

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/324736334>

Self-Similar Traffic in G/M/1 Queue Defined by the Weibull Distribution

Article in *Radioelectronics and Communications Systems* · March 2018

DOI: 10.3103/50735272718030056

CITATIONS

4

READS

117

3 authors, including:



Strelkovskaya Irina

Odessa National Academy of Telecommunications

40 PUBLICATIONS 184 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Irina Solovskaya

International Humanitarian University

39 PUBLICATIONS 172 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

УДК 621.391

ОБСЛУЖИВАНИЕ САМОПОДОБНОГО ТРАФИКА В СМО G/M/1 С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВЕЙБУЛЛА

И. В. СТРЕЛКОВСКАЯ, Т. И. ГРИГОРЬЕВА, И. Н. СОЛОВСКАЯ

*Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова,
Украина, Одесса, 65029, ул. Кузнечная, 1*

Аннотация. Рассмотрена система массового обслуживания G/M/1, которая моделирует обслуживание самоподобного трафика базовой станцией NodeB (e-NodeB) сети мобильного оператора. Характерной особенностью нахождения характеристик качества QoS самоподобного трафика, описываемого распределением Вейбулла, является решение, основанное на преобразовании Лапласа–Стилтьеса. Найдено преобразование Лапласа для бесконечного числа слагаемых при условии использования распределения Вейбулла. Показано, что этот ряд равномерно сходится в некоторой области сходимости. Получены следующие характеристики качества обслуживания самоподобного трафика QoS: значения среднего времени ожидания заявки в СМО, среднего количества заявок в очереди СМО и средней длины очереди заявок. Результаты на этапе частотно-территориального планирования, проектирования и дальнейшей эксплуатации сетей 3G/UMTS и 4G/LTE позволяют учитывать реальные значения трафика, обслуживаемого базовой станцией NodeB (e-NodeB) для их оптимального распределения на обслуживаемой территории.

Ключевые слова: самоподобный трафик; система массового обслуживания; характеристики качества обслуживания; QoS; распределение Вейбулла; преобразование Лапласа–Стилтьеса; среднее время ожидания заявки; среднее количество заявок в очереди; средняя длина очереди заявок

ВВЕДЕНИЕ

Развитие сетей мобильной связи сегодня связано с внедрением стандарта 3G/UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) и технологии 4G/LTE (Long Term Evolution) и дальнейшим переходом к пакетным технологиям передачи трафика. По своей природе трафик, обслуживаемый в сетях мобильной связи, является разнородным, т.к. формируется множеством различных по характеристикам источников услуг, сервисов и приложений, обеспечивая предоставление номенклатуры услуг передачи речи, данных и видеоизображений (YouTube, Video Surveillance, streaming video, OTT-сервисы, M2M (Machine to machine), IoT (Internet of Things)).

На этапе частотно-территориального планирования, проектирования и дальнейшей эксплуатации аппаратно-программных средств сетей мобильной связи важно учитывать, что существующие методы расчета основаны на предположении, что сети мобильной связи базируются на технологии коммутации каналов и трафик, который в них обслуживается, описывается простейшим пуассоновским потоком вызовов. Тем не менее, известно, что в современных сетях мобильной связи 3G/UMTS и 4G/LTE с пакетной коммутацией, трафик имеет особую структуру, которая определяется пачечностью и наличием значительного количества пульсаций.

В этом случае при частотно-территориальном планировании и дальнейшей оптимизации

DOI: [10.20535/S0021347018030056](https://doi.org/10.20535/S0021347018030056)

© И. В. Стрелковская, Т. И. Григорьева, И. Н. Соловская, 2018

сети необходимо учитывать особенности построения и структуру объектов сети, обслуживающих пакетный трафик (базовые станции NodeB (e-NodeB), контроллеры базовых станций RNC (Radio Network Controller), медиа-шлюзы MGW (Media GateWay) и др.) в условиях реальных процессов их функционирования. Стремительный рост объема абонентского трафика, изменение его характера и структуры, значительное увеличение пропускной способности может способствовать возможным перегрузкам объектов сети, их буферных устройств и, соответственно, к задержкам и потерям пакетов. Поэтому при обслуживании пакетного трафика особое внимание уделяется поддержке характеристик качества обслуживания QoS (Quality of Service).

Пакетный трафик, обслуживаемый базовыми станциями NodeB (e-NodeB) сети 3G/UMTS или 4G/LTE имеет самоподобный (фрактальный) характер [1, 2], основной причиной которого является наличие долгосрочной зависимости между моментами поступления пакетов, определяемое функцией корреляции в различные моменты времени. В качестве количественной оценки степени самоподобности используют параметр Херста H , $0,5 \leq H < 1$. На характеристики пакетного трафика, который обслуживается NodeB (e-NodeB), оказывает влияние значительное количество высокоскоростных услуг, сервисов и приложений, которыми пользуется мобильный абонент. Поэтому для описания самоподобного трафика, учитывая, что моменты поступления пакетов имеют распределения с «тяжелыми хвостами», чаще всего используют распределения Парето, Вейбулла или логнормальное [3–5].

При частотно-территориальном планировании на этапе проектирования и дальнейшей оптимизации, когда выполняется выбор структуры сети и производительности сетевых узлов (e-NodeB, RNC, MGW и др.) необходимо использовать методы расчета, которые учитывают самоподобность пакетного трафика. Сле-

дует отметить, что для описания самоподобного трафика использование классических методов теории телетрафика (например, теории Маркова) на основе описания трафика с помощью пуассоновского распределения, не является целесообразным. Самоподобный трафик имеет более сложную природу, а распределение, которое описывает этот трафик, значительно отличается от пуассоновского. Поэтому необходимо использовать другой подход, который бы позволил получить значения характеристик качества QoS самоподобного трафика. Одним из таких является использование преобразование Лапласа–Стилтьеса.

