

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра інформаційних технологій

ДОВІДНИК З ФІЗИКИ

Горбачов В.Е.

для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії
та комп'ютерних наук усіх спеціальностей

Одеса 2025

Затверджено Вченою Радою Міжнародного гуманітарного університету
(протокол № 8 від 28.12.2025 р.)

Горбачов В.Е.

Фізика: Довідник з фізики для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук усіх спеціальностей [Електронне видання]. / Горбачов В.Е. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. Одеса, 2025. – 120 с.

Довідник з фізики розроблено відповідно до навчального плану. В довіднику містяться практично усі формули, які входять до загального курсу з фізики, дещо більш докладно надані формули з розділу «Електромагнетизм». В кінці довідника наведені деякі відомості з математики, що необхідні для розв'язання більшості задач, а також значення найбільш часто використовуваних фізичних сталих. Матеріали призначено для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук Міжнародного гуманітарного університету усіх спеціальностей.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
I. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ	5
1.1 Елементи кінематики	5
1.2 Динаміка матеріальної точки й поступального руху твердого тіла ..	6
1.3 Робота й енергія.....	6
1.4 Механіка обертального руху твердого тіла	7
1.5 Тяжіння. Елементи теорії поля	9
1.6 Елементи спеціальної теорії відносності	10
II. ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ Й ТЕРМОДИНАМІКИ	11
2.1 Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів.....	11
2.2 Основи термодинаміки.....	14
III. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	16
3.1 Електростатика	16
3.2 Постійний електричний струм.....	21
3.3 Термоелектрорушійна сила й термоелектронна емісія	24
3.4 Магнітне поле	24
3.5 Електромагнітна індукція	27
3.6 Магнітні властивості речовини	29
3.7 Основи електромагнітної теорії Максвелла.....	29
IV. КОЛИВАННЯ Й ХВИЛІ	30
4.1 Механічні й електромагнітні коливання	30
4.2 Пружні хвилі.....	35
4.3 Електромагнітні хвилі	36
V. ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ І ВОЛНОВОЇ ОПТИКИ	37
5.1 Геометрична оптика	37
5.2 Фотометрія.....	38
5.3 Інтерференція світла	39
5.4 Дифракція світла	40
5.5 Взаємодія електромагнітних хвиль із речовиною	40
5.6 Поляризація світла	41
5.7 Квантова природа світла. Закони теплового випромінювання.....	42
VI. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ АТОМІВ, МОЛЕКУЛ ТВЕРДИХ ТІЛ.....	44
6.1 Теорія атомів водню за Бором	44
6.2 Елементи квантової механіки	45
6.3 Елементи сучасної фізики атомів і молекул	47
6.4 Елементи квантової статистики.....	49

6.5 Елементи фізики твердого тіла.....	49
ДОДАТОК 1	55
ДОДАТОК 2	58

ВСТУП

Фізика – це наука, яка вивчає найбільш загальні властивості руху матерії у вигляді речовини і поля та відповідні їм найбільш загальні закони природи. Описані фундаментальні форми руху матерії (механічна, теплова, електрична, магнітна та інші) є складовими більш складних форм руху матерії, тому фізика є підґрунтям для інших наук. Фізика – база для створення нових галузей техніки – фундаментальна основа підготовки інженера.

Довідник, що пропонується, призначається для систематизації та швидкого відновлення в пам'яті одержаних раніше знань з фізики, достатніх для розв'язання фізичних задач з широкого кола тем. У ньому містяться практично усі формули, які входять до загального курсу з фізики. Дещо більш докладно надані формули з розділів «Електромагнетизм», «Коливання та хвилі», «Фізика твердого тіла», що є дуже важливими для студентів та інженерів, які працюють у ІТ-галузі.

В кінці довідника наведені деякі відомості з математики, що необхідні для розв'язання більшості задач, а також значення найбільш часто використовуваних фізичних сталих.

I ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

1.1 Елементи кінематики

Швидкість матеріальної точки

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де $\Delta \mathbf{r}$ – елементарне переміщення точки за проміжок часу Δt ; $\mathbf{r}$ – радіус-вектор точки.

Прискорення матеріальної точки

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

Повне прискорення при криволінійному русі

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

де $a_\tau = \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t}$ – тангенційна складова прискорення; $a_n = \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$ – нормальна складова прискорення (r – радіус кривизни траєкторії в даній точці).

Швидкість і шлях для рівнозмінного руху

$$v = v_0 \pm at; \quad s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2},$$

де v_0 – початкова швидкість.

Кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

де $d\varphi$ – кут обороту за час Δt .

Кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Кутова швидкість для рівномірного обертального руху

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

де T – період обертання; n – частота обертання.

Кутова швидкість й кут повороту для рівнозмінного обертального руху

$$\omega = \omega_0 t \pm \varepsilon t; \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

де ω_0 – початкова кутова швидкість.

Зв'язок між лінійними й кутовими величинами

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega; \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R,$$

де R – відстань до осі обертання.

1.2 Динаміка матеріальної точки й поступального руху твердого тіла

Імпульс (кількість руху) матеріальної точки

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Другий закон Ньютона (основне рівняння динаміки матеріальної точки)

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}; \quad \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}.$$

Це ж рівняння в проекціях на дотичну й нормаль до траєкторії точки

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv_\tau}{dt}; \quad F_n = ma_n = m \frac{dv_n}{dt} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Сила тертя ковзання

$$F_{\text{тр}} = fN,$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску.

Закон збереження імпульсу для замкненої системи

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const},$$

де n – число матеріальних точок (або тіл), що входять у систему.

1.3 Робота й енергія

Робота, учинювана постійною силою

$$dA = F_s ds = F ds \cos \alpha,$$

де F_s – проекція сили на напрямок переміщення; ds – елементарний шлях; α – кут між напрямками сили й переміщення.

Робота, учинювана змінною силою

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos \alpha ds.$$

Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad N = \mathbf{F}\mathbf{v} = Fv \cos \alpha.$$

Потенційна енергія в полі тяжіння

$$\Pi = mgh,$$

де g – прискорення вільного падіння.

Сила пружності

$$F = -kx,$$

де x – деформація; k – коефіцієнт пружності (твердість).

Потенційна енергія пружно деформованого тіла

$$\Pi = kx^2/2.$$

Закон збереження механічної енергії (для консервативної системи)

$$T + \Pi = E = \text{const},$$

де T – кінетична енергія; E – повна енергія системи.

1.4 Механіка обертального руху твердого тіла

Момент інерції матеріальної точки

$$J = mr^2,$$

де m – маса точки; r – відстань до осі обертання.

Момент інерції системи (тіла)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

де r_i – відстань матеріальної точки з масою m_i до осі обертання.

У випадку безперервного розподілу мас

$$J = \int r^2 dm.$$

Моменти інерції тіл однорідних правильної геометричної форми:

Тіло	Положення осі обертання	Момент інерції
Полий тонкостінний циліндр радіусом R	Вісь симетрії	mr^2
Суцільний циліндр або диск радіусом R	Вісь симетрії	$\frac{1}{2} mr^2$
Прямий тонкий стрижень довжиною l	Вісь перпендикулярна стрижню й проходить через його середину	$\frac{1}{12} ml^2$
Прямий тонкий стрижень довжиною l	Вісь перпендикулярна стрижню й проходить через його кінець	$\frac{1}{3} ml^2$
Куля радіусом R	Вісь проходить через центр кулі	$\frac{2}{5} mr^2$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + mr^2,$$

де J_C – момент інерції щодо осі, що проходить через центр мас; J – момент інерції відносно паралельної осі, що відстоїть від першої на відстані r ; m – маса тіла.

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі z

$$T_{об} = J_z \omega^2 / 2,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z ; ω – його кутова швидкість.

Кінетична енергія тіла, що котиться по площині без ковзання,

$$T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega^2,$$

де m – маса тіла; v_C – швидкість центру мас тіла; J_C – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас; ω – кутова швидкість тіла.

Момент сили щодо нерухомої точки

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r}\mathbf{F}],$$

де $\mathbf{r}$ – радіус-вектор, проведений із цієї точки в точку додатка сили $\mathbf{F}$.

Модуль моменту сили

$$M = Fl,$$

де l – плече сили (відстань від осі обертання до лінії дії сили).

Робота при обертанні тіла

$$dA = M_z d\varphi,$$

де $d\varphi$ – кут повороту тіла; M_z – момент сили відносно осі z .

Момент імпульсу (момент кількості руху) твердого тіла відносно осі обертання

$$L_z = \sum m_i v_i r_i = J_z \omega,$$

де r_i – відстань від осі z до окремої частки тіла; $m_i v_i$ – імпульс цієї частки; J_z – момент інерції тіла відносно осі z ; ω – його кутова швидкість.

Рівняння (закон) динаміки обертового руху твердого тіла відносно нерухомої осі

$$\varepsilon = \frac{\mathbf{M}}{J}; \quad \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt},$$

де ε – кутове прискорення; J – момент інерції тіла.

Проекція обертального моменту $\mathbf{M}$ на вісь z

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z .

Закон збереження моменту імпульсу (моменту кількості руху) для замкненої системи

$$\mathbf{L} = \text{const.}$$

Нормальна механічна напруга

$$\sigma = F_n/S,$$

де F_n – розтягувальна (стискаюча) сила, що перпендикулярна до площини поперечного перерізу; S – площа поперечного перерізу.

Тангенційна механічна напруга

$$\tau = F_\tau/S.$$

Відносне поздовження розтягу (стиску)

$$\varepsilon = \Delta l/l,$$

де $\Delta l/l$ – відносна деформація розтягу (стиску); l – довжина тіла до деформації.

Відносна деформація зсуву

$$\text{tg}\gamma = \frac{\Delta l}{h},$$

де Δl – зсув верхньої грані; h – висота тіла; γ – кут зсуву (для малих кутів $\text{tg}\gamma \approx \gamma$, рад).

Закон Гука для розтягання (стиску)

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E},$$

де ε – відносне поздовжнє розтягання (стиск); E – модуль Юнга; σ – нормальна механічна напруга.

Закон Гука для зсуву

$$\text{tg}\gamma = \frac{\tau}{G},$$

де $\text{tg}\gamma$ – відносна деформація зсуву; τ – тангенційна механічна напруга; G – модуль зсуву.

1.5 Тяжіння. Елементи теорії поля

Третій закон Кеплера

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

де T_1 і T_2 – періоди обертання планет навколо Сонця; R_1 і R_2 – великі півосі їхніх орбіт.

Закон всесвітнього тяжіння

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де F – сила всесвітнього тяжіння (гравітаційна сила) двох матеріальних точок масами m_1 і m_2 ; r – відстань між точками; G – гравітаційна стала.

Вага тіла

$$P = mg,$$

де m – маса тіла; g – прискорення вільного падіння.

Напруженість поля тяжіння

$$\mathbf{g} = \mathbf{F}/m,$$

де $\mathbf{F}$ – сила тяжіння, що діє на матеріальну точку масою m , поміщену в дану точку поля.

Потенційна енергія гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок масами m_1 і m_2 , що перебувають на відстані r одна від одної,

$$\Pi = - Gm_1 m_2 / r.$$

Потенціал поля тяжіння

$$\varphi = \Pi/m,$$

де Π – потенційна енергія матеріальної точки масою m , поміщеної в дану точку поля.

1.6 Елементи спеціальної теорії відносності

Перетворення Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де передбачається, що система відліку K' рухається зі швидкістю v у позитивному напрямку осі x системи відліку K , причому осі x' й x збігаються, а осі y' й y , z' і z – паралельні; c – швидкість поширення світла у вакуумі.

Релятивістське вповільнення ходу годин

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де τ – проміжок часу між двома подіями, відлічений, що рухаються разом з тілом годинником; τ' – проміжок часу між тими ж подіями, відлічений годинником, що перебуває у спокої.

Релятивістське (лоренцеве) скорочення довжини

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

де l_0 – довжина стрижня, обмірювана в системі відліку, відносно якої стрижень перебуває у спокої (власна довжина); l – довжина стрижня, обмірювана в системі відліку, відносно якої він рухається зі швидкістю v .

Релятивістський закон додавання швидкостей

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2},$$

де передбачається, що система відліку K' рухається зі швидкістю v у позитивному напрямку осі x системи відліку K , причому осі x' й x збігаються, а осі y' і y , z' і z – паралельні.

Інтервал s_{12} між подіями (інваріантна величина)

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = \text{inv},$$

де t_{12} – проміжок часу між подіями 1 і 2; l_{12} – відстань між точками, де відбулися події.

Маса релятивістської частинки й релятивістський імпульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де m_0 – маса спокою.

Основний закон релятивістської динаміки

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt},$$

де $\mathbf{p}$ – релятивістський імпульс частинки.

Повна й кінетична енергії релятивістської частинки

$$E = mc^2 = m_0c^2 + T, \quad T = (m - m_0)c^2.$$

Зв'язок між енергією й імпульсом релятивістської частинки

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2, \quad pc = \sqrt{T(T + 2m_0c^2)}.$$

Енергія зв'язку системи

$$E_{\text{зв}} = \sum_{i=1}^n m_{0i}c^2 - M_0c^2,$$

де m_{0i} – маса спокою i -й частинки у вільному стані; M_0 – маса спокою системи, що складається із частинок.

II ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ Й ТЕРМОДИНАМІКИ

2.1 Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

Закон Бойля-Маріотта

$$pV = \text{const при } T = \text{const}, m = \text{const},$$

де p – тиск; V – об'єм; T – термодинамічна температура; m – маса газу.

Закон Гей-Люссака

$$V = V_0(1 + \alpha t); \quad V = V_0\alpha T; \quad V_1/V_2 = T_1/T_2 \text{ при } p = \text{const}, m = \text{const};$$

закон Шарля

$$p = p_0(1 + \alpha t); \quad p = p_0\alpha T; \quad p_1/p_2 = T_1/T_2 \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const},$$

де t – температура за шкалою Цельсія; T – температура за шкалою Кельвіна;

V_0 і p_0 – відповідно об'єм і тиск при 0°C ; коефіцієнт $\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$; індекси 1 і 2

відносяться до довільних станів.

Закон Дальтона для тиску суміші n ідеальних газів

$$p = \sum_{i=1}^n p_i,$$

де p_i – парціальний (частковий) тиск i -го компонента суміші.

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона-Менделєєва)

$$pV = (m/M)RT \text{ (для довільної маси газу),}$$

де R – універсальна газова стала; M – молярна маса газу; m – маса газу; $m/M = \gamma$ – кількість речовини.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів

$$p = \frac{1}{3}nm_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

або

$$p = \frac{2}{3} n \left(\frac{m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2} \right) = \frac{2}{3} E,$$

або

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2 = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{KB}} \rangle^2,$$

де $\langle v_{\text{KB}} \rangle$ – середня квадратична швидкість молекул; E – сумарна кінетична енергія поступального руху всіх молекул газу; n – концентрація молекул; m_0 – маса однієї молекули; $m = nm_0$ – маса одиничного об'єму газу.

Швидкість молекул:

– найбільш імовірна

$$v_{\text{ім}} = \sqrt{2RT/M} = \sqrt{2kT/m_0};$$

– середня арифметична

$$v = \sqrt{RT/(\pi M)} = \sqrt{8kT/(\pi m_0)};$$

– середня квадратична

$$v_{\text{KB}} = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3kT/m_0},$$

де m_0 – маса однієї молекули.

З урахуванням того, що середня кінетична енергія поступального руху молекули ідеального газу

$$\langle \epsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2},$$

одержуємо залежність тиску газу від концентрації молекул й температури

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2 = nkT,$$

де k – постійна Больцмана ($k = R/N_A$; N_A – постійна Авогадро).

Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)},$$

де функція $f(v)$ розподілу молекул за швидкостями визначає відносне число молекул $dn(v)/N$ із загального числа N молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v + dv$.

Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за енергіями теплового руху

$$f(\epsilon) = \frac{dN(\epsilon)}{Nd\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/(kT)},$$

де функція $f(\varepsilon)$ розподілу молекул за енергіями теплового руху визначає відносне число молекул $dN(\varepsilon)/N$ із загального числа N молекул, які мають кінетичні енергії $\varepsilon = m_0 v^2/2$, що знаходяться в інтервалі від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Барометрична формула

$$p_h = p_0 e^{-Mg(h-h_0)/(RT)},$$

де p_h і p_0 – тиск газу на висоті h і h_0 .

Розподіл Больцмана для молекул у зовнішньому потенційному полі

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)} \quad \text{або} \quad n = n_0 e^{-\Pi/(kT)},$$

де n і n_0 – концентрація молекул на висоті h і $h = 0$; $\Pi = m_0 gh$ – потенційна енергія молекули в полі тяжіння.

Середнє число зіткнень, випробовуваних молекулою газу за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

де d – ефективний діаметр молекули; n – концентрація молекул; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул.

Середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

Закон теплопровідності Фур'є

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

де Q – теплота, що пройшла за допомогою теплопровідності через площу S за час t ; dt/dx – градієнт температури; λ – питома теплопровідність:

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

де c_v – питома теплоємність газу при постійному об'ємі; ρ – густина газу; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість теплового руху його молекул; $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул.

Закон дифузії Фіка для маси речовини:

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St;$$

закон дифузії Фіка для кількості частинок:

$$N = -D \frac{dn}{dx} St,$$

де M і N – маса речовини й кількість частинок, що переносяться за допомогою дифузії через площу S за час t ; $d\rho/dx$ – градієнт густини; dn/dx – градієнт концентрації; D – коефіцієнт дифузії, який дорівнює

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Закон Ньютона для внутрішнього тертя (в'язкості)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

де F – сила внутрішнього тертя між рухомими шарами площею S ; dv/dx – градієнт швидкості; η – динамічна в'язкість:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

2.2 Основи термодинаміки

Середня кінетична енергія поступального руху, що припадає на один ступінь свободи молекули,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

Середня енергія молекули

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де i – сума поступальних, обертальних і подвоєного числа коливальних ступенів свободи ($i = i_{\text{пост}} + i_{\text{обер}} + 2 i_{\text{колив}}$).

Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

де ν – кількість речовини; m – маса газу; M – молярна маса газу; R – універсальна газова стала.

Перший початок термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

де Q – кількість теплоти, повідомлене системі або віддане нею; ΔU – зміна її внутрішньої енергії; A – робота системи проти зовнішніх сил.

Перший початок термодинаміки для ізобаричного процесу:

$$\delta Q = dU + \delta A;$$

– для ізохоричного процесу:

$$\delta Q = dU;$$

– для ізотермічного процесу:

$$\delta Q = \delta A;$$

– для адіабатичного процесу:

$$\delta A = -dU.$$

Зв'язок між молярною C_m і питомою c теплоємкостями газу

$$C_m = cM,$$

де M – молярна маса газу.

Молярні теплоємності газу при постійному об'ємі й постійному тиску

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_P = \frac{i+2}{2}R.$$

Рівняння Майєра

$$C_P = C_V + R.$$

Із рівняння Майєра витікає: універсальна газова стала дорівнює роботі одного моля газу при його нагріві на 1К в ізобаричному процесі.

Зміна внутрішньої енергії ідеального газу

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT.$$

Робота, здійснювана газом при зміні його об'єму,

$$dA = pdV.$$

Повна робота при зміні об'єму газу

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV,$$

де V_1 і V_2 – відповідно початковий і кінцевий об'єми газу.

Робота газу:

– при ізобаричному процесі

$$A = p(V_2 - V_1), \quad \text{або} \quad A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1);$$

– при ізотермічному процесі

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad \text{або} \quad A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Рівняння адіабатичного процесу (рівняння Пуассона)

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

де $\gamma = C_P/C_V = (i+2)/i$ – показник адіабати (коефіцієнт Пуассона).

Робота у випадку адіабатичного процесу

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2),$$

або

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

де T_1 , T_2 і V_1 , V_2 – відповідно початкові й кінцеві температури та об'єм газу.

Термічний коефіцієнт корисної дії для кругового процесу (циклу)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – кількість теплоти, отримана системою; Q_2 – кількість теплоти, віддана системою; A – робота, виконувана за цикл.

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 – температура нагрівача; T_2 – температура холодильника.

Зміна ентропії при рівноважному переході зі стану 1 у стан 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}.$$

III ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1 Електростатика

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{|q_1| |q_2|}{r^2},$$

де F – сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2 ; r – відстань між зарядами; ϵ_0 – електрична постійна, що дорівнює $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; ϵ – відносна діелектрична проникність середовища.

