаційні ресурси

29. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Київ: НБУВ, 2013-2015. – Режим доступу: www.nbuv.gov.ua
30. Електронний каталог Національної парламентської бібліотеки України [Електронний ресурс]: [політемат. база даних містить відом. про вітчизн. та зарубіж. кн., брош., що

- надходять у фонд НПБ України]. – Електронні дані (803 438 записів). – Київ: Нац. парлам. б-ка України, 2002-2015. – Режим доступу: catalogue.nplu.org.
31. Український інститут інтелектуальної власності [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Київ: УІВ, 2017. – Режим доступу: <http://www.uipv.org>

ЗМІСТ

1. Опис навчальної дисципліни.....	3
2. Програма навчальної дисципліни.....	4
3. Структура навчальної дисципліни.....	5
4. Питання до практичних занять.....	8
5. Самостійна робота.....	10
6. Види та методи контролю.....	11
7. Питання до іспиту.....	14
8. Критерії підсумкової оцінки знань студентів.....	16
9. Опорний конспект лекцій дисципліни «Математичні методи в наукових дослідженнях».....	18
10. Рекомендована література.....	28

Навчальне видання

Стрелковська Ірина Вікторівна

Йона Лариса Григорівна

Григор'єва Тетяна Ігорівна

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів