

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

1. Подільність цілих чисел
2. НСК, НСД. Взаємно прості числа
3. Числові функції
4. Неперервні (ланцюгові) дроби. Підхідні дроби
5. Конгруенція. Властивості конгруенцій
6. Теорема Ейлера. Теорема Ферма
7. Повна система лишків за модулем m . Зведена система лишків
8. Конгруенція першого степеня. Методи розв'язання
9. Система конгруенцій першого степеня. Китайська теорема про залишки

№	поняття	визначення, формули
1	подільність цілих чисел	Ціле число a ділиться на ціле число $m \neq 0$ (позначається $a:m$), якщо $\exists q \in \mathbb{Z} : a = m \cdot q$ Число m ділить число a (позначається $m a$).
2	Теорема про ділення з остачею	$\forall a, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0 \exists! q, r \in \mathbb{Z} : a = m \cdot q + r, 0 \leq r < m $. якщо $r = 0$, то $a:m$; якщо $r \neq 0$, то $a \nmid m$
3	Просте число	Натуральне число $n \neq 1$ називається простим, якщо воно не має дільників, відмінних від n і 1.
4	Складене число	Натуральне число $n \neq 1$ називається складеним, якщо воно має більше двох дільників.
5	Число 1	не просте і не складене
6	Канонічний розклад натурального числа $n \neq 1$ на прості множники	$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \cdot p_m^{k_m}$, де $p_1, p_2, \dots, p_m$ - різні прості дільники числа n , k_i - кратність множника p_i ($i = \overline{1, m}$)
7	Найменше спільне кратне (НСК) двох (і більше) цілих чисел	- це таке найменше ціле число, що ділиться на кожне з даних чисел. НСК чисел a і b позначається $[a, b]$
8	Найбільший спільний дільник (НСД) двох (і більше) цілих чисел	- це таке найбільше ціле число, на яке ділиться кожне з даних чисел. НСД чисел a і b позначається (a, b)
9	Числа $a_1, a_2, \dots, a_n$ називаються взаємно простими	якщо $(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$
10	НСК чисел a і b	$[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$

11	Числова функція	- функція, що визначена при всіх натуральних значеннях аргумента
12	Функція $\tau(n)$	- визначена при всіх натуральних n і дорівнює кількості всіх натуральних дільників даного числа n . $\tau(n) = (k_1 + 1) \cdot (k_2 + 1) \cdot \dots \cdot (k_m + 1),$ k_i - кратність множника p_i ($i = \overline{1, m}$) в розкладі числа n на прості множники.
13	Функція $\sigma(n)$	- визначена при всіх натуральних n і дорівнює сумі всіх натуральних дільників даного числа n . $\sigma(n) = \frac{p_1^{k_1+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{k_2+1} - 1}{p_2 - 1} \cdot \dots \cdot \frac{p_m^{k_m+1} - 1}{p_m - 1}.$
14	Функція Ейлера $\varphi(n)$	- визначена при всіх натуральних n і дорівнює кількості всіх натуральних чисел взаємно простих з числом n , що не перевищують n . $\varphi(1) = 1$; $\varphi(n) = n \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{p_m}\right),$ де $p_1, p_2, \dots, p_m$ - прості дільники числа n .
15	Якщо p - просте	то $\tau(p) = 2$, $\sigma(p) = p + 1$, $\varphi(p) = p - 1$, $\varphi(p^k) = p^{k-1}(p - 1)$.
16	Якщо $(a, b) = 1$	то $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$
17	Функція $\pi(x)$	- визначена при всіх натуральних x і дорівнює кількості всіх простих натуральних чисел, що не перевищують x . Значення функції $\pi(x)$ знаходять безпосереднім підрахунком простих чисел
18	Для великих значень x	можна знайти наближене значення функції $\pi(x)$: $\pi(x) = \frac{x}{\ln x}$
19	Ціла частина дійсного числа	$[-100] = -100$; $[45,9] = 45$; $[-5,1] = -6$. Функція виділення цілої частини дійсного числа x повертає найбільше ціле число, яке не перевищує x : $[x] = N$; $x = N + q$; $N \in \mathbb{Z}$; $0 < q < 1$.
20	Дробова частина дійсного числа	$\{-100\} = 0$; $\{45,9\} = 0,9$; $\{-5,1\} = 0,9$. Функція виділення дробової частини дійсного числа x повертає різницю між числом x та його цілою частиною $[x]$: $\{x\} = x - [x] = q$; $0 < q < 1$.
21	Неперервні (ланцюгові) дроби	Нехай $\alpha \in \mathbb{R}$ і $q_0 = [\alpha]$, тоді $\alpha = q_0 + \frac{1}{\alpha_1}, \text{ де } \alpha_1 > 1.$ Аналогічно, $\alpha_1 = q_1 + \frac{1}{\alpha_2}$, де $\alpha_2 > 1$, $q_1 = [\alpha_1]$; $\alpha_2 = q_2 + \frac{1}{\alpha_3}, \text{ де } \alpha_3 > 1, q_2 = [\alpha_2]; \dots;$

		$\alpha_n = q_n + \frac{1}{\alpha_{n+1}}, \text{ де } \alpha_{n+1} > 1, q_n = [\alpha_n]; \dots$ Таким чином, $\alpha = q_0 + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \dots + \frac{1}{q_n + \dots}}}}$ $[q_0; q_1, q_2, q_3, \dots, q_n, \dots].$
22	Якщо α - раціональне число	то розклад α в ланцюговий дріб буде кінцевий.
23	Якщо α - ірраціональне число	то ланцюговий дріб – нескінченний.
24	Підхідні дроби	Підхідним k-м дробом до дробу $\frac{a}{b} = [q_0; q_1, q_2, q_3, \dots, q_n]$ називається дріб $\frac{P_k}{Q_k} = [q_0; q_1, q_2, q_3, \dots, q_k]$, де $k = \overline{0, n}$. $P_0 = q_0, \quad P_1 = q_1 \cdot q_0 + 1.$ $P_n = q_n \cdot P_{n-1} + P_{n-2}, \quad Q_n = q_n \cdot Q_{n-1} + Q_{n-2}$
25	$a \equiv b \pmod{m}$	Число a конгруентне числу b за модулем m , якщо $(a - b) : m$.
26	Закони рівностей, які виконуються для конгруенцій	1. Рефлексивність – $a \equiv a \pmod{m}$. 2. Симетричність – якщо $a \equiv b \pmod{m}$, то $b \equiv a \pmod{m}$. 3. Транзитивність – якщо $a \equiv b \pmod{m}$, та $b \equiv c \pmod{m}$, то $a \equiv c \pmod{m}$.
27	Властивості конгруенцій	1. Якщо $a \equiv b \pmod{m}$, то $\forall c \in \mathbb{Z}$ $a \pm c \equiv b \pm c \pmod{m},$ $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m},$ $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m \cdot c},$ $a \pm m \cdot c \equiv b \pmod{m},$ $a \equiv b \pm m \cdot c \pmod{m},$ $a^k \equiv b^k \pmod{m} \quad \forall k \in \mathbb{N}.$ 2. Якщо $a \equiv b \pmod{m}$ і $c \equiv d \pmod{m}$, то $a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$, $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$. 3. Якщо $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}$ і $(a \cdot c, m) = 1$, то $a \equiv b \pmod{m}$.
28	Теорема Ейлера	Якщо $(a, m) = 1$, то $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$.
29	Теорема Ферма	Якщо p просте число, то $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$
30	Клас лишків числа x за модулем m	$[x]_m = [x] = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \equiv x \pmod{m}\}$
31	Класи лишків за модулем m	$[0], [1], [2], \dots, [m-1]$

32	Повна система лишків за модулем m	Будь-які m чисел, які попарно неконгруентні за модулем m, складають повну систему лишків за цим модулем. $PSL_9 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$ $PSL_9 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\},$ $PSL_9 = \{-13, -3, -2, 0, 2, 3, 4, 8, 10\}.$ Перша ПСЛ складається з найменших невід'ємних лишків усіх класів, друга система – з абсолютно найменших лишків, третя – з довільних 9 чисел, узятих по одному з кожного класу.
33	Повною системою найменших невід'ємних лишків за даним модулем m	називається система чисел $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$.
34	Повною системою найменших по абсолютній величині недодатних лишків за даним модулем m	називається система чисел $\{-(m-1), -(m-2), \dots, -2, -1, 0\}$.
35	Повною системою абсолютно найменших лишків за даним модулем m	називається при m – непарному: система чисел $-\frac{m-1}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$ при m – парному: система чисел $-\frac{m}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{m}{2}-1$
36	Зведена система лишків	Система лишків, узятих по одному з кожного класу, взаємно простого з модулем, називається зведеною системою лишків. Будь-які $\varphi(m)$ чисел, попарно неконгруентні за модулем m та взаємно прості з модулем, створюють зведену систему лишків. $ZSL_8 = \{1, 3, 5, 7\} \cdot \varphi(8) = 4$
37	Конгруенція першого степеня $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$	1. Якщо $(a, m) = 1$, то конгруенція має єдиний розв'язок. 2. Якщо $(a, m) = d$, $d > 1$ і $b \nmid d$, то розв'язків немає. 3. Якщо $(a, m) = d$, $d > 1$ і $b \vdots d$, то конгруенція має d розв'язків. В цьому випадку треба розділити на d обидві частини конгруенції і модуль: $a \cdot x \equiv b \pmod{m} / : d$. Отримаємо $a_1 \cdot x \equiv b_1 \pmod{m_1}$, де $(a_1, m_1) = 1$. Ця конгруенція має єдиний розв'язок: $x \equiv x_0 \pmod{m_1}$. Тоді, розв'язки конгруенції $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ знаходимо за формулою: $x \equiv x_0 + m_1 \cdot k \pmod{m}$, де $k = \overline{0, d-1}$
38	Методи розв'язання конгруенцій першого степеня	1) За допомогою повної системи лишків за модулем m: $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$. 2) Використання властивостей конгруенцій. 3) Спосіб Ейлера: $x \equiv b \cdot a^{\varphi(m)-1} \pmod{m}$.

		4) Використання підхідних дробів. $x \equiv (-1)^n \cdot P_{n-1} \cdot b \pmod{m}$, де P_{n-1} - чисельник передостаннього підхідного дробу в розкладанні дробу $\frac{m}{a}$ в ланцюговий дріб.
39	Китайська теорема про залишки	Нехай $m_i (i = \overline{1, n})$ - попарно взаємно прості, тоді система конгруенцій $\begin{cases} x \equiv c_1 \pmod{m_1} \\ x \equiv c_2 \pmod{m_2} \\ \dots\dots\dots \\ x \equiv c_n \pmod{m_n} \end{cases}$ має єдиний розв'язок за модулем M: $x \equiv x_0 \pmod{M}$, де $M = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n, \quad x_0 = \sum_{i=1}^n M_i y_i c_i, \quad M_i = \frac{M}{m_i},$ $M_i y_i \equiv 1 \pmod{m_i}, \quad i = \overline{1, n}.$

ТЕОРІЯ МНОЖИН. ВІДНОШЕННЯ

1. Множини
2. Операції над множинами. Діаграми Ейлера-Венна
3. Властивості операцій над множинами
4. Еквівалентні множини
5. Потужність множини. Скінченні, зліченні і незліченні множини
6. Нечіткі множини
7. Алгебра множин
8. Декартовий добуток множин
9. Бинарне відношення між множинами. Обернене відношення
10. Відношення еквівалентності. Рівнопотужні множини
11. Відображення множин. Бієктивне відображення. Тотожне відображення. Обернене відображення
12. Функція. Композиція функцій

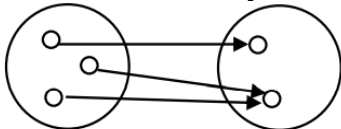
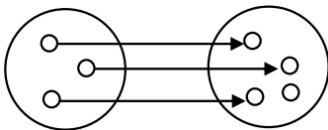
№	поняття	визначення, формули
1	Множина та елементи	Множина визначається як сукупність деяких об'єктів. Об'єкти називаються елементами великої кількості. Множини позначають великими латинськими літерами: $A, B, X, Y, \dots$. Елементи множини позначають прописними латинськими літерами: $a, b, x, y, \dots$
2	Способи задання множин	1. Словесний. Множина задається за допомогою опису характеристичних властивостей елементів. 2. Список усіх елементів множини. 3. Предикатний. Множина задається у вигляді: $\{x : P(x)\}$, де $P(x)$ - властивість елементів множини.
3	$a \in A$	елемент a належить множині A .
4	$p \notin A$	елемент p не належить множині A .
5	Підмножина	Якщо кожен елемент множини A входить у множину B , то A називається підмножиною множини B . Позначення: $A \subseteq B$ або $B \supseteq A$.
6	Власна підмножина	якщо $A \subseteq B$ і $A \neq B$, то A називається власною підмножиною множини B . Позначення: $A \subset B$. Для будь-якої множини A : $A \subseteq A$, $\emptyset \subseteq A$, $\emptyset \subseteq \emptyset$.
7	Множина натуральних чисел	- числа, що використовують для лічби предметів $N = \{1, 2, 3, \dots\}$.
8	Множина цілих чисел	- всі натуральні, їм протилежні числа і число 0. $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
9	Множина раціональних чисел	- кінцеві і нескінченні періодичні десяткові дробі. $Q = \left\{ \frac{m}{n} \right\}$, де $m \in Z$, $n \in N$.
10	Множина ірраціональних чисел	- нескінченні неперіодичні десяткові дробі.
11	Множина дійсних чисел	Множини раціональних і ірраціональних чисел разом складають множину дійсних чисел. Позначення: R .

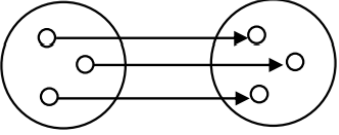
12	Множина комплексних чисел	$C = \{z : z = x + yi; x, y \in R, i^2 = -1\}$ $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C.$
13	Пуста множина	- множина, що не містить жодного елементу. Позначення: $\emptyset$.
14	Універсальна множина	- така множина, яка містить всі об'єкти і всі множини. Позначення: U .
15	Рівні множини	Дві множини A і B називаються рівними, якщо вони містять однакові елементи. $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ і $B \subseteq A.$
16	Буліан множини A (Джордж Буль)	Множину, елементами якої є всі підмножини множини A , називають буліаном множини A і позначають $B(A)$ або 2^U . Булеан множини $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ має 2^n різних підмножин.
17	Доповнення до множини A	- множина всіх елементів множини U , що не належать множині A . Позначення: $\overline{A}$. $x \in \overline{A} \Leftrightarrow x \notin A.$
18	Об'єднання множин A і B	- множина всіх елементів, що належать A або B . $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$
19	Перетин множин A і B	- множина всіх елементів, що належать і множині A , і множині B . $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$ A і B не перетинаються, якщо $A \cap B = \emptyset.$
20	Різниця	$A \setminus B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$
21	Симетрична різниця	$A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ або $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
22	Закони поглинання	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
23	Асоціативні закони	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
24	Комутативні закони	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
25	Дистрибутивні закони	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
26	Властивості $\emptyset$ і U	$A \cup \emptyset = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cap U = A$ $A \cup U = U$
27	Закон подвійного заперечення	$\overline{\overline{A}} = A$
28	Властивості доповнення	$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \emptyset$ $\overline{\overline{U}} = \emptyset$ $\overline{\emptyset} = U$
29	Закони де Моргана	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
30	Взаємно однозначна відповідність між множинами	Елементи множин A і B перебувають у взаємно однозначній відповідності, якщо кожному елементу $a \in A$ відповідає єдиний елемент $b \in B$ і, навпаки, кожен елемент $b \in B$ є зіставленим єдиному елементу $a \in A$.

31	Еквівалентні множини	Множини A і B називаються еквівалентними або рівнопотужними, якщо існує взаємно однозначна відповідність між множинами A і B . Позначення: $A \sim B$.
32	Потужність множини A	- кількість елементів множини A Позначення: $ A $ Будь-яка множина є або скінченною, або зліченною, або незліченною.
33	Скінченна множина	Множина називається скінченною, якщо вона складається із скінченного числа елементів. Множина, що не є скінченною, називається нескінченною.
34	Зліченна множина	Множина A еквівалентна множині N називається зліченною множиною. Будь-яку зліченну множину A можна подати у вигляді: $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$. Потужність зліченної множини позначають трансфітним числом $\aleph_0$ (алеф-нуль).
35	Незліченна множина	Нескінченні множини, не рівнопотужні множині натуральних чисел, називаються незліченими
36	Потужність незліченної множини	Теорема Кантора. Множина всіх дійсних чисел з інтервалу $(0,1)$ незліченна. Будь-яку множину, еквівалентну множині всіх дійсних чисел з інтервалу $(0,1)$ називають множиною потужності континуум.
37	Нечітка множина	Нечіткою множиною A в X називається сукупність впорядкованих пар $A = \{(x; \mu_A(x))\}$, де $x \in X$, $\mu_A(x)$ - міра належності елементу x до множини A $\mu_A : X \rightarrow M$, $M = [0;1]$, де 0 – нижча міра належності, 1 – вища міра належності.
38	Алгебра множин	Множина 2^U всіх підмножин універсальної множини U із заданими на ній чотирма операціями (об'єднання, перетину, різниці та доповнення) складає алгебру множин. Сімейство множин $\alpha \subset 2^U$ підмножин множини U називають алгеброю, якщо воно задовольняє такі властивості: 1) $\emptyset \in \alpha$; 2) якщо множина $A \in \alpha$, то і її доповнення $\bar{A} = U \setminus A \in \alpha$; 3) якщо множини $A, B \in \alpha$, то $A \cup B \in \alpha$ (тобто є замкненим відносно операцій об'єднання та доповнення).

ВІДНОШЕННЯ

N	поняття	визначення, формули
1	Декартовий добуток множин A і B	- множина впорядкованих пар (a, b) , де $a \in A$, $b \in B$ $A \times B = \{(a, b) a \in A, b \in B\}$
2	Декартовий добуток множин $A_1, A_2, \dots, A_n$	- множина впорядкованих наборів із n елементів $(a_1, a_2, \dots, a_n)$, де $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n$.

		$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) / a_i \in A_i, i = \overline{1, n}\}$
3	Декартовий квадрат множини A	$A^2 = A \times A = \{(a, b) / a, b \in A\}$
4	Декартовий добуток n -го степеня множини A	$A^n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) / a_i \in A, i = \overline{1, n}\}$
5	Бінарне відношення між множинами A і B	- підмножина ρ декартова добутку множин $A \times B$ $\rho \subset A \times B$
6	Бінарне відношення на множині A	$\rho \subset A \times A$ Якщо $\rho = \{(x, y) / x, y \in A\}$, то $x\rho y$
7	Обернене відношення	Для відношення $\rho = \{(x, y) / x, y \in A\}$ оберненим відношенням є відношення $\rho^{-1} = \{(y, x) / (x, y) \in \rho\}$ $x\rho y \Leftrightarrow y\rho^{-1}x$
8	Рефлексивне відношення	Бінарне відношення ρ на множині A називається рефлексивним, якщо $\forall x \in A \ x\rho x$, тобто $(x, x) \in \rho$ Бінарне відношення ρ на множині A називається нерефлексивним, якщо $\forall x \in A \ x \not\rho x$, тобто $(x, x) \notin \rho$
9	Симетричне відношення	Бінарне відношення ρ на множині A називається симетричним, якщо $\forall x, y \in A \ x\rho y \Leftrightarrow y\rho x$
10	Транзитивне відношення	Бінарне відношення ρ на множині A називається транзитивним, якщо $\forall x, y, z \in A \ x\rho y \wedge y\rho z \Rightarrow x\rho z$
11	Відношення еквівалентності	Бінарне відношення називається відношенням еквівалентності, якщо воно рефлексивне, симетричне і транзитивне.
12	Відображення множин	Відповідність f , при якій кожен елемент $x \in X$ має один і тільки один образ $y \in Y$ називається відображенням множини X на множину Y . $f: X \rightarrow Y$ Y називається образом X при відображенні f X називається прообразом Y
13	Сюр'єктивне відображення	Відображення f називається сюр'єктивним, якщо для кожного елемента $y \in Y$ існує прообраз 
14	Ін'єктивне відображення	Відображення f називається ін'єктивним, якщо $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ 
15	Бієктивне відображення	Відображення f називається бієктивним, якщо воно є сюр'єктивним і ін'єктивним.

	(взаємно однозначна відповідність)	
16	Тотожне відображення	Відображення $\varepsilon_A: A \rightarrow A$, яке ставить у відповідність кожному елементу множини A той самий елемент, тобто $\forall a \in A \ \varepsilon_A(a) = a$, називають тотожним відображенням.
17	Обернене відображення	Відображення $f^{-1}: B \rightarrow A$ називають оберненим до відображення $f: A \rightarrow B$, якщо $f \circ f^{-1} = \varepsilon_B$ і $f^{-1} \circ f = \varepsilon_A$. $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$ Відображення $f: A \rightarrow B$ має обернене відображення f^{-1} тоді і тільки тоді, коли f – бієкція.
18	Потужність множини	Якщо кінцева множина A містить n елементів, то n називається потужністю множини A . Позначення: $ A = n$
19	Рівнопотужні множини	Якщо між елементами множин A і B існує бієктивне відображення, то множини A і B називаються рівнопотужними. Відношення рівнопотужності є відношенням еквівалентності
20	Функція	Функцією називається бінарне відношення f , якщо із $xfy \wedge xfz \Rightarrow y = z$, тобто $(x, y) \in f \wedge (x, z) \in f \Rightarrow y = z$. Якщо f – функція, то замість $(x, y) \in f$ пишуть $y = f(x)$. $f: X \rightarrow Y \quad \forall x \in X \quad f(x) = y, y \in Y$.
21	Композиція функцій $F = g \circ f$	якщо $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$, то функція $F: X \rightarrow Z$: $\forall x \in X \quad F(x) = g(f(x))$, називається композицією функцій f і g .

МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА

1. Логічні операції, їх властивості
2. Тавтологія. Тотожні висловлювання
3. Бульові функції. Тотожно істина і тотожно хибна булева функція
4. Диз'юнктивні нормальні форми. Кон'юнктивні нормальні форми
5. Конституента одиниці. Конституента нуля
6. Досконала нормальна форма
7. Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДДНФ
8. Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДКНФ
9. Алгебра Жегалкіна
10. Лінійність булевої функції. Самодвоїста булева функція. Монотонність булевої функції
11. Булева функція зберігає константу одиницю. Булева функція зберігає константу нуля
12. Повні системи функцій. Теорема про функціональну повноту

назва операції	означає	позначення
Заперечення (інверсія)	не	$\neg$
Кон'юнкція	і, логічне множення	$\wedge$
Диз'юнкція	або, логічне додавання	$\vee$
Імплікація	якщо ... то	$\rightarrow$
Еквівалентність	тоді і тільки тоді	$\leftrightarrow$
Штрих Шеффера	антикон'юнкція (інверсія кон'юнкції)	$\mid \quad (\overline{\wedge})$
Стрілка Пірса	антидиз'юнкція	$\downarrow \quad (\overline{\vee})$
Сума за модулем 2	антиеквівалентність (нерівносильність)	$\oplus \quad (\overline{\leftrightarrow})$

Таблиця істинності логічних операцій

X	Y	$\overline{X}$	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$X \rightarrow Y$	$X \leftrightarrow Y$	$X \mid Y$	$X \downarrow Y$	$X \oplus Y$	
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	
1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	

Елементарні булеві функції однієї змінної

x	φ_0	φ_1	φ_2	φ_3
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1
операція	0	x	$\overline{x}$	1

Елементарні булеві функції двох змінних

x_1	x_2	ψ_0	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	ψ_6	ψ_7	ψ_8	ψ_9	ψ_{10}	ψ_{11}	ψ_{12}	ψ_{13}	ψ_{14}	ψ_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
операція	0	$\wedge$	$\leftarrow$	x_1	$\overline{x_1}$ $\wedge$ x_2	x_2	$\oplus$	$\vee$	$\downarrow$	$\leftrightarrow$ $\sim$	$\overline{x_2}$	x_1 $\vee$ $\overline{x_2}$	$\overline{x_1}$	$\rightarrow$	$ $	1	

№	поняття	визначення, формули
1	Формули алгебри висловлень	Будемо називати висловлення простим (елементарним), якщо його неможливо розкласти на більш дрібні. До них відносяться висловлення, що не містять логічних зв'язувань. Складним (складеним) називається висловлення, складене з простих за допомогою логічних зв'язувань.
2	Пріоритет логічних операцій в формулі алгебри висловлень	1) заперечення; 2) кон'юнкція; 3) диз'юнкція; 4) імплікація та еквівалентність. Операції одного пріоритету виконуються зліва направо.
3	Тавтологія (закон алгебри висловлень або тотожно істинна формула)	Формулу алгебри висловлень називають тавтологією, якщо вона на всіх наборах набуває значення 1
4	Тотожні висловлювання	Якщо значення складних висловлювань співпадають на всіх можливих наборах змінних, які в них входять, то такі висловлювання називаються рівносильними, тотожними, еквівалентними.
5	Приклади тавтологій	- Самопоглинання $X \vee X \leftrightarrow X$ $X \wedge X \leftrightarrow X$ - Комутативність $X \vee Y \leftrightarrow Y \vee X$ $X \wedge Y \leftrightarrow Y \wedge X$ - Асоціативність $X \vee (Y \vee Z) \leftrightarrow (X \vee Y) \vee Z$ $X \wedge (Y \wedge Z) \leftrightarrow (X \wedge Y) \wedge Z$ - Дистрибутивність $X \vee (Y \wedge Z) \leftrightarrow (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$ $X \wedge (Y \vee Z) \leftrightarrow (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z)$ - Подвійне заперечення $X \leftrightarrow \overline{\overline{X}}$ - Закони де Моргана $\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow \overline{X} \vee \overline{Y}$ $\overline{X \vee Y} \leftrightarrow \overline{X} \wedge \overline{Y}$ - Склеювання $(X \vee Y) \wedge (X \vee \overline{Y}) \leftrightarrow X$ $(X \wedge Y) \vee (X \wedge \overline{Y}) \leftrightarrow X$

		8. Поглинання $X \vee (X \wedge Y) \leftrightarrow X$ $X \wedge (X \vee Y) \leftrightarrow X$ 9. Дії з логічними константами 0 і 1 $X \vee 0 \leftrightarrow X$ $X \vee 1 \leftrightarrow 1$ $X \vee \bar{X} \leftrightarrow 1$ $X \wedge 0 \leftrightarrow 0$ $X \wedge 1 \leftrightarrow X$ $X \wedge \bar{X} \leftrightarrow 0$ 10. Тотожність $X \leftrightarrow X$ 11. Виключення суперечності $\overline{X \wedge \bar{X}} \leftrightarrow 1$ 12. Контрапозиція $(X \rightarrow Y) \leftrightarrow (\bar{Y} \rightarrow \bar{X})$ 13. Ланцюговий висновок $((X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow Z)) \leftrightarrow (X \rightarrow Z)$ 14. Протилежність $(X \leftrightarrow Y) \leftrightarrow (\bar{X} \leftrightarrow \bar{Y})$ 15. Правило висновку (Modus ponens) $X \wedge (X \rightarrow Y) \rightarrow Y$
6	Булева функція	це функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, що приймає одне з двох значень 0 або 1, від n змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, кожна з яких приймає одне з двох значень 0 або 1. Кожна булева функція зображується формулою алгебри висловлень, яка містить символи не більше, ніж трьох логічних операцій: кон'юнкції, диз'юнкції і заперечення.
7	Тотожно істина і тотожно хибна булева функція	Булева функція називається тотожно істиною (або константою 1) відповідно тотожно хибною (або константою 0), якщо для довільних значень своїх аргументів вона приймає значення 1 відповідно 0. Формула, яка визначає тотожно істину булеву функцію називається тавтологією, відповідно, тотожно хибну – протиріччям. Очевидно, що заперечення протиріччя є тавтологією і навпаки. Тавтології називають також законами логіки.
8	Елементарна диз'юнкція (кон'юнкція)	- диз'юнкція (кон'юнкція) скінченного числа попарно різних логічних змінних, взятих із запереченням або без нього.
9	Диз'юнктивна (кон'юнктивна) нормальна форма (ДНФ, КНФ)	- диз'юнкція (кон'юнкція) скінченного числа попарно різних елементарних кон'юнкцій (диз'юнкцій).
10	Конституента одиниці	Елементарна кон'юнкція $x_1^{\sigma_1} \wedge x_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge x_n^{\sigma_n}$ називається конституентою одиниці функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, якщо $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 1$
11	Конституента нуля	Елементарна диз'юнкція $\bar{x}_1^{\sigma_1} \vee \bar{x}_2^{\sigma_2} \vee \dots \vee \bar{x}_n^{\sigma_n}$ називається конституентою нуля функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, якщо $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 0$
12	Досконала диз'юнктивна нормальна форма (ДДНФ)	- формула, що представлена у вигляді диз'юнкції конституент одиниці даної функції
13	Досконала кон'юнктивна	- формула, що представлена у вигляді кон'юнкції конституент нуля даної функції

	нормальна форма (ДКНФ)																
14	Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДДНФ	1. Знайти всі інтерпретації $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, на яких значення функції дорівнює 1. 2. Записати конституенти одиниці: $x_1^{\sigma_1} \wedge x_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge x_n^{\sigma_n}.$ 3. Записати ДДНФ: за допомогою операції диз'юнкції об'єднати записанні конституенти одиниці.															
15	Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДКНФ	1. Знайти всі інтерпретації $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, на яких значення функції дорівнює 0. 2. Записати конституенти нуля: $\bar{x}_1^{\bar{\sigma}_1} \vee \bar{x}_2^{\bar{\sigma}_2} \vee \dots \vee \bar{x}_n^{\bar{\sigma}_n}.$ 3. Записати ДКНФ: за допомогою операції кон'юнкції об'єднати записанні конституенти нуля.															
16	Алгебра Жегалкіна $(B, \wedge, \oplus, 0, 1)$	алгебра булевих функцій утворених за допомогою: множини $B = \{0, 1\}$ і операцій: кон'юнкція $\wedge$, сума за модулем два $\oplus$ і константами 0 і 1.															
17	властивості	1. $x \oplus y = y \oplus x$ 2. $x \oplus x = 0$ 3. $x \oplus 0 = x$ 4. $x \oplus 1 = \bar{x}$ 5. $x(y \oplus z) = xy \oplus xz$ Доведення властивостей 2-4 за допомогою таблиці істинності: <table><tr><td>x</td><td>$x \oplus x$</td><td>$x \oplus 0$</td><td>$x \oplus 1$</td><td>$\bar{x}$</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table> 6. $x \rightarrow y = xy \oplus x \oplus 1$ 7. $x \leftrightarrow y = x \oplus y \oplus 1$ 8. $x \vee y = xy \oplus x \oplus y$ Доведення властивостей 6-8 – за допомогою властивостей 1-5	x	$x \oplus x$	$x \oplus 0$	$x \oplus 1$	$\bar{x}$	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
x	$x \oplus x$	$x \oplus 0$	$x \oplus 1$	$\bar{x}$													
0	0	0	1	1													
1	0	1	0	0													
18	Самодвоїста булева функція	Булева функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається самодвоїстою, якщо $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{f}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$															
19	Лінійність булевої функції	Булева функція називається лінійною, якщо вона подається поліномом Жегалкіна першого степеня, тобто її поліном Жигалкіна не містить кон'юнкцій змінних.															
20	Булева функція зберігає константу нуль	Булева функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається функцією, що зберігає константу нуль, якщо $f(0, 0, \dots, 0) = 0$.															
21	Булева функція зберігає константу одиницю	Булева функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається функцією, що зберігає константу одиницю, якщо $f(1, 1, \dots, 1) = 1$.															
22	Монотонність булевої функції	Булева функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається монотонною, якщо $\forall (a_1, a_2, \dots, a_n)$ і $(b_1, b_2, \dots, b_n): a_i \leq b_i (i = \overline{1, n})$ виконується $f(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq f(b_1, b_2, \dots, b_n)$.															

23	Повна система функцій	Система функцій $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ називається повною, якщо будь-яка інша функція може бути представлена як суперпозиція цих функцій.
24	Теорема про функціональну повноту (Поста – Яблонського)	Для того, щоб система булевих функцій була повною, необхідно і достатньо, щоб вона містила хоча б одну функцію, яка не зберігає константу нуль, хоча б одну функцію, яка не зберігає константу одиницю, хоча б одну несамоодвоїсту функцію, хоча б одну немонотонну функцію і хоча б одну нелінійну функцію.

АЛГЕБРАЇЧНІ СТРУКТУРИ

1. Бінарна алгебраїчна операція
2. Групи. Абелева група. Адитивна група. Мультиплікативна група.
3. Підгрупи
4. Порядок групи
5. Порядок елемента групи
6. Циклічна група
7. Група підстановок. Порядок групи підстановок
8. Порядок підстановки. Парні і непарні підстановки
9. Група парних підстановок
10. Кільце. Підкільце. Поле
11. Поля Галуа
12. Кільце многочленів

N	поняття	визначення, формули
1	Бінарна Алгебраїчна Операція (БАО)	На непорожній множині M задана БАО $*$, якщо кожній впорядкованій парі (a, b) елементів із M ставиться у відповідність однозначно визначений елемент c із M . $(M, *) \quad *: M \times M \rightarrow M$ $\forall a, b \in M \quad \exists c \in M : (a, b) \xrightarrow{*} c$
2	Властивості БАО	1. Всюдувизначеність (можна застосувати до будь-якої пари елементів) 2. Однозначність (будь-якій парі елементів $a, b \in M$ відповідає лише один елемент $c \in M$) 3. Замкнутість (елемент $c \in M$)
3	Асоціативний закон	БАО $*$ називається асоціативною на M , якщо $\forall a, b, c \in M$ $(a * b) * c = a * (b * c)$
4	Комутативний закон	БАО $*$ називається комутативною на M , якщо $\forall a, b \in M$ $a * b = b * a$
5	нейтральний елемент	Елемент e називається нейтральним на множині M відносно операції $*$, якщо $\forall a \in M \quad a * e = e * a = a$
6	протилежний (обернений) елемент	Елемент $b \in M$ називається оберненим до елементу $a \in M$ відносно операції $*$, якщо $a * b = b * a = e$. a^{-1} - позначення оберненого елемента до елементу a
7	Група	Непуста множина G з визначеною на ній БАО $*$ називається групою $(G, *)$, якщо 1. $*$ асоціативна 2. $\exists e \in G : \forall a \in G \quad a * e = e * a = a$ 3. $\forall a \in G \quad \exists a^{-1} \in G : a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$
8	Абелева група	Група $(G, *)$ називається абелевою, якщо БАО $*$ - комутативна.
9	Адитивна група	Група називається адитивною, якщо БАО – додавання. $(G, +)$

10	Мультиплікативна група	Група називається мультиплікативною, якщо БАО – множення. $(G, \cdot)$
11	Порядок групи $ G $	якщо у групі кінцева кількість елементів, то група називається скінченною. Кількість елементів скінченної групи G називається порядком групи
12	Порядок елемента a групи G $\rho(a) = n$	Найменше натуральне число n : $a^n = a * a * \dots * a = e$ $n \text{ times}$
13	Циклічна група $G = \langle a \rangle$	$G = \{a^n / n \in \mathbb{Z}\}$
14	Підгрупа	Непуста підмножина H множини G називається підгрупою групи $(G, *)$, якщо $(H, *)$ є групою
15	Критерій підгрупи	Непуста підмножина H множини G називається підгрупою групи $(G, *) \Leftrightarrow \forall a, b \in H \quad a * b^{-1} \in H$
16	Підстановка степеня n	Нехай $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, тоді бієктивне відображення $\sigma : M \rightarrow M$ називається підстановкою степеня n . Позначають $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}$, де $\alpha_i = \sigma(i)$, $i = \overline{1, n}$
17	Множина підстановок степеня n	позначають S_n
18	Композиція двох підстановок	$\forall \tau, \sigma \in S_n \quad (\tau \circ \sigma)(i) = \tau(\sigma(i)), i = \overline{1, n}$
19	Композиція двох підстановок не є комутативною	$\forall \tau, \sigma \in S_n \quad \tau \circ \sigma \neq \sigma \circ \tau$
20	Композиція двох підстановок є асоціативною	$\forall \tau, \sigma, \pi \in S_n \quad (\tau \circ \sigma) \circ \pi = \tau \circ (\sigma \circ \pi)$
21	Тотожна підстановка	$id = e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{pmatrix} \in S_n$. $\forall \sigma \in S_n \quad \sigma \circ e = e \circ \sigma = \sigma$
22	Обернена підстановка	Оберненою до підстановки $\sigma \in S_n$ називається така підстановка $\sigma^{-1} \in S_n$, що $\sigma \circ \sigma^{-1} = \sigma^{-1} \circ \sigma = e$.
23	Група підстановок $(S_n, \circ)$	Множина S_n підстановок степеня n утворює групу відносно операції «композиція підстановок»
24	Порядок групи підстановок степеня n	$ S_n = n!$
25	Інверсія	Елементи α_i і α_j підстановки $\sigma \in S_n$ утворюють інверсію, якщо $\alpha_i > \alpha_j$, при умові що $i < j$