Напруженість і потенціал електростатичного поля

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0; \varphi = \Pi/q_0 \text{ або } \varphi = A_\infty/q_0,$$

де $\mathbf{F}$ – сила, що діє на точковий позитивний заряд q_0 , поміщений у дану точку поля; Π – потенційна енергія точкового заряду q_0 ; A_∞ – робота кулонівської сили по переміщенню заряду з даної точки поля за його межі (у нескінченність).

Напруженість і потенціал електростатичного поля точкового заряду на відстані r від заряду

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

Потік вектора напруженості через площинку

$$d\Phi_E = E dS = E_n dS,$$

де $d\mathbf{S} = dS_n$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю $\mathbf{n}$ до площинки; E_n – складова вектора $\mathbf{E}$ в напрямку нормалі до площинки.

Потік вектора напруженості через довільну поверхню S

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_S E_n dS.$$

Принцип суперпозиції (накладення) електростатичних полів.

Напруженість в точці поля, створюваного n зарядами, дорівнює геометричній (векторній) сумі векторів $\mathbf{E}_i$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i,$$

де $\mathbf{E}_i$ – напруженість поля, створюваного i -м зарядом.

Потенціал у точці поля, створеного n зарядами, дорівнює алгебраїчній сумі значень φ_i

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

де φ_i – потенціал поля, створюваного i -м зарядом.

Зв'язок між напруженістю й потенціалом електростатичного поля

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi, \quad \text{або} \quad \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

де $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – одиничні вектори координатних осей.

У випадку поля, що має центральну або осьову симетрію,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Електричний момент диполя (дипольний момент)

$$\mathbf{p} = |q|\mathbf{l},$$

де $\mathbf{l}$ – плече диполя.

Лінійна, поверхнева й об'ємна густина зарядів

$$\tau = \frac{dq}{dl}; \quad \sigma = \frac{dq}{dS}; \quad \rho = \frac{dq}{dV},$$

тобто відповідно заряд, що припадає на одиницю довжини, поверхні й об'єму (відповідна одиниця виміру – Кл/м, Кл/м², Кл/м³).

Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля у вакуумі

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV ,$$

де ϵ_0 – електрична постійна; $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, поміщених усередині замкненої поверхні S ; n – число локальних зарядів; ρ – об'ємна густина зарядів; V – об'єм, обмежений поверхнею S .

Напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженою нескінченною площиною

$$E = \sigma / (2\epsilon_0\epsilon).$$

Напруженість поля, створюваного двома нескінченними паралельними різнойменно зарядженими площинами

$$E = \sigma / \epsilon_0\epsilon.$$

Напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженою сферичною поверхнею радіусом R із загальним зарядом q на відстані r від центру сфери

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (усередині сфери);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (поза сферою).}$$

Напруженість поля, створюваного об'ємно рівномірно зарядженою кулею радіусом R із загальним зарядом q на відстані r від центру кулі

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^3} \text{ при } r \leq R \text{ (усередині кулі);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (поза кулею).}$$

Напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженим нескінченним циліндром радіусом R на відстані r від осі циліндра,

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (усередині циліндра);}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \text{ при } r \geq R \text{ (поза циліндром).}$$

Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля уздовж замкненого контуру L :

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint_L E_l dl = 0 ,$$

де E_i – проекція вектора $\mathbf{E}$ на напрямок елементарного переміщення dl . Інтегрування можливе по будь-якому замкненому шляху L .

Робота, виконувана силами електростатичного поля при переміщенні заряду q_0 із точки 1 у точку 2

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ або } A_{12} = q_0 \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} = q_0 \int_1^2 E_l dl ;$$

якщо точки 1 і 2 співпадають, то робота

$$A_{11} = q_0 \int_1^1 E_l dl = q_0 \oint_L E_l dl = 0,$$

де E_l – проекція вектора $\mathbf{E}$ на напрямок елементарного переміщення dl .

Поляризованість

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i}{V} = \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots)}{V},$$

де V – об'єм діелектрика; $\mathbf{p}_i$ – дипольний момент i -ї молекули.

Зв'язок між поляризованістю діелектрика й напруженістю електростатичного поля

$$\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E},$$

де χ – діелектрична сприйнятливість речовини.

Зв'язок діелектричної проникності ε з діелектричною сприйнятливістю χ :

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

Зв'язок між напруженістю E поля в діелектрику й напруженістю E_0 зовнішнього поля

$$E = E_0 - P/\varepsilon_0, \text{ або } E = E_0/\varepsilon.$$

Зв'язок між векторами електричного зміщення й напруженістю електростатичного поля

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}.$$

Зв'язок між $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ і $\mathbf{P}$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}.$$

Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля в діелектрику

$$\Phi_D = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i ,$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума поміщених усередині замкненої поверхні S вільних електричних зарядів; D_n – складова вектора $\mathbf{D}$ за напрямом нормалі до

площини; $d\mathbf{S}$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю $\mathbf{n}$ до площини.

Напруженість електростатичного поля біля плоскої поверхні провідника на відстані набагато меншої, чім радіус кривизни поверхні

$$E = \sigma / (\epsilon_0 \epsilon),$$

де σ – поверхнева густина зарядів.

Електроємність відокремленого провідника

$$C = q/\varphi,$$

де q – заряд, наданий провіднику; φ – потенціал провідника.

Ємність плоского конденсатора

$$C = \epsilon_0 \epsilon \sigma S/d,$$

де S – площа кожної обкладки конденсатора; d – відстань між обкладками; ϵ – відносна діелектрична проникність середовища між обкладками.

Ємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)},$$

де l – довжина обкладок конденсатора; r_1, r_2 – радіуси коаксіальних обкладок.

Ємність сферичного конденсатора

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

де r_1 і r_2 – радіуси концентричних сфер.

Ємність системи конденсаторів при послідовному і паралельному з'єднаннях

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \text{і} \quad C = \sum_{i=1}^n C_i,$$

де C_i – ємність i -го конденсатора; n – число конденсаторів.

Деякі узагальнюючі відомості зручно представити у вигляді нижченаведеної табл. 3.1.

Енергія відокремленого зарядженого провідника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Енергія взаємодії системи точкових зарядів

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n q_i \varphi_k,$$

де φ_k – потенціал, створюваний у тій точці, де перебуває заряд q_i , усіма зарядами, крім i -го ($i \neq k$).

Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

де q – заряд конденсатора; C – його ємність; $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між обкладками.

Енергія плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V,$$

де S – площа однієї обкладки; U – різниця потенціалів між обкладками; $V = Sd$ – об'єм конденсатора.

Об'ємна густина енергії

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

де D – електричний зсув.

3.2 Постійний електричний струм

Сила й густина електричного струму

$$I = \frac{dq}{dt}; j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Густина струму в провіднику

$$\mathbf{j} = nev,$$

де $\mathbf{v}$ – швидкість упорядкованого руху зарядів у провіднику (швидкість дрейфу); n – концентрація зарядів; e – заряд електрона.

Електрорушійна сила $\mathcal{E}$, що діє в ланцюзі,

$$\mathcal{E} = A/q_0, \text{ або } \mathcal{E} = \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l},$$

де q_0 – одиничний позитивний заряд; A – робота сторонніх сил; $\mathbf{E}_{\text{ст}}$ – напруженість поля сторонніх сил, тобто сил не електростатичної природи.

Опір R однорідного лінійного провідника, провідність G провідника й питома електрична провідність γ речовини провідника

$$R = \rho l/S; G = 1/R; \gamma = 1/\rho = e\mu n,$$

де ρ – питомий електричний опір; S – площа поперечного перерізу провідника; l – його довжина; μ – рухливість носіїв струму (дрейфова швидкість в одиничному полі); n – концентрація носіїв струму; e – заряд електрона.

Опір провідників при послідовному і паралельному з'єднаннях:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{і} \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

де R_i – опір i -го провідника; n – число провідників.

Залежність питомого опору ρ від температури

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \alpha T,$$

де ρ – температурний коефіцієнт опору.

Закон Ома:

– для однорідної ділянки ланцюга

$$I = U/R;$$

– для неоднорідної ділянки ланцюга

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12})/R;$$

– для повного ланцюга

$$I = \mathcal{E}/(R + r),$$

де U – напруга на ділянці ланцюга; R – опір зовнішньої ділянки ланцюга; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів на кінцях ділянки ланцюга; $\mathcal{E}_{12}$ – ЄРС джерел струму, що входять у ділянку; $\mathcal{E}$ – алгебраїчна сума ЄРС. усіх джерел струму в ланцюзі. $\mathcal{E}_{12} > 0$, якщо джерело підтримує струм від точки 1 до точки 2, і $\mathcal{E}_{12} < 0$, якщо джерело перешкоджає протіканню струму від точки 1 до точки 2.

Закон Ома в диференціальній формі

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E},$$

де $\mathbf{E}$ – напруженість електростатичного поля.

Робота струму за час t

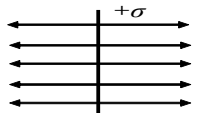
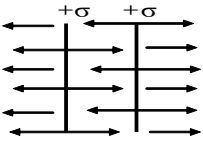
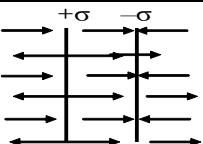
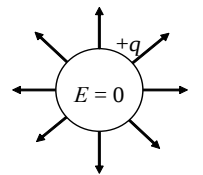
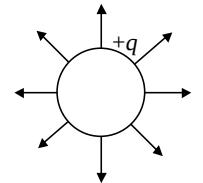
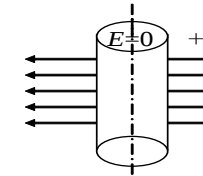
$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Закони Кірхгофа:

Перший закон Кірхгофа

$$\sum_k I_k = 0.$$

Таблиця 1

Вид зарядженої поверхні	Рисунок	Напруженість, розрахована за теоремою Остроградського-Гаусса	Різниця потенціалів $(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_{r_1}^{r_2} E dr$	Ємність $(C=q/U)$
Поле нескінченної однорідно зарядженої площини. (σ – поверхнева густина заряду)		$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} (x_2 - x_1)$ (різниця потенціалів між точками x_1 і x_2)	–
Поле двох однойменно заряджених площин (σ – поверхнева густина заряду)		$E = 0$ – між пластинами; $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$ – за пластинами	–	–
Поле двох різноіменно заряджених площин (σ – поверхнева густина заряду)		$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$ – між пластинами; $E = 0$ – за пластинами	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} d$ (різниця потенціалів між двома різноіменними пластинами)	$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$
Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні		$E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad (r \geq R) \text{ (поза сферою);}$ $E(R) = 0 \quad (r \leq R) \text{ (усередині сфери)}$	$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \text{ (усередині сфери); } \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \text{ (поза сферою);}$ $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ (між точками r_1 і r_2 поза сферою)	$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$ (r_1 – радіус внутрішньої сфери; r_2 – зовнішньої)
Поле кулі з постійною об'ємною густиною заряду		$E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^3} r \quad (r \leq R)$ (усередині кулі); $E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad (r \geq R) \text{ (поза кулею)}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ (поза кулею)	–
Поле нескінченного зарядженого циліндра (нитки) (τ – лінійна густина заряду)		$E(R) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad (r \geq R) \text{ (поза ниткою, циліндром);}$ $E(R) = 0 \quad (r < R) \text{ (усередині циліндра)}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}$ (між точками r_1 і r_2 поза циліндром)	$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$ (r_1 – радіус внутрішнього циліндра; r_2 – зовнішнього)

Струм, що входить у вузол, береться зі знаком плюс, що виходить із вузла – зі знаком мінус.

Другий закон Кірхгофа

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

Струм у напрямку обходу електричного контуру береться зі знаком плюс, проти напрямку – зі знаком мінус; електрорушійна сила $\mathcal{E}$, що підтримує струм у напрямку обходу, береться зі знаком плюс, що перешкоджає – зі знаком мінус.

3.3 Термоелектрорушійна сила й термоелектронна емісія

Контактна різниця потенціалів на межі двох металів 1 і 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

де A_1, A_2 – роботи виходів електронів з металів; k – постійна Больцмана; n_1, n_2 – концентрації вільних електронів у металах.

Термоелектрорушійна сила

$$\mathcal{E} = \frac{k}{e} (T_1 - T_2) \ln \frac{n_1}{n_2},$$

де $(T_1 - T_2)$ – різниця температур спайок.

Формула Річардсона-Дешмана

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/(kt)},$$

$j_{\text{нас}}$ – густина струму насичення термоелектронної емісії; C – стала, теоретично однакова для всіх металів; A – робота виходу електрона з металу; T – температура.

3.4 Магнітне поле

Механічний момент, що діє на контур зі струмом, поміщений в однорідне магнітне поле,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]; \quad M = p_m B \sin \alpha,$$

де $\mathbf{B}$ – магнітна індукція; $\mathbf{p}_m$ – магнітний момент контуру зі струмом; α – кут між векторами $\mathbf{p}_m$ і $\mathbf{B}$;

$$\mathbf{p}_m = I S \mathbf{n},$$

де I – сила струму в контурі; S – площа контуру зі струмом; $\mathbf{n}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні контуру.

Зв'язок магнітної індукції $\mathbf{B}$ і напруженості $\mathbf{H}$ магнітного поля

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H},$$

де μ_0 – магнітна постійна; μ – магнітна проникність середовища.

Закон Біо-Савара-Лапласа

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

де $d\mathbf{B}$ – магнітна індукція поля, створювана елементом довжини $d\mathbf{l}$ провідника зі струмом I ; r – радіус-вектор, проведений від $d\mathbf{l}$ до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Модуль вектора $d\mathbf{B}$

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

де α – кут між векторами $d\mathbf{l}$ і $\mathbf{r}$.

Принцип суперпозиції (накладення) магнітних полів: магнітна індукція в точці поля, створеного n елементами довжини $d\mathbf{l}$ провідників зі струмом I , дорівнює геометричній (векторній) сумі векторів $\mathbf{B}_i$

$$\mathbf{B} = \sum_i \mathbf{B}_i,$$

де $\mathbf{B}$ – магнітна індукція результуючого поля; $\mathbf{B}_i$ – магнітні індукції полів, що накладаються.

Магнітна індукція поля, створюваного нескінченно довгим прямим провідником зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{R},$$

де R – відстань від осі провідника.

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2),$$

де α_1 і α_2 – кути, які створює провідник з радіус-векторами, проведеними від кінців провідника до розглядуваної точки.

Магнітна індукція в центрі колового провідника зі струмом

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R},$$

де R – радіус кривизни провідника.

Магнітна індукція на осі колового провідника зі струмом

$$B = \mu_0 \mu \frac{IR^2}{2(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

де R – радіус кривизни провідника; a – відстань від центра колового провідника зі струмом до будь-якої точки осі колового провідника.

Закон Ампера

$$dF = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}],$$

де dF – сила, що діє на елемент довжини $d\mathbf{l}$ провідника зі струмом I , поміщений у магнітне поле з індукцією $\mathbf{B}$.

Модуль сили Ампера (закон Ампера)

$$dF = IB \sin \alpha,$$

де α – кут між векторами $d\mathbf{l}$ і $\mathbf{B}$.

Сила взаємодії двох нескінчених прямолінійних паралельних провідників зі струмами I_1 і I_2

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} dl,$$

де R – відстань між провідниками; dl – відрізок провідника.

Магнітне поле рухомого заряду

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \mathbf{r}]}{r^3},$$

де r – радіус-вектор, проведений від заряду до точки спостереження;

– у скалярному вигляді:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha,$$

де α – кут між векторами $\mathbf{v}$ і $\mathbf{r}$.

Сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{v} \mathbf{B}],$$

– у скалярному вигляді:

$$F = qvB \sin \alpha,$$

де $\mathbf{F}$ – сила, що діє на заряд q , який рухається в магнітному полі зі швидкістю $\mathbf{v}$; α – кут між векторами $\mathbf{v}$ і $\mathbf{B}$.

Результуюча сила $\mathbf{F}$, що діє на рухомий заряд q , при дії на нього електричного поля напруженістю $\mathbf{E}$ і магнітного поля індукцією $\mathbf{B}$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \mathbf{B}].$$

Голлівська поперечна різниця потенціалів

$$\Delta\phi = R \frac{IB}{d},$$

де B – магнітна індукція; I – сила струму; d – товщина пластинки; $R = 1/(en)$ – стала Голлу (n – концентрація електронів).

Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі (теорема про циркуляцію вектора $\mathbf{B}$)

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \sum_{k=1}^n I_k,$$

де μ_0 – магнітна постійна; $d\mathbf{l}$ – вектор елементарної довжини контуру, спрямованої уздовж обходу контуру; $B_l = B \cos \alpha$ – складова вектора $\mathbf{B}$ у напрямку дотичної контуру довільної форми (з урахуванням обраного напрямку обходу); α – кут між векторами $\mathbf{B}$ і $d\mathbf{l}$; $\sum_{k=1}^n I_k$ – алгебраїчна сума струмів, охоплюваних контуром.

Магнітна індукція усередині соленоїда, що має N витків,

$$B = \mu_0 \mu NI / l,$$

де l – довжина соленоїда; μ – магнітна проникність середовища.

Магнітна індукція усередині тороїда

$$B = \mu_0 \mu NI / 2\pi r.$$

де r – радіус тороїда; μ – магнітна проникність середовища.

Потік вектора магнітної індукції (магнітний потік) через площинку dS

$$d\Phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n ds,$$

де $d\mathbf{S} = dS_n$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю n до площинки; B_n – проекція вектора $\mathbf{B}$ на напрямок нормалі до площинки.

Потік вектора магнітної індукції через довільну поверхню

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS.$$

Потокозчеплення Ψ (повний магнітний потік, зчеплений з усіма N витками соленоїда)

$$\Psi = N \Phi = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S.$$

Робота з переміщення провідника зі струмом у магнітнім полі

$$dA = I \cdot d\Phi,$$

де $d\Phi$ – магнітний потік, пересічений рухомих провідником.

Робота з переміщення замкнутого контуру зі струмом у магнітному полі

$$dA = I d\Phi',$$

де $d\Phi'$ – зміна магнітного потоку, зчепленого з контуром.

3.5 Електромагнітна індукція

Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

де $\mathcal{E}_i$ – ЕРС індукції; $d\Phi$ – зміна магнітного потоку через контур.

ЕРС індукції, що виникає в рамці площею S при обертанні рамки з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією B ,

$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin \omega t.$$

Потокозчеплення, створюване струмом I у контурі з індуктивністю L ,
 $\Phi = LI$.

ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt},$$

де L – індуктивність контуру.

Індуктивність довгого соленоїда (тороїда)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

де N – число обвитків соленоїда; l – його довжина.

Струми при включенні на джерело й при замиканні RL -ланцюга самого на себе:

$$I = I_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{і} \quad I = I_0 e^{-t/\tau},$$

де $\tau = L/R$ – постійна часу (L – індуктивність, R – опір).

ЕРС взаємної індукції (ЕРС, індукована зміною сили струму в сусідньому контурі)

$$\mathcal{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

де L_{12} – взаємна індуктивність контурів.

Взаємна індуктивність двох котушок (із числом обвитків N_1 і N_2 , намотаних на спільне тороїдальне осердя),

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

де μ_0 – магнітна проникність осердя; l – довжина осердя по середній лінії; S – площа осердя.

Коефіцієнт трансформації

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2},$$

де N , $\mathcal{E}$, I – відповідно число обвитків, ЕРС і сила струму в обмотках трансформатора.

Енергія магнітного поля, створюваного струмом I у котушці зі струмом,

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

де L – індуктивність котушки.

Об'ємна густина енергії однорідного магнітного поля

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

3.6 Магнітні властивості речовини

Зв'язок орбітального магнітного $\mathbf{p}_m$ і орбітального механічного $\mathbf{L}_e$ моментів електрона

$$\mathbf{p}_m = -g\mathbf{L}_e = -\frac{e}{2m} \mathbf{L}_e,$$

де $g = e/(2m)$ – гіромагнітне відношення орбітальних моментів.

Намагніченість

$$\mathbf{J} = \mathbf{P}_m/V = \frac{\sum \mathbf{p}_a}{V},$$

де $\mathbf{P}_m = \sum \mathbf{p}_a$ – магнітний момент магнетика, який дорівнює векторній сумі магнітних моментів окремих молекул.

Зв'язок між намагніченістю й напруженістю магнітного поля

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H},$$

де χ – магнітна сприйнятливість речовини.

Зв'язок між векторами $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{J}$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J}),$$

де μ_0 – магнітна постійна.

Зв'язок між магнітною проникністю й магнітною сприйнятливістю речовини

$$\mu = 1 + \chi.$$

Теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля (закон повного струму)

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I,$$

де I – алгебраїчна сума струмів провідності, охоплюваних контуром L .

3.7 Основи електромагнітної теорії Максвелла

Густина струму зміщення

$$\mathbf{j}_{\text{зс}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t},$$

де $\mathbf{D}$ – електричний зсув; $\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ – густина струму зсуву у вакуумі; $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$ – густина струму поляризації.

Повна система рівнянь Максвелла:

– в інтегральній формі

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} &= - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \quad \text{або} \quad \oint_L E_l dl = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S B_n dS; \\ \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} &= \int_V \rho dV, \quad \text{або} \quad \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV; \\ \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} &= \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{d\mathbf{D}}{dt} \right) d\mathbf{S}, \quad \text{або} \quad \oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i + \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS; \\ \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} &= 0, \quad \text{або} \quad \oint_S B_n dS = 0; \end{aligned}$$

– у диференційній формі

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \\ \text{div } \mathbf{D} &= \rho; \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0, \end{aligned}$$

де $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$; $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$; $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ (ε_0 і μ_0 – відповідно електрична й магнітна сталі, ε і μ – відносні діелектрична й магнітна проникності; ρ – густина заряду; S – поверхня, що опирається на контур L ; V – об'єм, обмежений замкненою поверхнею S).

IV КОЛИВАННЯ Й ХВИЛІ

4.1 Механічні й електромагнітні коливання

Рівняння гармонійних коливань

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де x – зміщення коливної величини від положення рівноваги; A – амплітуда коливань; $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – колова (циклічна) частота; $\nu = 1/T$ – частота; T – період коливань; φ_0 – початкова фаза.

Швидкість і прискорення точки, що гармонійно коливається,

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

Кінетична енергія коливної точки масою m

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенційна енергія

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна енергія

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Диференціальне рівняння гармонійних коливань пружинного маятника (матеріальної точки масою m)

$$m\ddot{x} = -kx, \text{ або } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де k – коефіцієнт пружності (твердість пружини) $k = \omega_0^2 m$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$.

Період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{m/k},$$

де m – маса пружинного маятника.

Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{J/(mgl)} = 2\pi\sqrt{L/g},$$

де J – момент інерції маятника щодо осі коливань; l – відстань між точкою підвісу й центром мас маятника; $L = J/(ml)$ – наведена довжина фізичного маятника; g – прискорення вільного падіння.

Період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

де l – довжина маятника.

Формула Томсона для періоду T власних коливань у контурі без активного опору з індуктивністю L і ємністю контуру C ,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Диференціальне рівняння вільних гармонійних коливань заряду q в контурі:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0, \text{ або } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0,$$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – власна частота контуру.

Розв'язок диференціального рівняння вільних гармонійних коливань заряду в контурі:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де q_m – амплітуда коливань заряду.

Напруга на конденсаторі:

$$U_C = U_{Cm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

напруга на індуктивності:

$$U_L = -U_{Lm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

струм в контурі:

$$I = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Амплітуда A результуючого коливання, що виходить при додаванні двох гармонійних коливань однакового напрямку й однакової частоти,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

де A_1 і A_2 – амплітуди коливань, що складаються; φ_1 і φ_2 – їх фази.

Початкова фаза результуючого коливання

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Період биття

$$T = 2\pi/\Delta\omega, \Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|.$$

Рівняння траєкторії руху точки, що брала участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти,

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi,$$

де A и B – амплітуди коливань, що складаються; φ – різниця фаз коливань.

Диференціальне рівняння загасаючих коливань лінійної системи і його розв'язок:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 = 0; x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де x – коливна величина, що описує фізичний процес; β – коефіцієнт загасання ($\beta = r/(2m)$ у випадку механічних коливань і $\beta = R/(2L)$ у випадку

електромагнітних коливань); ω_0 – циклічна частота вільних незатухаючих коливань тієї ж коливальної системи; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота загасаючих коливань; $A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда загасаючих коливань.

Декремент загасання

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T},$$

де $A(t)$ і $A(t+T)$ – амплітуди двох послідовних коливань, що відповідають моментам часу, які відрізняються на період.

Логарифмічний декремент загасання

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

де $\tau = 1/\beta$ – час релаксації; N – число коливань, здійснюваних за час зменшення амплітуди в e разів.

Добротність коливальної системи

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Добротність механічної коливальної системи

$$Q = \frac{1}{r} \sqrt{km}.$$

Добротність коливального контуру

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Враховуючи, що $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ і $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, можна одержати вираз для відношення частоти загасаючих коливань до власної частоти коливань ідеального контуру:

$$\frac{\omega_{\text{заг}}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}.$$

При добротності 3,5 і більше це відношення відрізняється від 1 на 1% і менше. При точності вимірів частоти 1% цією відмінністю вже можна зневажити.

Диференційне рівняння вимушених коливань лінійної системи і його розв'язок:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = x_0 \cos \omega t; \quad x = A \cos(\omega t - \varphi_0),$$

де x – коливна величина, що описує фізичний процес ($x_0 = F_0/m$ у випадку механічних коливань; $x_0 = U_m/L$ у випадку електромагнітних коливань)

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2\omega^2}}; \varphi = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонансна частота для конденсатора в коливальному контурі

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Враховуючи, що $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ і $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, можна одержати вираз для відношення резонансної частоти в реальному контурі до частоти в ідеальному контурі:

$$\frac{\omega_{\text{рез}}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

При добротності від 5 і більше це відношення відрізняється від 1 на 1% і менше. При точності вимірів частоти 1% цією відмінністю вже можна зневажити.

Резонансна амплітуда

$$A_{\text{рез}} = \frac{x_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Повний опір Z ланцюга змінного струму, що містить послідовно включені резистор опором R , котушку індуктивністю L і конденсатор ємністю C , на кінці якої подається змінна напруга $U = U_m \cos \omega t$,

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

де $X_L = \omega L$ – реактивний індуктивний опір; $X_C = 1/(\omega C)$ – реактивний ємнісний опір.

На резонансній частоті $\omega = \omega_0$

$$Z = R.$$

Зсування фаз між напругою й силою струму такий, що

$$\tg \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

Діючі (ефективні) значення струму й напруги

$$I = I_m / \sqrt{2}; \quad U = U_m / \sqrt{2}.$$

Середня потужність, що виділяється в послідовному ланцюзі змінного струму,

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi,$$

де

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

4.2 Пружні хвилі

Зв'язок довжини хвилі λ , періоду T коливань і частоти ν :

$$\lambda = \nu T; \nu = \lambda \nu; \nu = 1/T,$$

де ν – швидкість поширення коливань у середовищі (фазова швидкість).

Рівняння плоскої хвилі, що поширюється уздовж позитивного напрямку осі x ,

$$y(x, t) = A \cos(\omega(t - x/\nu) + \varphi_0) = A \cos(2\pi(t/T - x/\lambda) + \varphi_0) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

де $y(x, t)$ – зсув точок середовища з координатою x у момент часу t ; A – амплітуда хвилі; ω – циклічна (кругова) частота; $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(\nu T) = \omega/\nu$ – хвильове число (λ – довжина хвилі, ν – фазова швидкість; T – період коливань); φ_0 – початкова фаза коливань.

Положення фронту хвилі, виходячи з того факту, що $\varphi_{\text{фр}} = 0$, знаходяться за співвідношенням

$$\frac{x_{\text{фр}}}{\lambda} = \frac{t_1}{T},$$

де $x_{\text{фр}}$ – положення фронту хвилі в момент часу t_1 .

Зв'язок між різницею фаз $\Delta\varphi$ і різницею ходу Δ

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

Умови максимуму й мінімуму амплітуди при інтерференції хвиль

$$\Delta_{\text{max}} = \pm m\lambda \text{ (ціле число довжин хвиль);}$$

$$\Delta_{\text{min}} = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ (непарне число півхвиль),}$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$.

Фазова ν і групова u швидкості,

$$\nu = \frac{\omega}{k}; u = \frac{d\omega}{dk},$$

а також зв'язок між ними

$$u = \nu - \lambda \frac{d\nu}{d\lambda}.$$

Рівняння стоячої хвилі

$$y(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

Координати пучностей

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

та вузлів

$$x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Рівень інтенсивності звуку

$$L = \lg(I/I_0) \text{ (Белл)} \text{ або } L = 10 \lg(I/I_0) \text{ (дециБелл)},$$

де I – інтенсивність звуку; I_0 – інтенсивність звуку на порозі чутності ($I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2 = 1 \text{ пВт/м}^2$).

Швидкість поширення звукових хвиль у газах

$$v = \sqrt{\gamma RT / M},$$

де R – універсальна газова стала; M – молярна маса; $\gamma = C_p/C_v$ ($\gamma = \frac{i+2}{i}$ – коефіцієнт Пуассона), відношення молярної теплоємності газу при постійному тиску до молярної теплоємності газу при постійному об'ємі; i – число ступенів свободи молекули; T – термодинамічна температура.

Ефект Допплера в акустиці

$$v = \frac{v \pm v_{\text{пр}}}{v \mp v_{\text{ист}}} v_0,$$

де v – частота звуку, сприймана рухаючимся приймачом; v_0 – частота звуку, що посиляє джерело; $v_{\text{пр}}$ – швидкість руху приймача; $v_{\text{дж}}$ – швидкість руху джерела; v – швидкість поширення звуку. Верхній знак береться, якщо при русі джерела або приймача відбувається їхнє зближення; нижній знак – у випадку їх взаємного видалення.

Ефект Допплера для електромагнітних хвиль у вакуумі

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos \theta},$$

де v_0 і v – відповідно частоти електромагнітного випромінювання, що випускається джерелом і сприймається приймачем; v – швидкість джерела електромагнітного випромінювання відносно приймача; c – швидкість світла у вакуумі; θ – кут між вектором швидкості v і напрямком спостереження, вимірюваний у системі відліку, пов'язаної зі спостерігачем.

Поперечний ефект Допплера для електромагнітних хвиль у вакуумі ($\theta = \pi/2$)

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}.$$

4.3 Електромагнітні хвилі

Фазова швидкість поширення електромагнітних хвиль у середовищі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

де $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ – швидкість поширення світла у вакуумі; ϵ_0 і μ_0 – відповідно діелектрична й магнітна сталі; ϵ і μ – відповідно діелектрична й магнітна проникності середовища.

Зв'язок між миттєвими значеннями напруженостей електричного (E) і магнітного (H) полів електромагнітної хвилі

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H,$$

де E і H – відповідно миттєві значення напруженостей електричного й магнітного полів хвилі.

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0); \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

де $\mathbf{E}_0$ і $\mathbf{H}_0$ – відповідно амплітуди напруженостей електричного й магнітного полів хвилі; ω – колова частота; $k = \omega/v$ – хвильове число; φ_0 – початкові фази коливань у точці з координатою $x = 0$.

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Густина потоку енергії (вектор Умова-Пойтинга):

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}].$$

Інтенсивність хвилі:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} EH.$$

V ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ Й ХВИЛЬОВОЇ ОПТИКИ

5.1 Геометрична оптика

Закони відбиття світла

$$i_1' = i_1$$

й заломлення світла

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

де i_1 – кут падіння; i_1' – кут відбиття; i_2 – кут заломлення; $n_{21} = n_2/n_1$ – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого; n_1 і n_2 – абсолютні показники заломлення першого й другого середовища.

Абсолютний показник заломлення

$$n = \frac{c}{v},$$

де c – швидкість світла у вакуумі; v – швидкість світла в середовищі.

Граничний кут повного внутрішнього відбиття при поширенні світла із середовища оптично більш густого в середовище оптично менш густе знаходиться зі співвідношення:

$$\sin i_{\text{гп}} = n_2/n_1 = n_{21}.$$

Формула сферичного дзеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

де a і b – відповідно відстані від полюса дзеркала до предмета й зображення; f – фокусна відстань дзеркала; R – радіус кривизни дзеркала.

Оптична сила тонкої лінзи

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

де f – фокусна відстань лінзи; $n_{21} = n_2/n_1$ – відносний показник заломлення (n_2 і n_1 – відповідно абсолютні показники заломлення лінзи й навколишнього середовища); R_1 і R_2 – радіуси кривизни поверхонь ($R > 0$ для опуклої поверхні; $R < 0$ для вгнутої; $R = \infty$ для плоскої поверхні); a і b – відповідно відстані від оптичного центру лінзи до предмета й зображення.

5.2 Фотометрія

Сила випромінювання

$$I_e = \Phi_e / \omega,$$

де Φ_e – потік випромінювання джерела; ω – тілесний кут, у межах якого це випромінювання розповсюджується.

Повний світловий потік, що випускається ізотропним точковим джерелом,

$$\Phi_0 = 4\pi I,$$

де I – сила світла джерела.

Світність поверхні

$$R = \Phi / S,$$

де Φ – світловий потік, що випускається поверхнею; S – площа цієї поверхні.

Яскравість B поверхні, що світиться, у деякому напрямку φ

$$B_\varphi = (I/S) \cdot \cos \varphi,$$

де I – сила світла; S – площа поверхні; φ – кут між нормаллю до елемента поверхні й напрямком спостереження.

Освітленість E поверхні

$$E = \Phi/S,$$

де Φ – світловий потік, що падає на поверхню; S – площа цієї поверхні.

Зв'язок світності R і яскравості B за умови, що яскравість не залежить від напрямку,

$$R = \pi B.$$

5.3 Інтерференція світла

Різниця фаз двох когерентних хвиль

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

де $L = sn$ – оптична довжина шляху (s – геометрична довжина шляху світлової хвилі в середовищі; n – показник заломлення цього середовища); $\Delta = L_2 - L_1$ – оптична різниця ходу світлових хвиль; λ_0 – довжина хвилі у вакуумі).

Умова інтерференційних максимумів

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Умова інтерференційних мінімумів

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Ширина інтерференційної смуги (відстань між найближчими мінімумами):

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda_0,$$

де d – відстань між двома когерентними джерелами, що перебувають на відстані l від екрана, паралельного лінії розташування джерел, за умови $l \gg d$.

Умови максимумів і мінімумів інтерференції світла, відбитого від верхньої й нижньої поверхонь тонкої плоскопаралельної плівки, що перебуває в повітрі ($n_0 = 1$),

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

де d – товщина плівки; n – її показник заломлення; i – кут падіння. У загальному випадку $\pm\lambda_0/2$ (втрата півхвилі) обумовлена стрибком фази на π при відбитті світла від границі розділу: якщо $n > n_0$, коли відбиття відбувається з зовнішньої сторони, $n_0 > n$, коли відбиття відбувається з внутрішньої сторони.

Для обчислення $d_{\min}$ при максимумі інтерференції береться $(+\lambda_0/2)$, а при мінімумі інтерференції $(-\lambda_0/2)$.

Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_m = \sqrt{(m-1/2)\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

або темних у проходящому світлі

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

де m – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи.

У випадку "просвітління" оптики інтерферуючі промені у відбитому світлі гасять один одного за умови

$$n = \sqrt{n_c},$$

де n_c – показник заломлення скла; n – показник заломлення плівки.

5.4 Дифракція світла

Умови дифракційних максимумів і мінімумів від однієї щілини, на яку світло падає нормально:

$$a \sin \varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}; \quad a \sin \varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} = m\lambda; \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

де a – ширина щілини; φ – кут дифракції; m – порядок спектра; λ – довжина хвилі.

Умови головних максимумів дифракційної ґратки, на яку світло падає нормально:

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda; \quad m = 1, 2, \dots,$$

де d – період дифракційної ґратки; N – число штрихів ґратки.

Для центрального максимуму ($\varphi = 0$) для всіх довжин хвиль виконується умова максимуму.

Період дифракційної ґратки

$$d = 1/N_0,$$

де N_0 – число щілин, що припадають на одиницю довжини ґратки (просторова частота).

Умова дифракційних максимумів від просторової ґратки (формула Вульфа-Брегга)

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

де d – відстань між атомними площинами кристала; θ – кут ковзання.

Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN,$$

де $\lambda, (\lambda + \delta\lambda)$ – довжини хвиль двох сусідніх спектральних ліній, розділюваних ґраткою; m – порядок спектра; N – загальне число щілин ґратки.

5.5 Взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною

Зв'язок кута φ відхилення променів призмою й заломлюючого кута A призми

$$\varphi = A(n - 1),$$

де n – показник заломлення призми.

Зв'язок між показником заломлення й діелектричною проникністю речовини

$$n = \sqrt{\varepsilon}.$$

Рівняння змущених коливань електрона під дією електричної складової поля хвилі (найпростіше завдання дисперсії)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t,$$

де eE_0 – амплітуда сили, що діє на електрон з боку поля хвилі; ω_0 – власна частота коливань електрона; ω – частота зовнішнього поля; m – маса електрона.

Залежність показника заломлення речовини n від частоти ω зовнішнього поля, відповідно до елементарної електронної теорії дисперсії,

$$n^2 = 1 + \frac{n_{0i}}{\varepsilon_0} \sum \frac{e^2 / m}{\omega_{0i}^2 - \omega^2},$$

де ε_0 – електрична постійна; n_{0i} – концентрація електронів з власною частотою ω_{0i} ; m – маса електрона; e – заряд електрона.

Закон поглинання світла в речовині (закон Бугера-Бера)

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

де I_0 і I – інтенсивності плоскої монохроматичної світлової хвилі відповідно на вході й виході шару поглинаючої речовини товщиною x ; α – коефіцієнт поглинання.

5.6 Поляризація світла

Коефіцієнт поляризації світла

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де $I_{\max}$ і $I_{\min}$ – відповідно максимальна й мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла, що пропускається аналізатором.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

де I – інтенсивність плоскополяризованого світла, що пройшло через аналізатор; I_0 – інтенсивність плоскополяризованого світла, що падає на

аналізатор; α – кут між головною площиною аналізатора й площиною поляризації падаючої хвилі.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

де i_B – кут падіння, за якого відбитий від діелектрика промінь є плоскополяризованим; n_{21} – відносний показник заломлення ($n_{21} > 1$).

Оптична різниця ходу між звичайним і незвичайними променями l у комірці Керра

$$\Delta = l(n_o - n_e) = klE^2,$$

де n_o , n_e – показники заломлення відповідно звичайного й незвичайного променів у напрямку, перпендикулярному оптичній осі; l – довжина комірки Керра; E – напруженість електричного поля; k – постійна.

Оптична різниця ходу між звичайними і незвичайними променями в комірці Поккельса

$$\Delta = \frac{n^3 r E_{ox} l}{2},$$

де $n^3 r$ – фактор якості електрооптичного кристала комірки; l – довжина комірки Поккельса; E_{ox} – напруженість поперечного електричного поля.

При поданні півхвильової напруги $U_{\lambda/2}$ оптична різниця ходу дорівнює

$$\Delta = \frac{n^3 r U_{\lambda/2} l}{2 \cdot d} = \frac{\lambda}{2}$$

і при рівності інтенсивностей звичайного та незвичайного променей площина поляризації повертається на 90° (втрата півхвилі).

Кут повороту площини поляризації:

– для оптично активних кристалів і чистих рідин

$$\varphi = \alpha d;$$

– для оптично активних розчинів

$$\varphi = \alpha C d,$$

де d – довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині; α – питоме обертання; C – масова концентрація оптично активної речовини в розчині.

5.7 Квантова природа світла. Закони теплового випромінювання

Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

де R_e – енергетична світність (випромінюваність) чорного тіла; σ – стала Стефана-Больцмана; T – термодинамічна температура.

Зв'язок енергетичної світності R_e й спектральної щільності енергетичної світності $r_{\nu, T}$ ($r_{\lambda, T}$) чорного тіла

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda.$$

Енергетична світність сірого тіла

$$R_T^c = A_T \sigma T^4,$$

де A_T – поглинальна здатність сірого тіла: $0 < A_T < 1$; $A_T = 1$ – абсолютно чорне тіло.

Закон зміщення Віна

$$\lambda_{\max} = b/T,$$

де $\lambda_{\max}$ – довжина хвилі, що відповідає максимальному значенню спектральної щільності енергетичної світності чорного тіла; b – стала Віна.