26	Кількість всіх інверсій підстановки	позначають $V(\sigma)$
27	Порядок підстановки	$r(\sigma) = (-1)^{V(\sigma)}$
28	Парні і непарні підстановки	Підстановка σ називається парною, якщо $r(\sigma) = 1$. Підстановка σ називається непарною, якщо $r(\sigma) = -1$. $A_n = \{\sigma \in S_n : r(\sigma) = 1\}$, $B_n = \{\sigma \in S_n : r(\sigma) = -1\}$. $A_n \cup B_n = S_n$
29	Група парних підстановок $(A_n, \circ)$	Множина парних підстановок A_n відносно композиції підстановок є підгрупою групи $(S_n, \circ)$
30	Порядок групи парних підстановок степеня n	$ A_n = \frac{n!}{2}$
31	Кільце $(R, +, \cdot)$	Непуста множина R , з визначеними на ній двома БАО – додавання і множення, називається кільцем, якщо 1. $(R, +)$ - абелева група 2. Множення в R асоціативно $\forall a, b, c \in R \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ 3. В R множення дистрибутивно відносно додавання $\forall a, b, c \in R \quad a \cdot (b + c) = ab + ac$
32	Підкільце	Непуста підмножина L множини R називається підкільцем кільця $(R, +, \cdot)$, якщо $(L, +, \cdot)$ є кільцем.
33	Кільце з одиницею	якщо в кільці $(R, +, \cdot)$ є нейтральний елемент відносно множення, то R називається кільцем з одиницею
34	Поле	Непуста множина P , на якій задані дві БАО – додавання і множення, називається полем, якщо 1. $(P, +)$ - абелева група 2. $(P \setminus 0, \cdot)$ - абелева група 3. $\forall a, b, c \in P \quad a \cdot (b + c) = ab + ac$
35	Поле Галуа Galois field GF_q	Кінцева множина із q елементів GF_q , замкнена по відношенню до двох заданих на ній операцій: додавання $(a + b)$ і множення $(a \cdot b)$, називається полем Галуа, якщо 1. $\exists 0, 1 \in GF_q : \forall a \in GF_q \quad a + 0 = a, a \cdot 1 = a$. 2. $\forall a \in GF_q \quad \exists -a, a^{-1} \in GF_q : a + (-a) = 0, a \cdot a^{-1} = 1$. 3. $\forall a, b, c \in GF_q$ $(a + b) + c = a + (b + c),$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c),$ $a \cdot (b + c) = ab + ac, \quad a + b = b + a$. 4. Результатом додавання або множення двох елементів із GF_q є третій елемент із тієї ж множини GF_q (q – порядок поля Галуа GF_q) $GF_q = \{0, 1, 2, \dots, q - 1\}$

36	Додавання і множення в GF_q	Результат операції в GF_q - остача від ділення отриманного результату на q
37	Кільце многочленів $GF_q[x]/p(x)$	$GF_q[x]/p(x)$ складається із всіх многочленів від змінної x з коефіцієнтами із поля Галуа GF_q
38	Добуток многочленів $a(x)$ і $b(x)$ в кільці $GF_q[x]/p(x)$	- остача від ділення $a(x) \cdot b(x)$ на $p(x)$

ТЕОРІЯ ГРАФІВ

1. Графи. Основні види графів. Орграф, неорієнтований граф, звичайний граф, мультиграф, псевдограф, повний граф, планарний граф.
2. Способи завдання графів
3. Матриці інцидентцій та суміжності
4. Степень вершини неорієнтованого графа. Ізольована вершина. Висяча вершина
5. Півстепень вершини орграфа
6. Підграф. Основний підграф
7. Ізоморфізм графів
8. Маршрут. Простий маршрут. Шлях. Ланцюг. Цикл і контур
9. Зв'язність графів. Зв'язні компоненти графа. Цикломатичне число графа G . Міст. Точка зчеплення. Формула Ейлера
10. Відстань між двома вершинами графа. Ексцентриситет вершини x . Діаметр графа. Радіус графа. Центральна і периферійна вершини. Центр графа
11. Ейлерів ланцюг. Ейлерів граф
12. Гамільтонів ланцюг. Гамільтонів граф
13. Дерево. Ліс
14. Транспортні мережі. Обчислення повного потоку в транспортній мережі

№	поняття	визначення, формули
1	Кінцевий неорієнтований граф $G(X, U)$	задається за допомогою: 1) множини вершин графа $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$; 2) множини ребер графа U Число вершин графа: $ X = n$. Число ребер: $ U = m$
2	Мультиграф	Якщо одну пару вершин з'єднує декілька ребер, то граф називається мультиграфом.
3	Кратні ребра	Ребра, які з'єднують одну пару вершин, називаються кратними.
4	Петля	Якщо початок і кінець ребра знаходяться в одній точці, то таке ребро називається петлею.
5	Основні види графів	1) порожній граф (або 0-граф) ($X = \emptyset$); 2) неорієнтований граф; 3) звичайний граф (неорієнтований без кратних ребер і без петель); 4) орієнтований граф (усі ребра — дуги); 5) мультиграф (допустимими є кратні ребра); 6) псевдограф (граф, який містить хоча б одну петлю); 7) повний граф — граф, кожна пара вершин з'єднана ребром (граф, який містить усі ребра); 8) планарний граф - граф, який може бути зображений на площині без перетину ребер.
6	Інцидентність ребра і вершини	Якщо ребро $u = (x, y)$ з'єднує вершини графа x і y , то ребро u і вершина x називаються інцидентними.
7	Суміжність	Якщо ребро $u = (x, y)$ з'єднує вершини x і y , то вершини x і y є суміжними.

		Два ребра називаються суміжними, якщо вони мають спільну вершину.
8	Степень вершини неорієнтованого графа	Степеном $\delta(x)$ вершини x називається кількість ребер, інцидентних вершині x . Позначається $\deg(x)$ або $\delta(x)$. Для повного n -вершинного графа K_n : $\delta(x) = n - 1$.
9	Ізольована вершина Висяча вершина	Вершина степеня 0 називається ізольованою, а вершина степеня 1 – кінцевою (або висячою) вершиною.
10	Півстепень вершини орграфа	$\delta_+(x)$ - кількість дуг, які входять у вершину x . $\delta_-(x)$ - кількість дуг, які виходять із вершини x
11	Способи завдання графів	1. Задати множини вершин і множини ребер за допомогою переліку їх елементів 2. Графічна інтерпретація (діаграма) 3. Матриця суміжності 4. Матриця інцидентності
12	Матриця суміжності неорієнтованого графа або орграфа	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & (x_i, x_j) \in U \\ 0, & (x_i, x_j) \notin U \end{cases}$ $a_{ij} = k$, де k - кратність ребра (дуги) (x_i, x_j)
13	Матриця інцидентності неорієнтованого графа	$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{вершина } x_i \text{ інцидентна ребру } u_j \\ 0, & \text{вершина } x_i \text{ не інцидентна ребру } u_j \end{cases}$
14	Матриця інцидентності орграфа	$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{в вершину } x_i \text{ заходить дуга } u_j \\ -1, & \text{із вершини } x_i \text{ виходить дуга } u_j \\ 0, & \text{вершина } x_i \text{ і дуга } u_j \text{ не інцидентні} \end{cases}$
15	Ізоморфізм графів	Ізоморфізм графів — це бієкція (взаємно-однозначна відповідність) множин вершин графів, яка зберігає суміжність вершин. Тобто графи $G_1 = (X_1, U_1)$ і $G_2 = (X_2, U_2)$ називаються ізоморфними, якщо існує така взаємно однозначна відповідність: будь-які дві вершини графа G_1 суміжні $\Leftrightarrow$ відповідні вершини графа G_2 теж суміжні. Ізоморфізм графів є відношенням еквівалентності.
16	Маршрут	Послідовність вершин та ребер неорієнтованого графа $G(X, U)$ $x_0 u_1 x_1 u_2 x_2 \dots x_{n-1} u_n x_n$, де ребро u_i з'єднує вершини x_{i-1} і x_i , називається маршрутом
17	Простий маршрут	Маршрут називається простим, якщо вершини у ньому не повторюються (крім, можливо першої та останньої).
18	Шлях	Якщо усі ребра маршруту є дугами, то маршрут називається шляхом
19	Ланцюг	Якщо усі ребра у маршруті є різними, то маршрут називається ланцюгом
20	Цикл і контур	Замкнений ланцюг називається циклом. Орієнтований цикл називається контуром.