Залежність максимальної спектральної щільності енергетичної світності чорного тіла від температури

$$r_{\lambda,T} = CT^5,$$

де $C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

Енергія кванта світла – фотона:

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda.$$

Формула Планка

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1};$$

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1},$$

де h – стала Планка.

Зв'язок радіаційної T_p та дійсної T температур

$$T_p = \sqrt[4]{A_T T}.$$

Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{\max},$$

де $\varepsilon = h\nu$ – енергія поглиненого фотона; A – робота виходу електрона з металу; $T_{\max} = m v_{\max}^2 / 2$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

«Червона межа» фотоефекту для даного матеріала

$$\nu_0 = A/h; \lambda_0 = hc/A,$$

де λ_0 – максимальна довжина хвилі випромінювання (ν_0 – відповідно мінімальна частота), за якої фотоефект ще можливий.

Маса й імпульс фотона

$$m_\gamma = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}; \quad p_\gamma = \frac{h\nu}{c},$$

де $h\nu$ – енергія фотона.

Тиск світла на поверхню, що відбиває

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = w(1 + \rho),$$

де $E_e = N h \nu$ – опромінення поверхні (енергія всіх фотонів, що падають на одиницю поверхні за одиницю часу); ρ – коефіцієнт відбиття; w – об'ємна густина енергії випромінювання; h – стала Планка.

Коефіцієнт відбиття

$$\rho = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2},$$

де n – відносний показник заломлення.

Зміна довжини хвилі рентгенівського випромінювання при комптонівському розсіюванні

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

де λ і λ' – довжини хвиль падаючого й розсіяного випромінювання; m_0 – маса електрона; θ – кут розсіювання; $\lambda_C = h/(m_0 c)$ – комптонівська довжина хвилі.

VI ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ АТОМІВ, МОЛЕКУЛ І ТВЕРДИХ ТІЛ

6.1 Теорія атомів водню за Бором

Узагальнена формула Бальмера, що описує серії в спектрі водню,

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де ν – частота спектральних ліній у спектрі атома водню; R – постійна Рідберга; m визначає серію ($m = 1, 2, 3, \dots$); n визначає окремі лінії відповідної серії ($n = m + 1, m + 2, \dots$): $m = 1$ (серія Лаймана), $m = 2$ (серія Бальмера), $m = 3$ (серія Пашена), $m = 4$ (серія Брекета), $m = 5$ (серія Пфунда), $m = 6$ (серія Хемфрі).

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів)

$$m_e v r_n = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

де m_e – маса електрона; v – швидкість електрона по n -й орбіті радіусом r_n .

Другий постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m,$$

де E_n і E_m – відповідно енергії стаціонарних станів атома до й після випромінювання (поглинання).

Радіус n -ої стаціонарної орбіти

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e Z e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots;$$

енергія електрона на n -й стаціонарній орбіті

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

де Z – порядковий номер елемента в системі Менделєєва; ε_0 – електрична постійна.

6.2 Елементи квантової механіки

Зв'язок довжини дебройлівської хвилі частинки з імпульсом p

$$\lambda = h/p = h/(mv),$$

де m – маса частинки; v – її швидкість.

Фазова швидкість частинки, що вільно рухається

$$v_{\text{фаз}} = \omega/k = E/p = c^2/v,$$

де $E = \hbar \omega$ – енергія частинки (ω – кругова частота); $p = \hbar k$ – імпульс ($k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число).

Групова швидкість частинки, що вільно рухається

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Співвідношення невизначеностей:

– для координати й імпульсу частинки

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

де Δx , Δy , Δz – невизначеності координат; Δp_x , Δp_y , Δp_z – невизначеності відповідних проекцій імпульсу частинки на осі координат;

– для енергії й часу

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

де ΔE – невизначеність енергії даного квантового стану; Δt – час перебування системи в даному стані; $\hbar$ – стала Планка ($\hbar = h/2\pi$).

Імовірність знаходження частинки в об'ємі dV

$$dW = \Psi \Psi^* dV = |\Psi|^2 dV,$$

де $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – хвильова функція, що описує стан частинки; Ψ^* – функція, комплексно спряжена з Ψ ; $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*$ – квадрат модуля хвильової функції.

Для стаціонарних станів

$$dW = \psi \psi^* dV = |\psi|^2 dV,$$

де $\psi = \psi(x, y, z)$ – координатна (амплітудна) частина хвильової функції.

Умова нормування ймовірностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1,$$

де інтегрування проводиться по всьому нескінченному простору, тобто по координатах x, y, z від ∞ до $-\infty$.

Імовірність виявлення частинки в інтервалі від x_1 до x_2

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx.$$

Середнє значення фізичної величини L , що характеризує частинку, що перебуває в стані, описуваному хвильовою функцією Ψ ,

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} L |\Psi|^2 dV,$$

де $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – хвильова функція, що описує стан частинки.

Рівняння Шредингера для стаціонарних станів

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar} (E - U) \psi = 0,$$

де $\psi = \psi(x, y, z)$ – координатна частина хвильової функції ($\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i(E/\hbar)t}$); $U = U(x, y, z)$ – потенційна енергія частинки; E – повна енергія частинки; $\hbar = h/(2\pi)$; m – маса частинки; Δ – оператор Лапласа $\left(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$.

Хвильова функція, що описує одномірний рух вільної частинки,

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)},$$

де A – амплітуда хвиль де Бройля; $p_x = \hbar k$ – імпульс частинки; $E = \hbar \omega$ – енергія частинки; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Власне значення енергії E_n частинки, що перебуває на n -му енергетичному рівні в одномірній прямокутній «потенційній ямі» з нескінченно високими «стінками»,

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

де l – ширина ями.

Власна хвильова функція, що відповідає вищенаведеному власному значенню енергії,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x, n = 1, 2, 3, \dots$$

Коефіцієнт прозорості D (імовірність тунелювання) прямокутного потенційного бар'єра кінцевої ширини l ,

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} l \right],$$

де D_0 – множник, який можна прирівняти одиниці; U – висота потенційного бар'єра; E – енергія частинки;

– для бар'єра довільної форми

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U_x - E)} dx \right].$$

Рівняння Шредингера для лінійного гармонійного осцилятора у квантовій механіці

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0,$$

де $\frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = U$ – потенційна енергія осцилятора; ω_0 – власна частота коливань осцилятора; m – маса частинки.

Власні значення енергії гармонійного осцилятора

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0, n = 1, 2, 3, \dots$$

Енергія нульових коливань гармонійного осцилятора

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0.$$

6.3 Елементи сучасної фізики атомів і молекул

Потенційна енергія $U(r)$ взаємодії електрона з ядром у водневоподібному атомі

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де r – відстань між електроном і ядром; Z – порядковий номер елемента; ϵ_0 – електрична постійна.

Власне значення енергії E_n електрона у водневоподібному атомі

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Енергія іонізації атома водню

$$E_i = -E_1 = \frac{m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2}.$$

Момент імпульсу (механічний орбітальний момент) електрона

$$L_i = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

де l – орбітальне квантове число, що приймає при заданому n наступні значення: $l = 0, 1, \dots, n-1$ (усього n значень).

Проекція моменту імпульсу на напрямок зовнішнього магнітного поля

$$L_{iz} = \hbar m_l,$$

де m_l – магнітне квантове число, що ухвалює при заданому l наступні значення: $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ (усього $(2l+1)$ значень).

Правила відбору при електронних переходах для орбітального й магнітного квантових чисел

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{і} \quad \Delta m_l = 0, \pm 1.$$

Нормована хвильова функція, що відповідає $1s$ -стану (основному стану) електрона в атомі водню,

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

де $a = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / (m e^2)$ – величина, що збігається з першим боровським радіусом.

Імовірність виявити електрон в атомі водню, що перебуває в $1s$ -стані, в інтервалі від r до $r + dr$

$$dW = |\Psi_{100}|^2 dV = |\Psi_{100}|^2 4\pi r^2 dr.$$

Спін (власний механічний момент імпульсу) електрона

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

де s – спінове квантове число ($s = 1/2$).

Проекція спіну на напрямок z зовнішнього магнітного поля

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

де m_s – магнітне спінове квантове число ($m_s = \pm 1/2$).

Принцип Паулі

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ або } 1,$$

де $Z(n, l, m_l, m_s)$ – число електронів, що перебувають у квантовому стані, описуваному набором чотирьох квантових чисел: n – головного, l – орбітального, m_l – магнітного, m_s – магнітного спінового.

Максимальне число електронів $Z(n)$, обумовлених даним головним квантовим числом n ,

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

Закон Мозлі, що визначає частоти спектральних ліній характеристичного рентгенівського випромінювання,

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де R – постійна Рідберга, Z – порядковий номер елемента в періодичній системі; σ – постійна екранування; m визначає серію ($m = 1, 2, 3, \dots$); n визначає окремі лінії відповідної серії ($n = m + 1, m + 2, \dots$).

Закон Мозлі для лінії $K\alpha$ ($\sigma = 1$)

$$\nu = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right).$$

6.4 Елементи квантової статистики

Розподіл Бозе-Ейнштейна

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}$$

і Фермі-Дірака

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} + 1},$$

де $\langle N_i \rangle$ – відповідно середні числа бозонів і ферміонів у квантовому стані з енергією E_i ; k – постійна Больцмана; T – термодинамічна температура; μ – хімічний потенціал (рівень Фермі E_F). При $e^{(E_i - \mu)/(kT)} \gg 1$ обидва розподіли переходять у класичний розподіл Максвелла-Больцмана $\langle N_i \rangle = A e^{-E_i/(kT)}$, де $A = e^{\mu/(kT)}$.

6.5 Елементи фізики твердого тіла.

Метали

Концентрація електронів у металах від температури не залежить і визначається концентрацією атомів $n_{\text{ат}}$ і кількістю електронів n_0 , що припадають на один атом:

$$n = n_0 \cdot n_{\text{ат}} = n_0 \cdot \frac{DN_A}{M},$$

де D – густина речовини; M – молярна маса; N_A – число Авогадро (число атомів у молі).

Розподіл Фермі-Дірака за енергіями для вільних електронів у металі

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(kT)} + 1},$$

де E_F – енергія Фермі.

При $T = 0$ К

$$f(E) = \begin{cases} 1, & E < E_F, \\ 0, & E > E_F. \end{cases}$$

Положення рівня Фермі в металах від температури не залежить і його можна знайти за формулою:

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

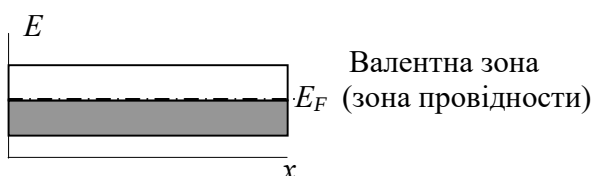
де m – ефективна маса електрона; n – концентрація електронів.

Електрична провідність металу згідно з квантовою теорією електропровідності металів,

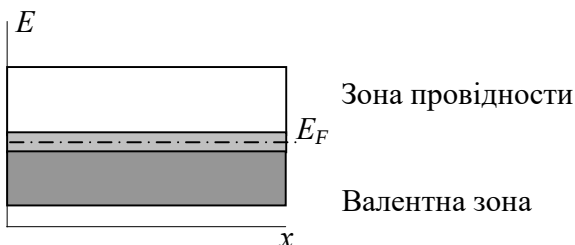
$$\gamma = \frac{ne^2 l \langle l_F \rangle}{m u_F},$$

де n – концентрація електронів провідності в металі; $\langle l_F \rangle$ – середня довжина вільного пробігу електрона, що має енергію Фермі; u_F – швидкість електронів, що має енергію Фермі.

Якщо валентна зона заповнена електронами не повністю (рис. 6.1, а), то



а)



б)

Рисунок 6.1 – Зонні діаграми одновалентних металів (а) і двовалентних металів (б);

E_F – рівень Фермі

електрон, одержавши як завжди малу енергію (наприклад, за рахунок теплового руху або електричного поля), зможе перейти на більш високий енергетичний рівень тієї ж зони, тобто стати вільним і брати участь у провідності. Внутрішньозонний перехід цілком можливий, тому що, наприклад, при 1 К енергія теплового руху $kT \approx 10^{-4}$ еВ, тобто набагато більше різниці енергій між сусідніми станами. Кристал, що має таку зонну діаграму, є металом.

Типовими представниками речовин, в яких спостерігається часткове заповнення валентної зони (у випадку

металу її називають також зоною провідності) є одновалентні лужні метали і благородні метали, такі як Cu, Ag, Au, Pt та ін.

Тверде тіло є провідником електричного струму і в тому випадку, коли валентна зона повністю заповнена електронами і перекривається з вільною зоною (зоною провідності), не зайнятою електронами (рис. 6.1, б). У цьому випадку утворюється так звана «гібридна» зона, яка заповнюється валентними електронами лише частково. Це має місце для двовалентних лужноземельних елементів (Be, Mg, Ca і т.д.).

Напівпровідники

Власна провідність напівпровідника

$$\sigma = en_i(\mu_n + \mu_p),$$

де e – заряд електрона; n_i – концентрація носіїв струму у власному напівпровіднику; μ_n, μ_p – рухливості електронів і дірок відповідно.

Зонна діаграма власного напівпровідника наведена на рисунку 6.2.

Постійність власної концентрації носіїв заряду зумовлена рівністю процесу теплової генерації і рекомбінації.

Концентрація носіїв струму у власному напівпровіднику

$$n_i = p_i = \sqrt{N_C N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right),$$

де E_g – ширина забороненої зони напівпровідника, k – постійна Больцмана, T – абсолютна температура.

Ефективна щільність станів у зоні провідності

$$N_C = \frac{2(2\pi m_n kT)^{3/2}}{h^3},$$

де m_n – ефективна маса електрона, h – постійна Планка.

Ефективна щільність станів у валентній зоні

$$N_V = \frac{2(2\pi m_p kT)^{3/2}}{h^3},$$

де m_p – ефективна маса дірки; h – постійна Планка.

Енергія Фермі у власному напівпровіднику

$$E_F = -\frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} = -\frac{E_g}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_p}{m_n}.$$

Зонні діаграми домішкових напівпровідників наведені на рисунках 6.3 (електронного напівпровідника) і 6.4 (діркового напівпровідника).

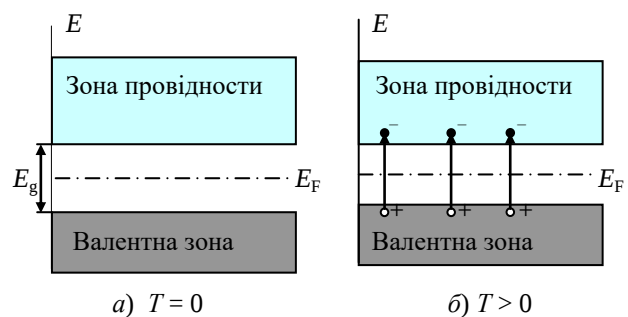


Рисунок 6.2 – Зонна діаграма власного напівпровідника для температур: а) $T = 0$; б) $T > 0$

Електронна провідність напівпровідника (n – тип)

$$\sigma = en_n\mu_n,$$

де e – заряд електрона; n_n – концентрація основних носіїв (електронів); μ_n – рухливість електронів.

Концентрація електронів

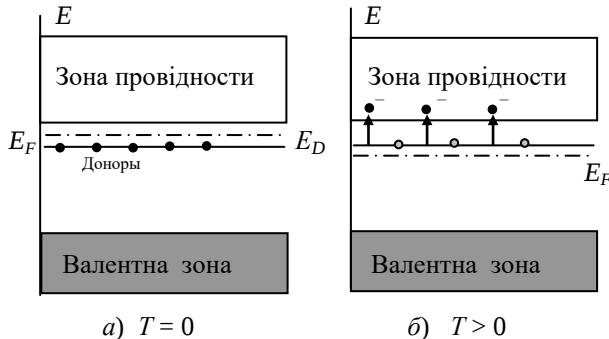


Рисунок 6.3 – Зонна діаграма домішкового (електронного) напівпровідника при: а) $T = 0$; б) $T > 0$

$$n_n = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C - E_F)}{kT}},$$

де E_F – енергія Фермі в електронному напівпровіднику.

$$E_F = -kT \ln \frac{N_C}{N_D},$$

де N_D – концентрація донорів. У випадку дрібних донорів $n_n = N_D$.

Концентрація неосновних носіїв (дірок) в електронному напівпровіднику

$$p_n = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F - E_V)}{kT}}.$$

Діркова провідність напів-провідника (p – тип)

$$\sigma = ep_p\mu_p,$$

де e – заряд електрона; p_p – концентрація основних носіїв (дірок); μ_p – рухливість дірок.

Концентрація дірок дорівнює

$$p_p = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F - E_V)}{kT}},$$

де E_F – енергія Фермі.

$$E_F = -kT \ln \frac{N_C}{N_D},$$

де N_A – концентрація акцепторів.

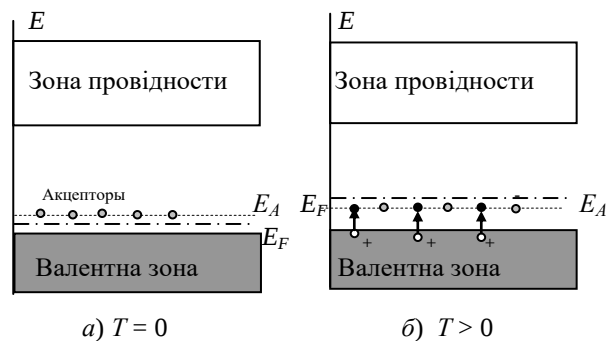


Рисунок 6.4 – Зонна діаграма домішкового (діркового) напівпровідника при: а) $T = 0$; б) $T > 0$

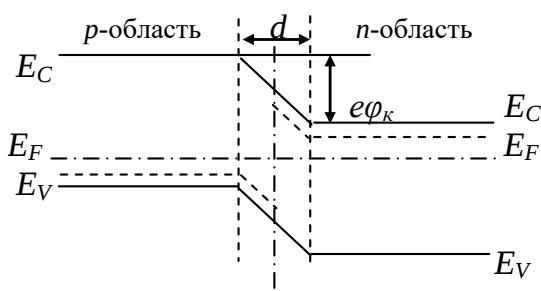


Рисунок 6.5 – p - n -перехід, що перебуває в термодинамічній рівновазі (незміщений p - n -перехід)

Концентрація неосновних носіїв (електронів) у діркового напівпровіднику

$$n_p = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C - E_{F_p})}{kT}}.$$

Зв'язок між концентраціями власних, основних і неосновних носіїв струму в напівпровіднику:

$$n_i^2 = p_i^2 = n_n p_n = n_p p_n.$$

Зонна діаграма p - n -переходу, що

перебуває у стані термодинамічної рівноваги, наведена на рисунку 6.5.

Контактна різниця потенціалів ϕ_k у p - n -переході, що перебуває в термодинамічній рівновазі дорівнює

$$\phi_k = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left(\frac{p_p \cdot n_n}{n_i^2} \right).$$

Зонні діаграми симетричних прямо зміщеного і зворотно зміщеного p - n -переходів наведені на рисунках 6.6 і 6.7 відповідно.

Ширина збідненого шару в симетричному прямо зміщеному p - n -переході

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/e)(N_A + N_D)(\phi_k - U) / N_A N_D]^{1/2},$$

де U – величина прямої напруги.

Ширина збідненого шару в симетричному зворотно зміщеному p - n -переході

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/e)(N_A + N_D)(\phi_k + U) / N_A N_D]^{1/2},$$

де U – величина зворотної напруги.

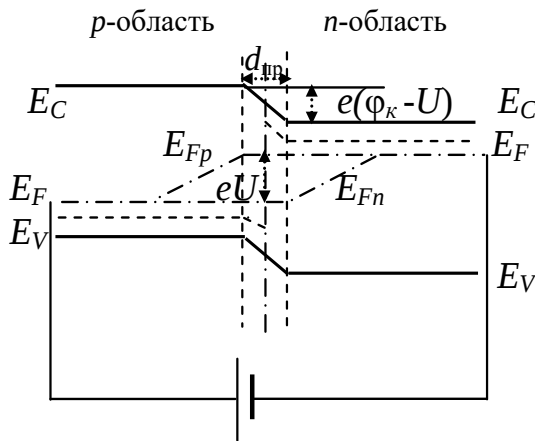


Рисунок 6.6 – Прямо зміщений p - n -перехід

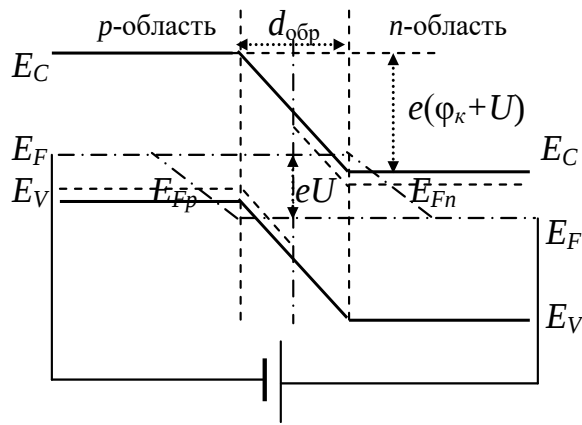


Рисунок 6.7 – Зворотно зміщений p - n -перехід

Якщо до p -області приєднати плюс, а до n -області – мінус від зовнішнього джерела ЕРС, то знак зовнішньої ЕРС буде вважатися позитивним і потенційний бар'єр зменшиться на величину прикладеної напруги. Така полярність зовнішньої напруги називається прямою. Якщо до p -області приєднати мінус, а до n -області – плюс від зовнішнього джерела ЕРС, то знак зовнішньої ЕРС буде вважатися негативним і потенційний бар'єр збільшиться на величину прикладеної напруги. Така полярність зовнішньої напруги називається зворотною.

Бар'єрна ємність симетричного p - n -переходу

при прямому зміщенні

$$C_3 = S \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \cdot \frac{e N_D N_A}{(N_A + N_D)(\phi_k - U)} \right]^{1/2};$$

при зворотньому зміщенні

$$C_3 = S \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \cdot \frac{e N_D N_A}{(N_A + N_D)(\phi_k + U)} \right]^{1/2}.$$

Густина струму p - n -переходу (вольтамперна характеристика, див. рис. 6.8)

$$j = j_s \cdot (e^{\frac{eU}{kT}} - 1),$$

де густина струму насичення

$$j_s = e \left(\frac{D_p p_n}{L_p} + \frac{D_n n_p}{L_n} \right),$$

D_p, D_n – коефіцієнти дифузії дірок і електронів відповідно; L_p, L_n – дифузійні довжини дірок і електронів відповідно;

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}; L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n},$$

де τ_p, τ_n – часи життя електронів і дірок відповідно.

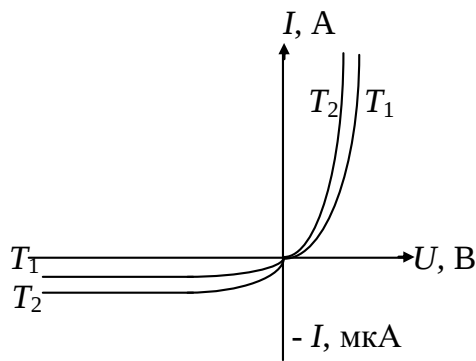


Рис. 6.8 – ВАХ p - n -переходу для різних температур: $T_1 < T_2$

Коефіцієнти дифузії

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p; D_n = \frac{kT}{e} \mu_n,$$

де μ_p і μ_n – рухливості дірок і електронів відповідно.

Напруга змищення підставляється зі своїм знаком згідно із зазначеним правилом. Пряма напруга на p - n -переході обмежена значенням контактної різниці потенціалів Φ_k , а зворотня – пробієм p - n -перехода.

У нерівноважних стаціонарних умовах концентрації нерівновісних носіїв змінюються за законами:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) - \text{для електронів}; \Delta p = \Delta p_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) - \text{для дірок}.$$

У нестационарних умовах:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) - \text{для електронів}; \Delta p = \Delta p_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) - \text{для дірок}.$$

ДОДАТКИ

Додаток 1.

Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення	g	9,81 м/с
Гравітаційна постійна	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (м}^3/\text{кг} \cdot \text{з}^2\text{)}$
Постійна Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постійна Фарадея	F	$96,48 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Універсальна газова постійна	R	$8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постійна Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4\text{)}$
Постійна закону зміщення Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постійна Планка	$h,$ $\hbar = h / 2\pi$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} =$ $= 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ еВ} \cdot \text{с}$ $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постійна Рідберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою α -частинки	m_α	$6,6425 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Відношення маси протона до маси електрона	m_p/m_e	1836,15
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Відношення заряду електрона до його маси	e/m_e	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж (13,6 еВ)}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Електрична постійна	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна постійна	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12,566 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Одиниці й розмірності фізичних величин у СІ

Величина		Одиниця		Вираження через основні й додаткові одиниці
найменування	розмірність	найменування	позначенн я	
Основні одиниці				
Довжина	L	метр	м	
Маса	M	кілограм	кг	
Час	T	секунда	с	
Сила електричного струму	I	ампер	А	
Термодинамічна температура	Θ	кельвін	К	
Кількість речовини	N	моль	моль	
Сила світла	J	кандела	кд	
Додаткові одиниці				
Плоский кут	—	радіан	рад	
Тілесний кут	—	стерадіан	ср	
Похідні одиниці				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	c^{-1}
Сила, вага	LMT^{-2}	ньютон	Н	$m \cdot kg \cdot c^{-2}$
Тиск, механічна напруга	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot c^{-2}$
Енергія, робота, кількість теплоти	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2}$
Потужність, потік енергії	L^2MT^{-3}	ват	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3}$
Кількість електри- ки (електричний заряд)	TI	кулон	Кл	$c \cdot A$
Електрична напру- га, електричний потенціал, різниця електричних по- тенціалів, електро- рушійна сила	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-1}$
Електрична ємність	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарад	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^4 \cdot A^2$
Електричний опір	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$
Електрична провідність	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^3 \cdot A^2$
Магнітний потік	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-1}$
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-1}$

Індуктивність, взаємна індуктивність	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генрі	Гн	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Світловий потік	J	люмен	лм	кд·порівн
Освітленість	$L^{-2}J$	люкс	лк	$m^{-2} \cdot кд \cdot порівн$
Активність ізотопу (активність нукліда в радіоактивному джерелі)	T^{-1}	беккерель	Бк	s^{-1}
Поглинена доза випромінювання	$L^{-2}T^{-2}$	грій	Гр	$m^2 \cdot з^{-2}$

Множники й приставки для дільних одиниць і утвору десяткових кратних

Множник	Приставка	Позначення приставки		Множник	Приставка	Позначення приставки	
		між-народне	російське			між-народне	російське (українське)
10^{-18}	ато	a	а	10^1	дека	da	да
10^{-15}	фемто	f	ф	10^2	гекто	h	г
10^{-12}	піко	p	п	10^3	кіло	k	к
10^{-9}	нано	n	н	10^6	Мега	M	М
10^{-6}	мікро	μ	мк	10^9	Гіга	G	Г
10^{-3}	мілі	m	м	10^{12}	Тера	T	Т
10^{-2}	санті	c	с	10^{15}	Пета	P	П
10^{-1}	деці	d	д	10^{18}	Екса	E	Э

Грецький алфавіт

Позначення букв	Назви букв	Позначення букв	Назви букв
A, α	альфа	N, ν	ню
B, β	бета	Ξ, ξ	ксі
Γ, γ	гама	Ο, ο	омікрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пі
E, ε	епсілон	Ρ, ρ	ро
Z, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
H, η	ета	Τ, τ	тау
Θ, θ, ϑ	тета	Υ, υ	іпсилон
I, ι	йота	Φ, φ	фі
K, κ	каппа	Χ, χ	хі
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	псі
M, μ	мю	Ω, ω	омега

Додаток 2

КОРОТКІ ВІДОМОСТІ З МАТЕМАТИКИ

Розкладання на множники:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b); & a^2 \pm 2ab + b^2 &= (a \pm b)^2; \\ a^3 \pm b^3 &= (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2); & a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 &= (a \pm b)^3; \\ ax^2 + bx + c &= a(x - x_1)(x - x_2), \end{aligned}$$

де x_1 і x_2 – корені рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.

Квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ – формула кореня квадратного рівняння.}$$

Теорема Вієта: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

Арифметична прогресія:

$$\begin{aligned} a_1, a_2, \dots, a_n, \dots &\text{ – члени арифметичної прогресії;} \\ d &\text{ – різниця арифметичної прогресії;} \\ a_{n+1} &= a_n + d \text{ – визначення арифметичної прогресії;} \\ a_n &= a_1 + d(n - 1) \text{ – формула } n\text{-го члена;} \\ a_n &= \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \text{ – характеристична властивість;} \\ S_n &= \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n \text{ – формула суми } n \text{ перших членів.} \end{aligned}$$

Теорема косинусів. У будь-якому трикутнику

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Формули площі будь-якого трикутника:

$$\begin{aligned} S &= \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}, S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma, S = pr, S = \frac{abc}{4R}, \\ S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ – формула Герона.} \end{aligned}$$

Диференційне обчислення функцій однієї змінної

Похідні найпростіших елементарних функцій:

– правила диференціювання суми, різниці, добутку й частки відповідно:

$$1) (u \pm v)' = u' \pm v'; \quad 2) (uv)' = u'v + uv'; \quad 3) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, v \neq 0;$$

– похідна постійної функції

$$y = f(x) = C \Rightarrow y' = 0. (Cu)' = Cu'.$$

– похідна степеневих функцій

$$(x^n)' = nx^{n-1}; (\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -\frac{1}{x^2}.$$

– похідна показової функції

$$(a^x)' = a^x \ln a; (e^x)' = e^x.$$

– похідна логарифмічної функції

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

– похідні тригонометричних функцій

$$(\sin x)' = \cos x; \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\cos x)' = -\sin x; \quad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x; \quad (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x; \quad (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

$y'(t_0) = f'(x_0) \cdot \varphi'(t_0)$ – правило диференціювання складної функції $y = f[\varphi(t)]$ у точці t_0 ; тут $x_0 = \varphi(t_0)$.

$\varphi'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ – правило диференціювання зворотної функції $x = \varphi(y)$ у точці $y_0 = f(x_0)$.

Табличні інтеграли:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1);$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C;$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1);$$

$$\int e^x dx = e^x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \quad (a \neq 0);$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \quad (a \neq 0);$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm k}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm k} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right| + C.$$

$\int f(x) dx \Big|_{x=\varphi(t)} = \int f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt$ – формула заміни змінної в невизначеному інтегралі.

СОДЕРЖАНИЕ

I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ	61
1.1 Элементы кинематики.....	62
1.2 Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела	63
1.3 Работа и энергия.....	63
1.4 Механика вращательного движения твердого тела.....	64
1.5 Тяготение. Элементы теории поля	66
1.6 Элементы специальной (частной) теории относительности	67
II. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ	68
2.1 Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов	68
2.2 Основы термодинамики	71
III. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	73
3.1 Электростатика	73
3.2 Постоянный электрический ток	78
3.3 Термоэлектродвижущая сила и термоэлектронная эмиссия.....	81
3.4 Магнитное поле	82
3.5 Электромагнитная индукция	85
3.6 Магнитные свойства вещества	86
3.7 Основы электромагнитной теории Максвелла	87
IV. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	88
4.1 Механические и электромагнитные колебания	88
4.2 Упругие волны.....	92
4.3 Электромагнитные волны	94
V. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ	95
5.1 Геометрическая оптика	95
5.2 Фотометрия.....	96
5.3 Интерференция света	96
5.4 Дифракция света.....	97
5.5 Взаимодействие электромагнитных волн с веществом.....	98
5.6 Поляризация света.....	99
5.7 Квантовая природа света. Законы теплового излучения.....	100
VI. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ	102
6.1 Теория атома водорода по Бору	102
6.2 Элементы квантовой механики	102
6.3 Элементы современной физики атомов и молекул	105
6.4 Элементы квантовой статистики	107
6.5 Элементы физики твердого тела	107
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	113
Приложение 1	113
Приложение 2	116

ВВЕДЕНИЕ

Физика – это наука, изучающая наиболее общие свойства движения материи в виде вещества и поля и соответствующие им наиболее общие законы природы.

Изученные фундаментальные формы движения материи (механическая, тепловая, электрическая, магнитная и другие) являются составляющими более сложных форм движения материи, поэтому физика является основой для других наук. Физика – база для создания новых отраслей техники – фундаментальная основа подготовки инженера.

Предлагаемый справочник предназначен для быстрого восстановления в памяти полученных ранее знаний по физике, достаточных для решения физических задач по широкому кругу тем. В нем содержатся практически все формулы, входящие в курс общей физики. Несколько более подробно представлены формулы по разделам «Электромагнетизм», «Колебания и волны», «Физика твердого тела», которые являются очень важными для студентов и инженеров, работающих в области радиоэлектроники и связи.

В конце справочника даны некоторые сведения по математике, необходимые для решения большинства задач, а также значения наиболее часто используемых физических констант.

I ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1 Элементы кинематики

Скорость материальной точки

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где $\Delta \mathbf{r}$ – элементарное перемещение точки за промежуток времени Δt ; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки.

Ускорение материальной точки

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $a_\tau = \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t}$ – тангенциальная составляющая ускорения; $a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$ – нормальная составляющая ускорения (r – радиус кривизны траектории в данной точке).

Скорость и путь для равнопеременного движения

$$v = v_0 \pm at; \quad s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2},$$

где v_0 – начальная скорость.

Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где $d\varphi$ – угол поворота за время dt .

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Угловая скорость для равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T – период вращения; n – частота вращения.

Угловая скорость и угол поворота при равнопеременном вращательном движении

$$\omega = \omega_0 t \pm \varepsilon t; \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами

$$s = R\varphi; v = R\omega; a_\tau = \varepsilon R; a_n = \omega^2 R,$$

где R – расстояние до оси вращения.

1.2 Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Импульс (количество движения) материальной точки

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки)

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}; \quad \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}.$$

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv_\tau}{dt};$$

$$F_n = ma_n = m \frac{dv_n}{dt} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = fN,$$

где f – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const},$$

где n – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

1.3 Работа и энергия

Работа, совершаемая постоянной силой

$$dA = F_s ds = F ds \cos \alpha,$$

где F_s – проекция силы на направление перемещения; ds – элементарный путь; α – угол между направлениями силы и перемещения.

Работа, совершаемая переменной силой

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos \alpha ds.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad N = \mathbf{F}\mathbf{v} = F_s v = F v \cos \alpha.$$

Потенциальная энергия в поле тяготения

$$\Pi = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения.

Сила упругости

$$F = -kx,$$

где x – деформация; k – коэффициент упругости (жесткость).

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$\Pi = kx^2/2.$$

Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы)

$$T + \Pi = E = \text{const},$$

где T – кинетическая энергия; E – полная энергия системы.

1.4 Механика вращательного движения твердого тела

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние материальной точки с массой m_i до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс

$$J = \int r^2 dm.$$

Моменты инерции тел однородных правильной геометрической формы:

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полный тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии	$\frac{1}{2} mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12} ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3} ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5} mR^2$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + mr^2,$$

где J_C – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии r ; m – масса тела.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, z

$$T_{\text{вр}} = J_z \omega^2 / 2,$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z ; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}J_C\omega^2,$$

где m – масса тела; v_C – скорость центра масс тела; J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r}\mathbf{F}],$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\mathbf{F}$.

Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (расстояние от оси вращения до линии действия силы).

Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси z .

Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения

$$L_z = \sum m_i v_i r_i = J_z \omega,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i v_i$ – импульс этой частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси z ; ω – его угловая скорость.

Уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\varepsilon = \frac{\mathbf{M}}{J}; \quad \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt},$$

где ε – угловое ускорение; J – момент инерции тела.

Проекция вращательного момента $\mathbf{M}$ на ось z

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z .

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы

$$\mathbf{L} = \text{const.}$$

Нормальное механическое напряжение

$$\sigma = F_n / S,$$

где F_n – растягивающая (сжимающая) сила, перпендикулярная плоскости поперечного сечения; S – площадь поперечного сечения.

Тангенциальное механическое напряжение

$$\tau = F_\tau / S.$$

Относительное продольное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon = \Delta l / l,$$

где $\Delta l / l$ – относительная деформация растяжения (сжатия); l – длина тела до деформации.

Относительная деформация сдвига:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta l}{h},$$

где Δl – сдвиг верхней грани; h – высота тела; γ – угол сдвига (для малых углов $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$, рад).

Закон Гука для растяжения (сжатия)

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E},$$

где ε – относительное продольное растяжение (сжатие); E – модуль Юнга; σ – нормальное механическое напряжение.

Закон Гука для сдвига

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\tau}{G},$$

где $\operatorname{tg} \gamma$ – относительная деформация сдвига; τ – тангенциальное механическое напряжение; G – модуль сдвига.

1.5 Тяготение. Элементы теории поля

Третий закон Кеплера

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

где T_1 и T_2 – периоды обращения планет вокруг Солнца; R_1 и R_2 – большие полуоси их орбит.

Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где F – сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух материальных точек массами m_1 и m_2 ; r – расстояние между точками; G – гравитационная постоянная.

Сила тяжести

$$P = mg,$$

где m – масса тела; g – ускорение свободного падения.

Напряженность поля тяготения

$$\mathbf{g} = \mathbf{F}/m,$$

где $\mathbf{F}$ – сила тяготения, действующая на материальную точку массой m , помещенную в данную точку поля.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга,

$$\Pi = - Gm_1m_2/r.$$

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \Pi/m,$$

где Π – потенциальная энергия материальной точки массой m , помещенной в данную точку поля.

1.6 Элементы специальной теории относительности

Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где предполагается, что система отсчета K' движется со скоростью v в положительном направлении оси x системы отсчета K , причем оси x' и x совпадают, а оси y' и y , z' и z – параллельны; c – скорость распространения света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где τ – промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами; τ' – промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный покоящимися часами.

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где l_0 – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень покоится (собственная длина); l – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью v .

Релятивистский закон сложения скоростей

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2},$$

где предполагается, что система отсчета K' движется со скоростью v в положительном направлении оси x системы отсчета K , причем оси x' и x совпадают, а оси y' и y , z' и z – параллельны.

Интервал s_{12} между событиями (инвариантная величина)

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - t_{12}^2 = \text{inv},$$

где t_{12} – промежуток времени между событиями 1 и 2; l_{12} – расстояние между точками, где произошли события.

Масса релятивистской частицы и релятивистский импульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где m_0 – масса покоя.

Основной закон релятивистской динамики

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt},$$

где $\mathbf{p}$ – релятивистский импульс частицы.

Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T, \quad T = (m - m_0)c^2.$$

Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \quad pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}.$$

Энергия связи системы

$$E_{\text{св}} = \sum_{i=1}^n m_{0i} c^2 - M_0 c^2,$$

где m_{0i} – масса покоя i -й частицы в свободном состоянии; M_0 – масса покоя системы, состоящей из частиц.

II. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

2.1 Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов

Закон Бойля-Мариотта

$$pV = \text{const при } T = \text{const}, m = \text{const},$$

где p – давление; V – объем; T – термодинамическая температура; m – масса газа.

Закон Гей-Люссака

$$V = V_0(1 + \alpha t); \quad V = V_0 \alpha T; \quad V_1/V_2 = T_1/T_2 \quad \text{при } p = \text{const}, m = \text{const};$$

закон Шарля

$$p = p_0(1 + \alpha t); \quad p = p_0 \alpha T; \quad p_1/p_2 = T_1/T_2 \quad \text{при } V = \text{const}, m = \text{const},$$

где t – температура по шкале Цельсия; T – температура по шкале Кельвина; V_0 и

p_0 – соответственно объем и давление при 0°C ; коэффициент $\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$;

индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям.

Закон Дальтона для давления смеси n идеальных газов

$$p = \sum_{i=1}^n p_i,$$

где p_i – парциальное (частичное) давление i -го компонента смеси.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$pV = (m/M)RT \text{ (для произвольной массы газа),}$$

где R – универсальная газовая постоянная; M – молярная масса газа; m – масса газа; $m/M = \gamma$ – количество вещества.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3}nm_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

или

$$p = \frac{2}{3}n\left(\frac{m_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}\right) = \frac{2}{3}E,$$

или

$$p = \frac{1}{3}nm_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{1}{3}m\langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ – средняя квадратичная скорость молекул; E – суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа; n – концентрация молекул в единице объема; m_0 – масса одной молекулы; $m = nm_0$ – масса единицы объема газа.