21	Підграф	Граф $G_1 = (X_1, U_1)$ називається підграфом графа $G(X, U)$, якщо $X_1 \subseteq X$ і $U_1 \subseteq U$.
22	Основний підграф	Граф $G_1 = (X_1, U_1)$ називається основним підграфом графа $G(X, U)$, якщо $X_1 = X$ і $U_1 \subseteq U$.
23	Зв'язний граф	— це граф, усі вершини якого зв'язні між собою. Вершини неорієнтованого графа $G(X, U)$ називаються зв'язними, якщо можна побудувати ланцюг, який їх з'єднує. При цьому вершина вважається зв'язною із самою собою.
24	Зв'язні компоненти графа	Якщо $G_1 = (X_1, U_1)$, $G_2 = (X_2, U_2)$, ..., $G_p = (X_p, U_p)$ - зв'язні підграфи графа $G(X, U)$, що попарно не перетинаються і $G = G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_p$. Тоді ці підграфи називаються зв'язними компонентами графа $G(X, U)$. p - кількість компонент зв'язності графа. Для зв'язного графа $p = 1$, для не зв'язного - $p \geq 2$
25	Цикломатичне число графа G	$\lambda(G) = m - n + p$
26	Міст	Міст – ребро графа, видалення якого збільшує кількість компонент зв'язності. Усі інші ребра – циклові.
27	Точка зчеплення	Точка зчеплення (шарнір) – вершина графа, видалення якої збільшує кількість компонент зв'язності.
28	Формула Ейлера	Якщо плоский граф є зв'язним, то кількість його вершин v і граней f на два більше, ніж кількість його ребер e . $ v + f = e + 2$. Якщо граф не є зв'язний, то $ v + f = e + 1 + k$, де k – кількість компонент зв'язності графа.
29	Відстань між двома вершинами графа	Відстань $d(x, y)$ між будь-якими двома вершинами x і y зв'язного графа – це найкоротший маршрут, який дорівнює кількості ребер у маршруті.
30	Ексцентриситет вершини x	- відстань від даної вершини до найвіддаленішої вершини. $e(x) = r(x) = \max_y d(x, y)$
31	Діаметр графа G	$d(G) = \max_{x, y} d(x, y)$ найбільший ексцентриситет серед ексцентриситетів всіх вершин даного графа G
32	Радіус графа G	$r(G) = \min_x r(x) = \min_x \max_y d(x, y)$ найменший ексцентриситет серед ексцентриситетів всіх вершин даного графа G
33	Центральна і периферійна вершини	Якщо ексцентриситет вершини u графа G тотожний $r(G)$, тобто $e(u) = r(G)$ - така вершина називається центральною. Якщо ексцентриситет вершини u графа G тотожний $d(G)$, тобто $e(u) = d(G)$ - така вершина називається периферійною.
34	Центр графа	– множина центральних вершин, тобто вершин з мінімальним ексцентриситетом.
35	Ейлерів ланцюг	– маршрут, що містить всі ребра по одному разу.

36	Ейлерів граф	- граф, що містить Ейлерів цикл. Ейлерів цикл – простий цикл, який містить всі ребра графа по одному разу. Теорема Ейлера. Для зв'язного графа G наступні три твердження є еквівалентні: 1. G – ейлерів граф (мультиграф і зв'язний). 2. Степінь кожної з вершин графа G є парною. 3. Множина ребер графа G розпадається в об'єднання циклів, що попарно не перетинаються. Тобто в них немає спільних ребер. Хоча можуть бути спільні вершини.
37	Критерій графа Ейлера	ступень вершин має бути парною, щоб граф був Ейлеровим
38	Гамільтонів ланцюг	– маршрут, що містить всі вершини по одному разу.
39	Гамільтонів граф	Гамільтонів граф – граф, що містить Гамільтонів цикл. Гамільтонів цикл – простий цикл, який містить всі вершини графа і оскільки простий, то повторення вершин – відсутні.
40	Дерево	це зв'язний ациклічний (без циклів) граф. Наступні твердження про граф G є еквівалентними: 1) G – дерево 2) Будь-які дві вершини в G з'єднані рівно одним простим ланцюгом 3) G – зв'язний граф, кожне ребро якого — міст.
41	Ліс	– незв'язний неорієнтований граф без циклів, а зв'язані компоненти лісу – є деревами. Наступні твердження про граф G є еквівалентними: 1) G – ліс 2) G не містить простих циклів 3) Всі ланцюги в G – прості.
42	Транспортна мережа	Транспортна мережа – це оргграф $G(X, U)$, в якому 1) кожній дузі поставлено у відповідність невід'ємне число $c(u)$ 2) $c(u)$ називається пропускною здатністю дуги 3) Вершина s – джерело, вершина t – сток. U_x^+ - множина всіх дуг, які входять в вершину x, U_x^- - множина всіх дуг, які виходять із вершини x. Для вершин s і t: $U_s^+ = U_t^- = 0$
43	Потік дуги транспортної мережі	Функція $\varphi(u)$ називається потоком дуги $u \in U$, якщо (1) $\varphi(u) \geq 0, \quad u \in U$; (2) $\sum_{u \in U_x^+} \varphi(u) - \sum_{u \in U_x^-} \varphi(u) = 0, \quad x \in U, x \neq s, x \neq t$; (3) $\varphi(u) \leq c(u)$
44	Величина потоку Φ транспортної мережі	$\Phi = \sum_{u \in U_t^+} \varphi(u) = \sum_{u \in U_s^-} \varphi(u)$ Φ дорівнює сумі потоків всіх дуг, які заходять в вершину t і дорівнює сумі потоків всіх дуг, що виходять із вершини s.