Скорость молекул:

– наиболее вероятная

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{2RT/M} = \sqrt{2kT/m_0};$$

– средняя арифметическая

$$v = \sqrt{RT/(\pi M)} = \sqrt{8kT/(\pi m_0)};$$

– средняя квадратичная

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3kT/m_0},$$

где m_0 – масса одной молекулы.

С учетом того, что средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2}kT = \frac{m_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2},$$

получаем зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = \frac{1}{3}nm_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = nkT,$$

где k – постоянная Больцмана ($k = R/N_A$; N_A – постоянная Авогадро).

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)},$$

где функция $f(v)$ распределения молекул по скоростям определяет относительное число молекул $dN(v)/N$ из общего числа N молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по энергиям теплового движения

$$f(\varepsilon) = \frac{dN(\varepsilon)}{Nd\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/(kT)},$$

где функция $f(\varepsilon)$ распределения молекул по энергиям теплового движения определяет относительное число молекул $dN(\varepsilon)/N$ из общего числа N молекул, которые имеют кинетические энергии $\varepsilon = m_0 v^2 / 2$, заключенные в интервале от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Барометрическая формула

$$p_h = p_0 e^{-Mg(h-h_0)/(RT)},$$

где p_h и p_0 – давление газа на высоте h и h_0 .

Распределение Больцмана для молекул во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)} \text{ или } n = n_0 e^{-\Pi/(kT)},$$

где n и n_0 – концентрация молекул на высоте h и $h = 0$; $\Pi = m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

Закон теплопроводности Фурье

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где Q – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь S за время t ; dT/dx – градиент температуры; λ – удельная теплопроводность:

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика для массы вещества:

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St;$$

закон диффузии Фика для количества частиц:

$$N = -D \frac{dn}{dx} St,$$

где M и N – масса вещества и количество частиц соответственно, переносимых посредством диффузии через площадь S за время t ; $d\rho/dx$ – градиент плотности; dn/dx – градиент концентрации; D – коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S ; dv/dx – градиент скорости; η – динамическая вязкость:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

2.2 Основы термодинамики

Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – сумма поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы ($i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}$).

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

где ν – количество вещества; m – масса газа; M – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная.

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение ее внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики для изобарического процесса:

$$\delta Q = dU + \delta A;$$

– для изохорического процесса:

$$\delta Q = dU;$$

– для изотермического процесса:

$$\delta Q = \delta A;$$

– для адиабатического процесса

$$\delta A = -dU.$$

Связь между молярной C_m и удельной c теплоемкостями газа

$$C_m = cM,$$

где M – молярная масса газа.

Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R.$$

Из уравнения Майера следует: универсальная газовая постоянная равна работе одного моля газа при нагревании на 1 К в изобарическом процессе.

Изменение внутренней энергии идеального газа

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT.$$

Работа, совершаемая газом при изменении его объема,

$$dA = p dV.$$

Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Работа газа:

– при изобарическом процессе

$$A = p(V_2 - V_1), \text{ или } A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1);$$

– при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \text{ или } A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона)

$$PV^\gamma = \text{const}, TV^{\gamma-1} = \text{const}, T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = C_p/C_V = (i + 2)/i$ – показатель адиабаты (коэффициент Пуассона)..

Работа в случае адиабатического процесса

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2),$$

или

$$A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где T_1, T_2 и V_1, V_2 – соответственно начальные и конечные температуры и объем газа.

Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное системой; Q_2 – количество теплоты, отданное системой; A – работа, совершаемая за цикл.

Термический коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}.$$

III. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1 Электростатика

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ_0 – электрическая постоянная, равная $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность и потенциал электростатического поля

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0; \varphi = \Pi/q_0 \text{ или } \varphi = A_\infty/q_0,$$

где $\mathbf{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q_0 , помещенный в данную точку поля; Π – потенциальная энергия точечного заряда q_0 ; A_∞ – работа кулоновской силы по перемещению заряда из данной точки поля за его пределы (в бесконечность).

Напряженность и потенциал электростатического поля точечного заряда на расстоянии r от заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

Поток вектора напряженности через площадку

$$d\Phi_E = E dS = E_n dS,$$

где $d\mathbf{S} = dS\mathbf{n}$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью $\mathbf{n}$ к площадке; E_n – составляющая вектора $\mathbf{E}$ в направлении нормали к площадке.

Поток вектора напряженности через произвольную поверхность S

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_S E_n dS.$$

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей:

Напряженность в точке поля, созданного n зарядами, равна геометрической сумме векторов $\mathbf{E}_i$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i,$$

где $\mathbf{E}_i$ – напряженность поля, создаваемого i -м зарядом.

Потенциал в точке поля, созданного n зарядами, равен алгебраической сумме значений φ_i

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал поля, создаваемого i -тым зарядом.

Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi \text{ или } \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы координатных осей.

В случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Электрический момент диполя (дипольный момент)

$$\mathbf{p} = |q|\mathbf{l},$$

где $\mathbf{l}$ – плечо диполя.

Линейная, поверхностная и объемная плотности зарядов

$$\tau = \frac{dq}{dl}; \sigma = \frac{dq}{dS}; \rho = \frac{dq}{dV},$$

т.е. соответственно заряд, приходящийся на единицу длины, поверхности и объема (соответствующие единицы измерения – Кл/м, Кл/м², Кл/м³).

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV,$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная; $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности S ; n – число локальных зарядов; ρ – объемная плотность зарядов; V – объем, ограниченный поверхностью S .

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью

$$E = \sigma / (2\epsilon_0 \epsilon).$$

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями

$$E = \sigma / (\epsilon_0 \epsilon).$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра сферы

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (внутри сферы);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне сферы).}$$

Напряженность поля, создаваемого объемно равномерно заряженным шаром радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра шара

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \leq R \text{ (внутри шара);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне шара).}$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром радиусом R на расстоянии r от оси цилиндра,

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (внутри цилиндра);}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \text{ при } r \geq R \text{ (вне цилиндра).}$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура L :

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint_L E_l dl = 0,$$

где E_l – проекция вектора $\mathbf{E}$ на направление элементарного перемещения $d\mathbf{l}$. Интегрирование возможно по любому замкнутому пути L .

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ или } A_{12} = q_0 \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} = q_0 \int_1^2 E_l dl,$$

если точки 1 и 2 совпадают, то работа

$$A_{11} = q_0 \int_1^1 E_l dl = q_0 \oint_L E_l dl = 0,$$

где E_l – проекция вектора $\mathbf{E}$ на направление элементарного перемещения $d\mathbf{l}$.

Поляризованность

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i}{V} = \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots)}{V},$$

где V – объем диэлектрика; $\mathbf{p}_i$ – дипольный момент i -й молекулы.

Связь между поляризованностью диэлектрика и напряженностью электростатического поля

$$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества.

Связь диэлектрической проницаемости ϵ с диэлектрической восприимчивостью χ :

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

Связь между напряженностью E поля в диэлектрике и напряженностью E_0 внешнего поля

$$E = E_0 - P/\epsilon_0, \text{ или } E = E_0/\epsilon.$$

Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}.$$

Связь между $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{P}$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}.$$

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\Phi_D = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i,$$

где $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраическая сумма заключенных внутри замкнутой поверхности S свободных электрических зарядов; D_n – составляющая вектора $\mathbf{D}$ по направлению нормали к площадке. $d\mathbf{S}$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью $\mathbf{n}$ к площадке.

Напряженность электростатического поля у плоской поверхности проводника на расстоянии намного меньшем радиуса кривизны поверхности

$$E = \sigma / (\varepsilon_0 \varepsilon),$$

где σ – поверхностная плотность зарядов.

Емкость уединенного проводника

$$C = q / \varphi,$$

где q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \sigma S / d,$$

где S – площадь каждой обкладки конденсатора; d – расстояние между обкладками; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(r_2/r_1)},$$

где l – длина обкладок конденсатора; r_1, r_2 – радиусы коаксиальных обкладок.

Емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_1 и r_2 – радиусы концентрических сфер.

Емкость системы конденсаторов при последовательном и параллельном соединениях

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \text{и} \quad C = \sum_{i=1}^n C_i,$$

где C_i – емкость i -го конденсатора; n – число конденсаторов.

Некоторые обобщающие сведения удобно представить в виде нижеследующей табл. 1.

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n q_i \varphi_k,$$

где φ_k – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i , всеми зарядами, кроме i -го ($i \neq k$).

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где q – заряд конденсатора; C – его емкость; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками.

Энергия плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V,$$

где S – площадь одной обкладки; U – разность потенциалов между обкладками; $V = Sd$ – объем конденсатора.

Объемная плотность энергии

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

где D – электрическое смещение.

3.2 Постоянный электрический ток

Сила и плотность электрического тока

$$I = \frac{dq}{dt}; \quad j = \frac{I}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Плотность тока в проводнике

$$\mathbf{j} = nev,$$

где $\mathbf{v}$ – скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике (скорость дрейфа); n – концентрация зарядов; e – заряд электрона.

Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$E = A/q_0, \text{ или } E = \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l},$$

где q_0 – единичный положительный заряд; A – работа сторонних сил; $\mathbf{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил, т.е. сил не электростатической природы.

Сопротивление R однородного линейного проводника, проводимость G проводника и удельная электрическая проводимость γ вещества проводника

$$R = \rho l/S; G = 1/R; \gamma = 1/\rho = e\mu n,$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление; S – площадь поперечного сечения проводника; l – его длина; μ – подвижность носителей тока (дрейфовая скорость в единичном поле); n – концентрация носителей тока; e – заряд электрона.

Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединениях

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \text{ и } \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где R_i – сопротивление i -го проводника; n – число проводников.

Зависимость удельного сопротивления ρ от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \alpha T,$$

где α – температурный коэффициент сопротивления.

Закон Ома:

– для однородного участка цепи

$$I = U/R;$$

– для неоднородного участка цепи

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12})/R;$$

– для полной цепи

$$I = \mathcal{E}/(R + r),$$

где U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление внешнего участка цепи; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; $\mathcal{E}_{12}$ – ЭДС источников тока, входящих в участок; $\mathcal{E}$ – алгебраическая сумма ЭДС всех источников тока в цепи. $\mathcal{E}_{12} > 0$, если источник поддерживает ток от точки 1 к точке 2, и $\mathcal{E}_{12} < 0$, если источник препятствует протеканию тока от точки 1 к точке 2.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E},$$

где $\mathbf{E}$ – напряженность электростатического поля.

Работа тока за время t

$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Мощность тока

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t = IUt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за время t .

Законы Кирхгофа:

Первый закон Кирхгофа

$$\sum_k I_k = 0.$$

Ток, входящий в узел, берется со знаком плюс, выходящий из узла – со знаком минус.

Второй закон Кирхгофа

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

Ток в направлении обхода электрического контура берется со знаком плюс, против направления – со знаком минус; электродвижущая сила $\mathcal{E}$, поддерживающая ток в направлении обхода, берется со знаком плюс, препятствующая – со знаком минус.

3.3 Термоэлектродвижущая сила и термоэлектронная эмиссия

Контактная разность потенциалов на границе двух металлов 1 и 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

где A_1, A_2 – работы выходов электронов из металлов; k – постоянная Больцмана; n_1, n_2 – концентрации свободных электронов в металлах.

Термоэлектродвижущая сила

$$\mathcal{E} = \frac{k}{e} (T_1 - T_2) \ln \frac{n_1}{n_2},$$

где $(T_1 - T_2)$ – разность температур спаев.

Формула Ричардсона-Дешмана

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/(kT)},$$

$j_{\text{нас}}$ – плотность тока насыщения термоэлектронной эмиссии; C – постоянная, теоретически одинаковая для всех металлов; A – работа выхода электрона из металла; T – температура.

3.4 Магнитное поле

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]; \quad M = p_m B \sin \alpha,$$

где $\mathbf{B}$ – магнитная индукция; $\mathbf{p}_m$ – магнитный момент контура с током; α – угол между векторами $\mathbf{p}_m$ и $\mathbf{B}$;

$$\mathbf{p}_m = I S \mathbf{n},$$

где I – сила тока в контуре; S – площадь контура с током; $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности контура.

Связь магнитной индукции $\mathbf{B}$ и напряженности $\mathbf{H}$ магнитного поля

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

где $d\mathbf{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины $d\mathbf{l}$ проводника с током I ; r – радиус-вектор, проведенный от $d\mathbf{l}$ к точке, в которой определяется магнитная индукция.

Модуль вектора $d\mathbf{B}$

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$.

Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей.

Магнитная индукция в точке поля, созданного n элементами длины $d\mathbf{l}$ проводников с током I , равна геометрической (векторной) сумме векторов $\mathbf{B}_i$

$$\mathbf{B} = \sum_i \mathbf{B}_i,$$

где $\mathbf{B}$ – магнитная индукция результирующего поля; $\mathbf{B}_i$ – магнитные индукции накладываются полей.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{R},$$

где R – расстояние от оси проводника.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводником с током

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2),$$

где α_1 и α_2 – углы, которые создает проводник с радиус-векторами, проведенными от концов проводника к рассматриваемой точке.

Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

Магнитная индукция на оси кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{IR^2}{2(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}},$$

где R – радиус кривизны проводника; a – расстояние от центра кругового проводника с током до любой точки оси кругового проводника.

Закон Ампера

$$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}],$$

где $d\mathbf{F}$ – сила, действующая на элемент длины $d\mathbf{l}$ проводника с током I , помещенный в магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}$.

Модуль силы Ампера (закон Ампера)

$$dF = IB \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{B}$.

Сила взаимодействия двух бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} dl,$$

где R – расстояние между проводниками; dl – отрезок проводника.

Магнитное поле движущегося заряда

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \mathbf{r}]}{r^3},$$

где r – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения,

– в скалярном виде:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{r}$.

Сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{v} \mathbf{B}],$$

– в скалярном виде:

$$F = qvB \sin \alpha,$$

где $\mathbf{F}$ – сила, действующая на заряд q , движущийся в магнитном поле со скоростью $\mathbf{v}$; α – угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$.

Результирующая сила $\mathbf{F}$, действующая на движущийся заряд q при действии на него электрического поля напряженностью $\mathbf{E}$ и магнитного поля индукцией $\mathbf{B}$.

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \mathbf{B}].$$

Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = R \frac{I \cdot B}{d},$$

где B – магнитная индукция; I – сила тока; d – толщина пластинки; $R = 1/(en)$ – постоянная Холла (n – концентрация электронов).

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\mathbf{B}$)

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_i dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; $d\mathbf{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_i = B \cos \alpha$ – составляющая вектора $\mathbf{B}$ в направлении касательной контура произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода); α – угол между векторами $\mathbf{B}$ и $d\mathbf{l}$; $\sum_{k=1}^n I_k$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

Магнитная индукция внутри соленоида, имеющего N витков,

$$B = \mu_0 \mu NI/l,$$

где l – длина соленоида; μ – магнитная проницаемость среды.

Магнитная индукция внутри тороида

$$B = \mu_0 \mu NI/2\pi r,$$

где r – радиус соленоида; μ – магнитная проницаемость среды.

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку dS

$$d\Phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n dS,$$

где $d\mathbf{S} = dS_n$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью n к площадке; B_n – проекция вектора $\mathbf{B}$ на направление нормали к площадке.

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS.$$

Потокосцепление Ψ (полный магнитный поток, сцепленный со всеми N витками соленоида)

$$\Psi = N \Phi = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S.$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = I \cdot d\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi',$$

где $d\Phi'$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

3.5 Электромагнитная индукция

Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\mathcal{E}_i$ – ЭДС индукции; $d\Phi$ – изменение магнитного потока через контур.

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью S при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B ,

$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin \omega t.$$

Потокосцепление, создаваемое током I в контуре с индуктивностью L ,

$$\Phi = LI.$$

ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность длинного соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

где N – число витков соленоида; l – его длина.

Токи при включении на источник и при замыкании RL -цепи саму на себя:

$$I = I_0(1 - e^{-t/\tau}), I = I_0 e^{-t/\tau},$$

где $\tau = L/R$ – постоянная времени (L – индуктивность, R – сопротивление).

ЭДС взаимной индукции (ЭДС, индуцируемая изменением силы тока в соседнем контуре)

$$\mathcal{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

где L_{12} – взаимная индуктивность контуров.

Взаимная индуктивность двух катушек (с числом витков N_1 и N_2 , намотанных на общий тороидальный сердечник),

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

где μ_0 – магнитная проницаемость сердечника; l – длина сердечника по средней линии; S – площадь сердечника.

Коэффициент трансформации

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2},$$

где N , $\mathcal{E}$, I – соответственно число витков, ЭДС и сила тока в обмотках трансформатора.

Энергия магнитного поля, создаваемого током I в катушке с током I

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

где L – индуктивность катушки.

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

3.6 Магнитные свойства вещества

Связь орбитального магнитного $\mathbf{p}_m$ и орбитального механического $\mathbf{L}_e$ моментов электрона

$$\mathbf{p}_m = -g\mathbf{L}_e = -\frac{e}{2m}\mathbf{L}_e,$$

где $g = e/(2m)$ – гиромагнитное отношение орбитальных моментов.

Намагниченность

$$\mathbf{J} = \mathbf{P}_m/V = \frac{\sum \mathbf{p}_a}{V},$$

где $\mathbf{P}_m = \sum \mathbf{p}_a$ – магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул.

Связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

Связь между векторами $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{J}$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J}),$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Связь между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью вещества

$$\mu = 1 + \chi.$$

Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля (закон полного тока)

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I,$$

где I – алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром L .

3.7 Основы электромагнитной теории Максвелла

Плотность тока смещения

$$\mathbf{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t},$$

где $\mathbf{D}$ – электрическое смещение; $\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ – плотность тока смещения в вакууме;

$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$ – плотность тока поляризации.

Полная система уравнений Максвелла:

– в интегральной форме

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} &= - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \text{ или } \oint_L E_l dl = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S B_n dS; \\ \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} &= \int_V \rho dV, \text{ или } \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV; \\ \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} &= \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{d\mathbf{D}}{dt} \right) d\mathbf{S}, \text{ или } \oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i + \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS; \\ \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} &= 0, \text{ или } \oint_S B_n dS = 0; \end{aligned}$$

– в дифференциальной форме

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t};$$

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0,\end{aligned}$$

где $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$; $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$; $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ (ε_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные; ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости; ρ – объемная плотность заряда; S – поверхность, опирающаяся на контур L ; V – объем, ограниченный замкнутой поверхностью S).

IV. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1 Механические и электромагнитные колебания

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – круговая (циклическая) частота; $\nu = 1/T$ – частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза.

Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания,

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

Кинетическая энергия колеблющейся точки массой m

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний пружинного маятника (материальной точки массой m)

$$m\ddot{x} = -kx, \text{ или } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость пружины)

$$k = \omega_0^2 m; \quad \ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{m/k},$$

где m – масса пружинного маятника.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{J/(mgl)} = 2\pi \sqrt{L/g},$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний; l – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $L = J/(ml)$ – приведенная длина физического маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{l/g},$$

где l – длина маятника.

Формула Томсона для периода T собственных колебаний в контуре без активного сопротивления с индуктивностью L и емкостью контура C ,

$$T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда q в контуре:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0,$$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – собственная частота контура.

Решение дифференциального уравнения свободных гармонических колебаний заряда в контуре:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q_m – амплитуда колебаний заряда.

Напряжение на конденсаторе:

$$U_C = U_{Cm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

напряжение на индуктивности:

$$U_L = -U_{Lm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

ток в контуре:

$$I = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Амплитуда A результирующего колебания, получающегося при сложении двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – их фазы.

Начальная фаза результирующего колебания

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Период биений

$$T = 2\pi/\Delta\omega, \Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|.$$

Уравнение траектории движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты,

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi,$$

где A и B – амплитуды складываемых колебаний; φ – разность фаз колебаний.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний линейной системы и его решение:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 = 0; x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x – колеблющаяся величина, описывающая физический процесс; β – коэффициент затухания ($\beta = r/(2m)$ в случае механических колебаний и $\beta = R/(2L)$ в случае электромагнитных колебаний); ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний; $A_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний.

Декремент затухания

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T},$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где $\tau = 1/\beta$ – время релаксации; N – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Добротность механической колебательной системы

$$Q = \frac{1}{r} \sqrt{km}.$$

Добротность колебательного контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Учитывая, что $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ и $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, можно получить выражение для отношения частоты затухающих колебаний к собственной частоте колебаний идеального контура:

$$\frac{\omega_{\text{зат}}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}.$$

При добротности 3,5 и больше это отношение отличается от 1 на 1% и меньше. При точности измерений частоты 1% этим отличием уже можно пренебречь.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний линейной системы и его решение:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = x_0 \cos \omega t; \quad x = A \cos(\omega t - \varphi_0),$$

где x – колеблющаяся величина, описывающая физический процесс ($x_0 = F_0/m$ в случае механических колебаний; $x_0 = U_m/L$ в случае электромагнитных колебаний)

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}; \quad \varphi = \arctg \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонансная частота для конденсатора в колебательном контуре

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Учитывая, что $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ и $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, можно получить выражение для отношения резонансной частоты в реальном контуре к частоте в идеальном контуре:

$$\frac{\omega_{\text{рез}}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

При добротности от 5 и больше это отношение отличается от 1 на 1% и меньше. При точности измерений частоты 1% этим отличием уже можно пренебречь.

Резонансная амплитуда

$$A_{\text{рез}} = \frac{x_0}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Полное сопротивление Z цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C , на концы которой подается переменное напряжение циклической частоты ω ,

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

где $X_L = \omega L$ – реактивное индуктивное сопротивление; $X_C = 1/(\omega C)$ – реактивное емкостное сопротивление.

На резонансной частоте $\omega = \omega_0$

$$Z = R.$$

Сдвиг фаз между напряжением и силой тока таков, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

Действующие (эффективные) значения тока и напряжения

$$I = I_m / \sqrt{2}; U = U_m / \sqrt{2}.$$

Средняя мощность, выделяющаяся в последовательной цепи переменного тока,

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi,$$

где

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

4.2 Упругие волны

Связь длины волны λ , периода T колебаний и частоты ν :

$$\lambda = \nu T; \nu = \lambda \nu; \nu = 1/T,$$

где ν – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x ,

$$y(x, t) = A \cos[\omega(t - x/\nu + \varphi_0)] = A \cos[2\pi(t/T - x/\lambda + \varphi_0)] = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $y(x, t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t ; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(\nu T) = \omega/\nu$ – волновое число (λ – длина волны, ν – фазовая скорость; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Положение фронта волны, исходя из факта, что $\varphi_{\text{фр}} = 0$, находится из соотношения:

$$\frac{x_{\text{фр}}}{\lambda} = \frac{t_1}{T},$$

где $x_{\text{фр}}$ – положение фронта волны в момент времени t_1 .

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода Δ

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции волн

$$\Delta_{\text{max}} = \pm m\lambda \text{ (целое число длин волн);}$$

$$\Delta_{\text{min}} = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ (нечетное число полуволн),}$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$.

Фазовая v и групповая u скорости,

$$v = \frac{\omega}{k}; u = \frac{d\omega}{dk};$$

а также связь между ними

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны

$$y(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

Координаты пучностей и узлов

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

$$x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Уровень интенсивности звука

$$L = \lg(I/I_0) \text{ (Белл)} \text{ или } L = 10 \lg(I/I_0) \text{ (дециБелл),}$$

где I – интенсивность звука; I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости ($I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2 = 1 \text{ пВт/м}^2$).

Скорость распространения звуковых волн в газах

$$v = \sqrt{\gamma RT / M},$$

где R – молярная газовая постоянная; M – молярная масса; $\gamma = C_p/C_v$ ($\gamma = \frac{i+2}{i}$ – коэффициент Пуассона), отношение молярной теплоемкости газа при постоянном давлении к молярной теплоемкости газа при постоянном объеме; i – число степеней свободы молекулы; T – термодинамическая температура.

Эффект Допплера в акустике

$$\nu = \frac{\nu \pm v_{\text{пр}}}{\nu \mp v_{\text{ист}}} \nu_0,$$

где ν – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; ν_0 – частота звука, посылаемого источником; $v_{\text{пр}}$ – скорость движения приемника; $v_{\text{ист}}$ – скорость движения источника; v – скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение; нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Эффект Допплера для электромагнитных волн в вакууме

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos \theta},$$

где ν_0 и ν – соответственно частоты электромагнитного излучения, испускаемого источником и воспринимаемого приемником; v – скорость источника электромагнитного излучения относительно приемника; c – скорость света в вакууме; θ – угол между вектором скорости $\mathbf{v}$ и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

Поперечный эффект Допплера для электромагнитных волн в вакууме ($\theta = \pi/2$)

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

4.3 Электромагнитные волны

Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

где $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ – скорость распространения света в вакууме; ϵ_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные; ϵ и μ – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического (E) и магнитного (H) полей электромагнитной волны

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H,$$

где E и H – соответственно мгновенные значения напряженностей электрического и магнитного полей волны.

Уравнения плоской электромагнитной волны

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0); \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H}_0$ – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω – круговая частота; $k = \omega/v$ – волновое число; φ_0 – начальные фазы колебаний в точке с координатой $x = 0$.

Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Плотность потока энергии (вектор Умова-Пойтинга):

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}].$$

Интенсивность волны:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} EH.$$

V. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

5.1 Геометрическая оптика

Законы отражения

$$i_1' = i_1$$

и преломления света

$$\sin i_1 / \sin i_2 = n_{21},$$

где i_1 – угол падения; i_1' – угол отражения; i_2 – угол преломления; $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй среды.

Абсолютный показатель преломления

$$n = \frac{c}{v},$$

где c – скорость света в вакууме, v – скорость света в среде.

Предельный угол полного внутреннего отражения при распространении света из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную находится из соотношения:

$$\sin i_{\text{пр}} = n_2/n_1 = n_{21}.$$

Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a и b – соответственно расстояния от полюса зеркала до предмета и изображения; f – фокусное расстояние зеркала; R – радиус кривизны зеркала.

Оптическая сила тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где f – фокусное расстояние линзы; $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления (n_2 и n_1 – соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды); R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей ($R > 0$ для выпуклой поверхности; $R < 0$ для вогнутой; $R = \infty$ для плоской

поверхности); a и b – соответственно расстояния от оптического центра линзы до предмета и изображения.

5.2 Фотометрия

Сила излучения

$$I_e = \Phi_e / \omega,$$

где Φ_e – поток излучения источника; ω – телесный угол, в пределах которого это излучение распространяется.

Полный световой поток, испускаемый изотропным точечным источником,

$$\Phi_0 = 4\pi I,$$

где I – сила света источника.

Светимость поверхности

$$R = \Phi / S,$$

где Φ – световой поток, испускаемый поверхностью; S – площадь этой поверхности.

Яркость B , светящейся поверхности в некотором направлении φ

$$B_\varphi = (I/S) \cdot \cos \varphi,$$

где I – сила света; S – площадь поверхности; φ – угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения.

Освещенность E поверхности

$$E = \Phi / S,$$

где Φ – световой поток, падающий на поверхность; S – площадь этой поверхности.

Связь светимости R и яркости B при условии, что яркость не зависит от направления,

$$R = \pi B.$$

5.3 Интерференция света

Разность фаз двух когерентных волн

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где $L = sn$ – оптическая длина пути (s – геометрическая длина пути световой волны в среде; n – показатель преломления этой среды); $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода световых волн; λ_0 – длина волны в вакууме).

Условие интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Условие интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, \dots$$

Ширина интерференционной полосы (расстояние между ближайшими минимумами):

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda_0,$$

где d – расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии l от экрана, параллельного линии расположения источников, при условии $l \gg d$.

Условия максимумов и минимумов интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пленки, находящейся в воздухе ($n_0 = 1$),

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, m = 0, 1, 2, \dots;$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, \dots,$$

где d – толщина пленки, n – ее показатель преломления; i – угол падения. В общем случае $\pm\lambda_0/2$ (потеря полуволны) обусловлена скачком фазы на π при отражении света от границы раздела: если $n > n_0$, отражение происходит с внешней стороны, и если $n_0 > n$, отражение происходит с внутренней стороны. Для вычисления $d_{\min}$ при максимуме интерференции берется $(+\lambda_0/2)$, а при минимуме интерференции – $(-\lambda_0/2)$.

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_m = \sqrt{(m - 1/2)\lambda_0 R}, m = 0, 1, 2, \dots;$$

или темных в проходящем свете

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}, m = 0, 1, 2, \dots,$$

где m – номер кольца, R – радиус кривизны линзы.

В случае "просветления" оптики интерферирующие лучи в отраженном свете гасят друг друга при условии

$$n = \sqrt{n_c},$$

где n_c – показатель преломления стекла; n – показатель преломления пленки.

5.4 Дифракция света

Условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально:

$$a \sin \varphi = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad a \sin \varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; m – порядок спектра; λ – длина волны.

Условия главных максимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, \dots$$

где d – период дифракционной решетки.

Для центрального максимума ($\varphi = 0$) для всех длин волн выполняется условие максимума.

Период дифракционной решетки

$$d = 1/N_0,$$

где N_0 – число щелей, приходящихся на единицу длины решетки (пространственная частота).

Условие дифракционных максимумов от пространственной решетки (формула Вульфа-Брэгга)

$$2d \sin \theta = m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN,$$

где λ , $(\lambda + \delta \lambda)$ – длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой; m – порядок спектра; N – общее число щелей решетки.

5.5 Взаимодействие электромагнитных волн с веществом

Связь угла φ отклонения лучей призмой и преломляющего угла A призмы

$$\varphi = A(n - 1),$$

где n – показатель преломления призмы.

Связь между показателем преломления и диэлектрической проницаемостью вещества

$$n = \sqrt{\epsilon}.$$

Уравнение вынужденных колебаний электрона под действием электрической составляющей поля волны (простейшая задача дисперсии)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t,$$

где eE_0 – амплитуда силы, действующей на электрон со стороны поля волны; ω_0 – собственная частота колебаний электрона; ω – частота внешнего поля; m – масса электрона.

Зависимость показателя преломления вещества n от частоты ω внешнего поля, согласно элементарной электронной теории дисперсии,

$$n^2 = 1 + \frac{n_{0i}}{\varepsilon_0} \sum \frac{e^2 / m}{\omega_{0i}^2 - \omega^2},$$

где ε_0 – электрическая постоянная; n_{0i} – концентрация электронов с собственной частотой ω_{0i} ; m – масса электрона; e – заряд электрона.

Закон поглощения света в веществе (закон Бугера-Бера)

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

где I_0 и I – интенсивности плоской монохроматической световой волны соответственно на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x ; α – коэффициент поглощения.

5.6 Поляризация света

Коэффициент поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I – интенсивность плоско поляризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоско поляризованного света, падающего на анализатор; α – угол между главной плоскостью анализатора и плоскостью поляризации падающей волны.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где i_B – угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является плоскополяризованным; n_{21} – относительный показатель преломления ($n_{21} > 1$).

Оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенными лучами l в ячейке Керра

$$\Delta = l(n_o - n_e) = k l E^2,$$

где n_o , n_e – показатели преломления соответственно обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси; l – длина ячейки Керра; E – напряженность электрического поля; k – постоянная.

Оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенными лучами в ячейке Поккельса

$$\Delta = \frac{n^3 r E_{ox} l}{2}$$

где $n^3 r$ – фактор качества электрооптического кристалла ячейки; l – длина ячейки Поггеля; E_{ox} – напряженность поперечного электрического поля.

При подаче полуволнового напряжения $U_{\lambda/2}$ и при равенстве интенсивностей обыкновенного и необыкновенного лучей плоскость поляризации поворачивается на 90° (потеря полуволны)

$$\Delta = \frac{n^3 r U_{\lambda/2} l}{2d} = \frac{\lambda}{2}.$$

Угол поворота плоскости поляризации:

– для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d;$$

– для оптически активных растворов

$$\varphi = \alpha C d,$$

где d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; α – удельное вращение; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

5.7 Квантовая природа света. Законы теплового излучения.

Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e – энергетическая светимость (излучательность) черного тела; σ – постоянная Стефана-Больцмана; T – термодинамическая температура.

Связь энергетической светимости R_e и спектральной плотности энергетической светимости $r_{\nu, T}(r_{\lambda, T})$ черного тела

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu, T} d\nu = \int_0^\infty r_{\lambda, T} d\lambda.$$

Энергетическая светимость серого тела

$$R_T^c = A_T \sigma T^4,$$

где A_T – поглощательная способность серого тела: $0 < A_T < 1$; $A_T = 1$ – абсолютно черное тело.

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = b/T,$$

где $\lambda_{\max}$ – длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости черного тела; b – постоянная Вина.

Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости черного тела от температуры

$$(r_{\lambda}, T) = CT^5,$$

где $C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

Энергия кванта света – фотона:

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda.$$

Формула Планка

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1};$$

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(k\lambda T)} - 1},$$

где h – постоянная Планка.

Связь радиационной T_p и истинной T температур

$$T_p = \sqrt[4]{A_T T}.$$

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{\max},$$

где $\varepsilon = h\nu$ – энергия поглощенного фотона; A – работа выхода электрона из металла; $T_{\max} = m v_{\max}^2 / 2$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

«Красная граница» фотоэффекта для данного вещества

$$\nu_0 = A/h; \lambda_0 = hc/A,$$

где λ_0 – максимальная длина волны излучения (ν_0 – соответственно минимальная частота), при которой фотоэффект еще возможен.

Масса и импульс фотона

$$m_\gamma = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}; p_\gamma = \frac{h\nu}{c},$$

где $h\nu$ – энергия фотона.

Давление света на отражающую поверхность

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho),$$

где $E_e = Nh\nu$ – облученность поверхности (энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени); ρ – коэффициент отражения; w – объемная плотность энергии излучения; h – постоянная Планка.

Коэффициент отражения

$$\rho = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2},$$

где n – относительный показатель преломления.

Изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\vartheta}{2},$$

где λ и λ' – длины волн падающего и рассеянного излучения; m_0 – масса электрона; ϑ – угол рассеяния; $\lambda_c = h/(m_0 c)$ – комптоновская длина волны.

VI ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

6.1 Теория атомов водорода по Бору

Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре водорода,

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где ν – частота спектральных линий в спектре атома водорода; R – постоянная Ридберга; m определяет серию ($m = 1, 2, 3, \dots$); n определяет отдельные линии соответствующей серии ($n = m + 1, m + 2, \dots$): $m = 1$ (серия Лаймана), $m = 2$ (серия Бальмера), $m = 3$ (серия Пашена), $m = 4$ (серия Брэкета), $m = 5$ (серия Пфунда), $m = 6$ (серия Хэмфри).

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний)

$$m_e \nu r_n = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

где m_e – масса электрона; ν – скорость электрона по n -й орбите радиусом r_n .

Второй постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где E_n и E_m – соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения).

Радиус n -й стационарной орбиты

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi m_e Z e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Энергия электрона на n -й стационарной орбите

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \hbar^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

где Z – порядковый номер элемента в системе Менделеева; ε_0 – электрическая постоянная.

6.2 Элементы квантовой механики

Связь длины дебройлевской волны частицы с импульсом p

$$\lambda = h/p = h/(mv),$$

где m – масса частицы; v – ее скорость.

Фазовая скорость свободно движущейся частицы

$$v_{\text{фаз}} = \omega/k = E/p = c^2/v,$$

где $E = \hbar \omega$ – энергия частицы (ω – круговая частота); $p = \hbar k$ – импульс ($k = 2\pi/\lambda$ – волновое число).

Групповая скорость свободно движущейся частицы

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Соотношение неопределенностей:

– для координаты и импульса частицы

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

где Δx , Δy , Δz – неопределенности координат, Δp_x , Δp_y , Δp_z – неопределенности соответствующих проекций импульса частицы на оси координат;

– для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt – время пребывания системы в данном состоянии; $\hbar$ – постоянная Планка ($\hbar = h/2\pi$).

Вероятность нахождения частицы в объеме dV

$$dW = \Psi \Psi^* dV = |\Psi|^2 dV,$$

где $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы; Ψ^* – функция, комплексно сопряженная с Ψ ; $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*$ – квадрат модуля волновой функции;

– для стационарных состояний

$$dW = \psi \psi^* dV = |\psi|^2 dV,$$

где $\psi = \psi(x, y, z)$ – координатная (амплитудная) часть волновой функции.

Условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1,$$

где интегрирование производится по всему бесконечному пространству, т.е. по координатам x, y, z от ∞ до $-\infty$.

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx.$$

Среднее значение физической величины L , характеризующей частицу, находящуюся в состоянии, описываемом волновой функцией Ψ ,

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} L |\Psi|^2 dV,$$

где $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar} (E - U) \psi = 0,$$

где $\psi = \psi(x, y, z)$ – координатная часть волновой функции ($\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i(E/\hbar)t}$); $U = U(x, y, z)$ – потенциальная энергия частицы; E – полная энергия частицы; $\hbar = h/(2\pi)$; m – масса частицы; Δ – оператор Лапласа $\left(\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$.

Волновая функция, описывающая одномерное движение свободной частицы,

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)},$$

где A – амплитуда волн де Бройля; $p_x = \hbar k$ – импульс частицы; $E = \hbar \omega$ – энергия частицы; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Собственное значение энергии E_n частицы, находящейся на n -м энергетическом уровне в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»,

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

где l – ширина ямы.

Собственная волновая функция, соответствующая вышеприведенному собственному значению энергии,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Коэффициент прозрачности D (вероятность туннелирования) прямоугольного потенциального барьера конечной ширины l ,

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} l \right],$$

где D_0 – множитель, который можно приравнять единице; U – высота потенциального барьера; E – энергия частицы;

– для барьера произвольной формы

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U_x - E)} dx \right].$$

Уравнение Шредингера для линейного гармонического осциллятора в квантовой механике

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0,$$

где $\frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = U$ – потенциальная энергия осциллятора; ω_0 – собственная частота колебаний осциллятора; m – масса частицы.

Собственные значения энергии гармонического осциллятора

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Энергия нулевых колебаний гармонического осциллятора

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0.$$

6.3 Элементы современной физики атомов и молекул

Потенциальная энергия $U(r)$ взаимодействия электрона с ядром в водородоподобном атоме

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где r – расстояние между электроном и ядром; Z – порядковый номер элемента; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Собственное значение энергии E_n электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = \frac{m e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}.$$

Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона

$$L_i = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

где l – орбитальное квантовое число, принимающее при заданном n следующие значения: $l = 0, 1, \dots, n-1$ (всего n значений).

Проекция момента импульса на направление внешнего магнитного поля

$$L_{iz} = \hbar m_l,$$

где m_l – магнитное квантовое число, принимающее при заданном l следующие значения: $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ (всего $(2l+1)$ значений).

Правила отбора при электронных переходах для орбитального и магнитного квантовых чисел

$$\Delta l = \pm 1 \text{ и } \Delta m_l = 0, \pm 1.$$

Нормированная волновая функция, отвечающая $1s$ -состоянию (основному состоянию) электрона в атоме водорода,

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

где $a = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / (me^2)$ – величина, совпадающая с первым боровским радиусом.

Вероятность обнаружить электрон в атоме водорода, находящемся в $1s$ -состоянии, в интервале от r до $r + dr$

$$dW = |\Psi_{100}|^2 dV = |\Psi_{100}|^2 4\pi r^2 dr.$$

Спин (собственный механический момент импульса) электрона

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

где s – спиновое квантовое число ($s = 1/2$).

Проекция спина на направление z внешнего магнитного поля

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

где m_s – магнитное спиновое квантовое число ($m_s = \pm 1/2$).

Принцип Паули

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1,$$

где $Z(n, l, m_l, m_s)$ – число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел: n – главного, l – орбитального, m_l – магнитного, m_s – магнитного спинного.

Максимальное число электронов $Z(n)$, определяемых данным главным квантовым числом n ,

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

Закон Мозли, определяющий частоты спектральных линий характеристического рентгеновского излучения,

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где R – постоянная Ридберга, Z – порядковый номер элемента в периодической системе; σ – постоянная экранирования; m определяет серию ($m = 1, 2, 3, \dots$); n определяет отдельные линии соответствующей серии ($n = m + 1, m + 2, \dots$).

Закон Мозли для линии $K\alpha$ ($\sigma = 1$)

$$\nu = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right).$$

6.4 Элементы квантовой статистики

Распределение Бозе-Эйнштейна

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}$$

и Ферми-Дирака

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} + 1},$$

где $\langle N_i \rangle$ – соответственно средние числа бозонов и фермионов в квантовом состоянии с энергией E_i ; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; μ – химический потенциал (уровень Ферми E_F). При $e^{(E_i - \mu)/(kT)} \gg 1$ оба распределения переходят в классическое распределение Максвелла-Больцмана $\langle N_i \rangle = A e^{-E_i/(kT)}$, где $A = e^{\mu/(kT)}$.

6.5 Элементы физики твердого тела.

Металлы

Концентрация электронов в металлах от температуры не зависит и определяется концентрацией атомов $n_{\text{ат}}$ и количеством электронов n_0 , приходящихся на один атом:

$$n = n_0 \cdot n_{\text{ат}} = n_0 \cdot \frac{DN_A}{M},$$

где D – плотность вещества; M – молярная масса; N_A – число Авогадро (число атомов в моле).

Распределение Ферми-Дирака по энергиям для свободных электронов в металле

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/(kT)} + 1},$$

где E_F – энергия Ферми.

При $T = 0$ К

$$f(E) = \begin{cases} 1, & E < E_F, \\ 0, & E > E_F. \end{cases}$$

Положение уровня Ферми в металлах от температуры не зависит и его можно найти по формуле:

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

где m – эффективная масса электрона; n – концентрация электронов.

Электрическая проводимость металла согласно квантовой теории

$$\gamma = \frac{ne^2 l \langle l_F \rangle}{m u_F},$$

где n – концентрация электронов проводимости в металле; $\langle l_F \rangle$ – средняя длина свободного пробега электрона, имеющего энергию Ферми; u_F – скорость электронов, имеющих энергию Ферми.

Если валентная зона заполнена электронами не полностью (рис. 6.1, а), то

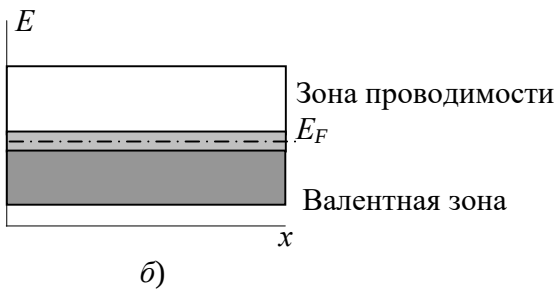
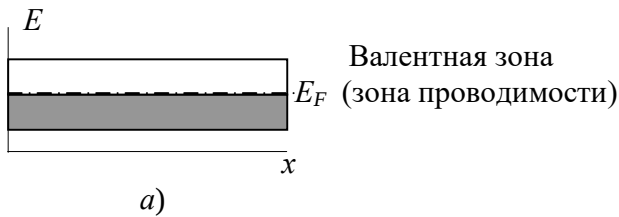


Рисунок 6.1 – Зонные диаграммы одновалентных металлов (а) и двухвалентных металлов (б); E_F – уровень Ферми

электрон, получив сколь угодно малую энергию (например, за счет теплового движения или электрического поля), сможет перейти на более высокий энергетический уровень той же зоны, т. е. стать свободным и участвовать в проводимости. Внутризонный переход вполне возможен, так как, например, при 1К энергия теплового движения $kT \approx 10^{-4}$ эВ, т.е. гораздо больше разности энергий между соседними состояниями. Кристалл, имеющий такую зонную диаграмму, является металлом.

Типичными представителями веществ, у которых наблюдается частичное заполнение валентной зоны (в случае металла ее называют также зоной проводимости) являются одновалентные щелочные металлы и благородные металлы, такие как Cu, Ag, Au, Pt и др.

Твердое тело является проводником электрического тока и в том случае, когда валентная зона полностью заполнена электронами, и она перекрывается со свободной зоной (зоной проводимости), не занятой электронами (рис. 6.1, б). В данном случае образуется так называемая «гибридная» зона, которая заполняется валентными электронами лишь частично. Это имеет место для двухвалентных щелочноземельных элементов (Be, Mg, Ca и т.д.).

Полупроводники

Собственная проводимость полупроводника

$$\sigma = en_i(\mu_n + \mu_p),$$

где e – заряд электрона; n_i – концентрация носителей тока в собственном полупроводнике, μ_n , μ_p – подвижности электронов и дырок соответственно. Зонная диаграмма собственного полупроводника приведена на рисунке 6.2.

Постоянство собственной концентрации носителей заряда обусловлено равенством скоростей процессов тепловой генерации и рекомбинации.

Концентрация носителей тока в собственном полупроводнике

$$n_i = p_i = \sqrt{N_C N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right),$$

где E_g – ширина запрещенной зоны полупроводника, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Эффективная плотность состояний в зоне проводимости

$$N_C = \frac{2(2\pi m_n kT)^{3/2}}{h^3},$$

где m_n – эффективная масса электрона, h – постоянная Планка.

Эффективная плотность состояний в валентной зоне

$$N_V = \frac{2(2\pi m_p kT)^{3/2}}{h^3},$$

где m_p – эффективная масса дырки, h – постоянная Планка.

Энергия Ферми в собственном полупроводнике

$$E_F = -\frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} = -\frac{E_g}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_p}{m_n}.$$

Зонные диаграммы примесных полупроводников приведены на рисунках 6.3 (электронного полупроводника) и 6.4 (дырочного полупроводника).

Электронная проводимость полупроводника (n – тип)

$$\sigma = en_n \mu_n,$$

где e – заряд электрона; n_n – концентрация основных носителей (электронов); μ_n – подвижность электронов.

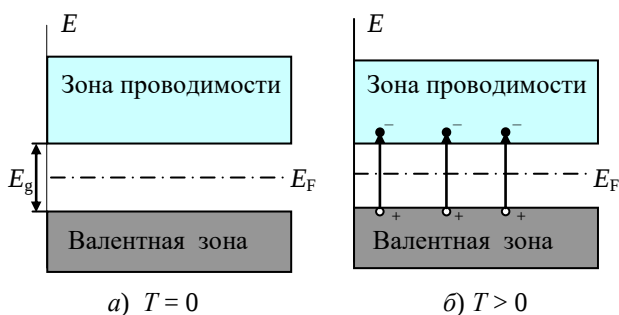


Рисунок 6.2 – Зонная диаграмма собственного полупроводника при температурах: а) $T = 0$; б) $T > 0$

Концентрация электронов

$$n_n = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C - E_F)}{kT}},$$

где E_F – энергия Ферми в электронном полупроводнике.

$$E_F = -kT \ln \frac{N_C}{N_D},$$

где N_D – концентрация доноров. В случае мелких доноров $n_n = N_D$.

Концентрация неосновных носителей (дырок) в электронном полупроводнике

$$p_n = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F - E_V)}{kT}}.$$

Дырочная проводимость полупроводника (p – тип)

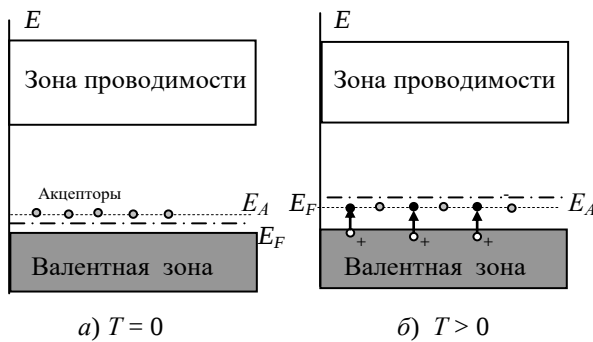


Рисунок 6.4 – Зонная диаграмма примесного (дырочного) полупроводника при: а) $T = 0$; б) $T > 0$

где N_A – концентрация акцепторов.

Концентрация неосновных носителей (электронов) в дырочном полупроводнике

$$n_p = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C - E_{F_p})}{kT}}.$$

Связь между концентрациями собственных, основных и неосновных носителей тока в полупроводнике:

$$n_i^2 = p_i^2 = n_n \cdot p_n = n_p p_p.$$

Зонная диаграмма p - n -перехода, находящегося в термодинамическом равновесии, приведена на рисунке 6.5.

Контактная разность потенциалов ϕ_k в p - n -переходе, находящемся в термодинамическом равновесии равна

$$\phi_k = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left(\frac{p_p \cdot n_n}{n_i^2} \right).$$

Зонные диаграммы симметричных прямо смещенного и обратно смещенного p - n -переходов приведены на рисунках 6.6 и 6.7 соответственно.

$$\sigma = e p_p \mu_p,$$

где e – заряд электрона; p_p – концентрация основных носителей (дырок); μ_p – подвижность дырок.

Концентрация дырок равна

$$p_p = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F - E_V)}{kT}},$$

где E_F – энергия Ферми.

$$E_F = -kT \ln \frac{N_C}{N_D},$$

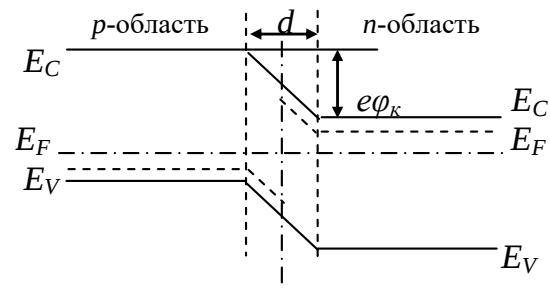


Рисунок 6.5 – p - n -переход при термодинамическом равновесии (несмещенный p - n -переход)

Ширина обедненного слоя в симметричном прямо смещенном p - n -переходе

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/e)(N_A + N_D)(\varphi_k - U) / N_A N_D]^{1/2},$$

где U – величина прямого напряжения.

Ширина обедненного слоя в симметричном обратном смещенном p - n -переходе

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/e)(N_A + N_D)(\varphi_k + U) / N_A N_D]^{1/2},$$

где U – величина обратного напряжения.

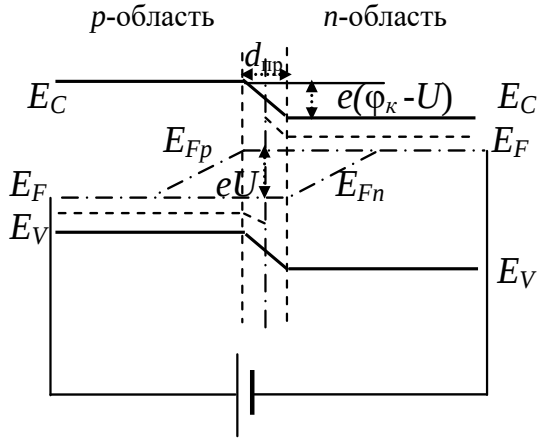


Рисунок 6.6 – Прямо смещенный p - n -переход

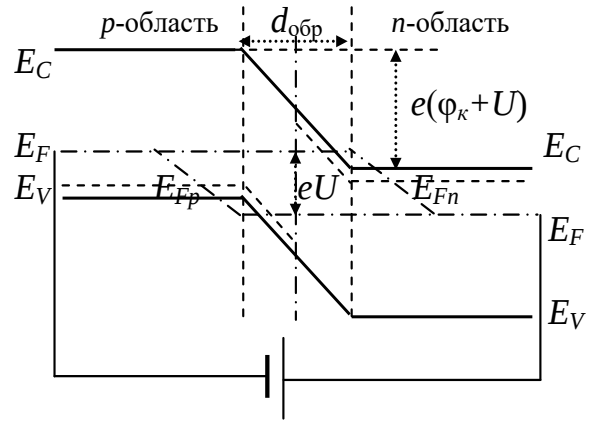


Рисунок 6.7 – Обрато смещенный p - n -переход

Если к p -области присоединить плюс, а к n -области – минус от внешнего источника ЭДС, то знак внешней ЭДС будет считаться положительным и потенциальный барьер уменьшится на величину приложенного напряжения. Такая полярность внешнего напряжения называется прямой. Если к p -области присоединить минус, а к n -области – плюс от внешнего источника ЭДС, то знак внешней ЭДС будет считаться отрицательным и потенциальный барьер увеличится на величину приложенного напряжения. Такая полярность внешнего напряжения называется обратной.

Барьерная емкость симметричного p - n -перехода

при прямом смещении

$$C_3 = S \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \cdot \frac{e N_D N_A}{(N_A + N_D)(\varphi_k - U)} \right]^{1/2};$$

при обратном смещении

$$C_3 = S \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \cdot \frac{e N_D N_A}{(N_A + N_D)(\varphi_k + U)} \right]^{1/2}.$$

Плотность тока p - n -перехода (вольт-амперная характеристика, см. рис. 6.8)

$$j = j_s \cdot (e^{\frac{eU}{kT}} - 1);$$

где плотность тока насыщения

$$j_s = e \left(\frac{D_p p_n}{L_p} + \frac{D_n n_p}{L_n} \right),$$

D_p, D_n – коэффициенты диффузии дырок и электронов соответственно; L_p, L_n – диффузионные длины дырок и электронов соответственно

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}; L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n},$$

где τ_p, τ_n – времена жизни электронов и дырок соответственно.

Коэффициенты диффузии

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p; \quad D_n = \frac{kT}{e} \mu_n,$$

где μ_p и μ_n – подвижности дырок и электронов соответственно.

Напряжение смещения подставляется со своим знаком согласно указанному правилу. Прямое напряжение на p - n -переходе ограничено значением контактной разности потенциалов Φ_k , а обратное – пробоем p - n -перехода.

В неравновесных стационарных условиях концентрации неравновесных носителей изменяются по законам:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) - \text{для электронов}; \quad \Delta p = \Delta p_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) - \text{для дырок}.$$

В нестационарных условиях:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) - \text{для электронов}; \quad \Delta p = \Delta p_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) - \text{для дырок}.$$

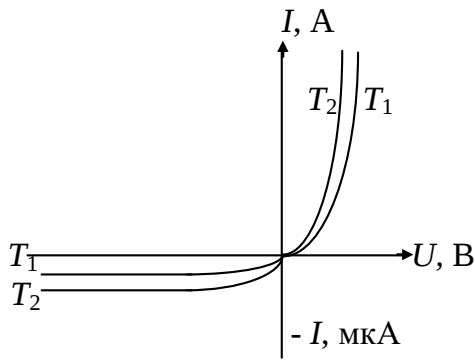


Рис. 6.8 – ВАХ p - n -перехода при различных температурах: $T_1 < T_2$

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение	g	9,81 м/с
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ (м ³ /кг·с ²)
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Постоянная Фарадея	F	$96,48 \cdot 10^3$ Кл/моль
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Скорость света в вакууме	c	$3,00 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная закона смещения Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	$h,$ $\hbar = h / 2\pi$	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с = $= 4,14 \cdot 10^{-15}$ эВ·с $1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	$1,10 \cdot 10^7$ м ⁻¹
Радиус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,6750 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя α -частицы	m_α	$6,6425 \cdot 10^{-27}$ кг
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Отношение массы протона к массе электрона	m_p/m_e	1836,15
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Отношение заряда электрона к его массе	e/m_e	$1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Комптоновская длина волны электрона	λ	$2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м ²
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12,566 \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Единицы и размерности физических величин в СИ

Величина		Единица		Выражение через основные и дополнительные единицы
наименование	размерность	наименование	обозначение	
Основные единицы				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограмм	кг	
Время	T	секунда	с	
Сила электрического тока	I	ампер	А	
Термодинамическая температура	Θ	кельвин	К	
Количество вещества	N	моль	моль	
Сила света	J	канделла	кд	
Дополнительные единицы				
Плоский угол	-	радиан	рад	
Телесный угол	-	стерадиан	ср	
Производные единицы				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	c^{-1}
Сила, вес	LMT^{-2}	ньютон	Н	$m \cdot kg \cdot c^{-2}$
Давление, механи- ческое напряжение	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot c^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2}$
Мощность, поток энергии	L^2MT^{-3}	ватт	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3}$
Количество элек- тричества (электри- ческий заряд)	TI	кулон	Кл	$c \cdot A$
Электрическое на- пряжение, электри- ческий потенциал, разность электри- ческих потенциа- лов, электродвижу- щая сила	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-1}$
Электрическая емкость	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарад	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^4 \cdot A^2$
Электрическое сопротивление	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$

Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	$M^{-2}\cdot K^{-1}\cdot C^3\cdot A^2$
Магнитный поток	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$M^2\cdot K\cdot C^{-2}\cdot A^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$K\cdot C^{-2}\cdot A^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генри	Гн	$M^2\cdot K\cdot C^{-2}\cdot A^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	кд·ср
Освещенность	$L^{-2}J$	люкс	лк	$M^{-2}\cdot K\cdot C\cdot sr$
Активность изотопа (активность нуклида в радиоактивном источнике)	T^{-1}	беккерель	Бк	s^{-1}
Поглощенная доза излучения	$L^{-2}T^{-2}$	грей	Гр	$M^2\cdot C^{-2}$

Множители дольных единиц и приставки для образования десятичных кратных

Множитель	Приставка	Обозначение приставки		Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		международное	русское			международное	русское
10^{-18}	ато	a	а	10^1	дека	da	да
10^{-15}	фемто	f	ф	10^2	гекто	h	г
10^{-12}	пико	p	п	10^3	кило	k	к
10^{-9}	нано	n	н	10^6	Мега	M	М
10^{-6}	микро	μ	мк	10^9	Гига	G	Г
10^{-3}	милли	m	м	10^{12}	Тера	T	Т
10^{-2}	санتي	c	с	10^{15}	Пета	P	П
10^{-1}	деци	d	д	10^{18}	Экса	E	Э

Греческий алфавит

Обозначения букв	Названия букв	Обозначения букв	Названия букв
A, α	альфа	N, ν	ню
B, β	бета	Ξ , ξ	кси
Γ , γ	гамма	O, o	омикрон
Δ , δ	дельта	Π , π	пи
E, ϵ	эпсилон	P, ρ	ро
Z, ζ	дзета	Σ , σ	сигма
H, η	эта	T, τ	тау
Θ , θ , ϑ	тета	Υ , υ	ипсилон
I, ι	йота	Φ , ϕ	фи
K, κ	каппа	X, χ	хи
Λ , λ	ламбда	Ψ , ψ	пси
M, μ	мю	Ω , ω	омега

Приложение 2.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Разложение на множители:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b); & a^2 \pm 2ab + b^2 &= (a \pm b)^2; \\ a^3 \pm b^3 &= (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2); & a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 &= (a \pm b)^3; \\ ax^2 + bx + c &= a(x - x_1)(x - x_2), \end{aligned}$$

где x_1 и x_2 – корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ – формула корней квадратного уравнения.}$$

$$\text{Теорема Виета: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

Арифметическая прогрессия:

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ – члены арифметической прогрессии;

d – разность арифметической прогрессии;

$a_{n+1} = a_n + d$ – определение арифметической прогрессии;

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ – формула n -го члена;

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \text{ – характеристическое свойство;}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n \text{ – формула суммы } n \text{ первых членов.}$$

Теорема косинусов. В любом треугольнике

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Формулы площади любого треугольника:

$$S = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}, S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma, S = pr, S = \frac{abc}{4R},$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ – формула Герона.}$$

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производные простейших элементарных функций:

– правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного соответственно:

$$1) (u \pm v)' = u' \pm v'; \quad 2) (uv)' = u'v + uv'; \quad 3) \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, v \neq 0;$$

– производная постоянной функции

$$y = f(x) = C \Rightarrow y' = 0. (Cu)' = Cu';$$

– производная степенной функции

$$(x^n)' = nx^{n-1}; (\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -\frac{1}{x^2};$$

– производная показательной функции

$$(a^x)' = a^x \ln a; (e^x)' = e^x;$$

– производная логарифмической функции

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; (\ln x)' = \frac{1}{x};$$

– производные тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x; (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\cos x)' = -\sin x; (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x; (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x; (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

$y'(t_0) = f'(x_0) \cdot \varphi'(t_0)$ – правило дифференцирования сложной функции $y = f[\varphi(t)]$ в точке t_0 ; здесь $x_0 = \varphi(t_0)$.

$\varphi'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ – правило дифференцирования обратной функции $x = \varphi(y)$ в

точке $y_0 = f(x_0)$.

Табличные интегралы:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1);$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C;$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1);$$

$$\int e^x dx = e^x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \quad (a \neq 0);$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \quad (a \neq 0);$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm k}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm k} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right| + C.$$

$\int f(x) dx \Big|_{x=\varphi(t)} = \int f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt$ — формула замены переменной в неопределенном интеграле.

Навчальне видання

Горбачов Віктор Едуардович

Довідник з фізики

для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії
та комп'ютерних наук усіх спеціальностей