Вопросам оценки характеристик QoS самоподобного трафика посвящено значительное количество работ [2–9]. Большинство работ основаны на экспериментальных данных или полученных результатах имитационного моделирования, однако достоверных и признанных аналитических решений оценки характеристик QoS самоподобного трафика для различных распределений пока не получено. Только для некоторых случаев описания трафика с помощью различных распределений, например гамма-распределения, получены приближенные решения для некоторых видов систем массового обслуживания (СМО) [8]. В работах для оценки характеристик QoS самоподобного трафика были использованы формулы Поллачека–Хинчина для СМО вида M/G/1, формулы Норроса для СМО вида fBM/D/1/∞ [1–9].

Все вышесказанное позволяет сделать вывод об интересе к рассматриваемому вопросу нахождения характеристик качества QoS самоподобного трафика для сетей мобильной связи, описываемого различными видами распределений.

Целью данной работы является нахождение характеристик QoS самоподобного трафика, описываемого с помощью распределения Вейбулла в СМО вида G/M/1.

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК QOS САМОПОДОБНОГО ТРАФИКА

Рассмотрим СМО типа G/M/1, которая моделирует обслуживание трафика базовой станцией NodeB (e-NodeB) и обслуживает поток заявок, промежутки между которыми описаны произвольным распределением G, время обслуживания имеет экспоненциальное распределение M, СМО однолинейная [1].

Учитывая, что рассматриваемая СМО характеризуется произвольным распределением G поступления заявок на обслуживание, задача расчета характеристик QoS значительно усложнена. Это связано с тем, что такая СМО требует задания конкретного закона распределения. Чаще всего используются распределения Парето, Вейбулла или логнормальное [3]. До сих пор эта задача была рассмотрена для самоподобного трафика с гамма-распределением и решена аналитически [8]. С помощью имитационного моделирования для самоподобного трафика с распределением Вейбулла и Парето были получены приближенные решения с определенной погрешностью [3–7].

Рассмотрим распределение Вейбулла, которое наиболее характерно для трафика данных, сервисов и приложений, обслуживаемого базовой станцией NodeB (e-NodeB) в сетях мобильной связи 3G/UMTS и 4G/LTE. Используем другой подход, а именно, найдем преобразование Лапласа–Стилтьеса для распределения Вейбулла с целью получения характеристик QoS самоподобного трафика.

Рассмотрим распределение Вейбулла, заданное дифференциальной функцией распределения [1]:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \beta x^{\alpha-1} e^{-\beta x^\alpha}, & x \geq 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

где α — параметр формы кривой распределения, $0 < \alpha < 1$; $\alpha = 2 - 2H$, H — параметр Херста, $0,5 \leq H < 1$, $\beta = [\lambda \Gamma(1 + 1/\alpha)]^\alpha$ — параметр рас-

пределения Вейбулла, $\beta > 0$, λ — интенсивность поступления заявок на обслуживание в СМО, $\Gamma(k)$ — гамма-функция Эйлера вида $\Gamma(k) = \int_0^{+\infty} t^{k-1} e^{-t} dt$.

Основными характеристиками распределения Вейбулла являются [1, 3, 7]:

— математическое ожидание:

$$M = \beta^{-\frac{1}{\alpha}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), \quad (2)$$

— дисперсия:

$$D = \beta^{-\frac{2}{\alpha}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]. \quad (3)$$

Из [10] известно, что для СМО W/M/1 вероятность того, что вновь поступившая заявка застанет в СМО n заявок на обслуживании, определяется как:

$$r_n = (1 - \sigma) \sigma^n, \quad 0 \leq \sigma < 1, \quad (4)$$

где σ — корень уравнения

$$\sigma = F(\mu - \mu\sigma), \quad 0 \leq \sigma < 1. \quad (5)$$

При этом F — преобразование Лапласа–Стилтьеса (ПЛС) плотности распределения интервалов между заявками $f(t)$ в СМО вида:

$$F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt,$$

где s — комплексная переменная, μ — интенсивность обслуживания заявок в СМО [заявок/час, пак/с].

Найдя корни σ уравнения (5) определим следующие характеристики качества для СМО W/M/1 [10]:

— среднее время ожидания W заявки в системе, определенное выражением:

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/324736334>

Self-Similar Traffic in G/M/1 Queue Defined by the Weibull Distribution

Article in *Radioelectronics and Communications Systems* · March 2018

DOI: 10.3103/50735272718030056

CITATIONS

4

READS

117

3 authors, including:



Strelkovskaya Irina

Odessa National Academy of Telecommunications

40 PUBLICATIONS 184 CITATIONS

SEE PROFILE



Irina Solovskaya

International Humanitarian University

39 PUBLICATIONS 172 CITATIONS

SEE PROFILE

УДК 621.391

ОБСЛУЖИВАНИЕ САМОПОДОБНОГО ТРАФИКА В СМО G/M/1 С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВЕЙБУЛЛА

И. В. СТРЕЛКОВСКАЯ, Т. И. ГРИГОРЬЕВА, И. Н. СОЛОВСКАЯ

*Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова,
Украина, Одесса, 65029, ул. Кузнечная, 1*

Аннотация. Рассмотрена система массового обслуживания G/M/1, которая моделирует обслуживание самоподобного трафика базовой станцией NodeB (e-NodeB) сети мобильного оператора. Характерной особенностью нахождения характеристик качества QoS самоподобного трафика, описываемого распределением Вейбулла, является решение, основанное на преобразовании Лапласа–Стилтьеса. Найдено преобразование Лапласа для бесконечного числа слагаемых при условии использования распределения Вейбулла. Показано, что этот ряд равномерно сходится в некоторой области сходимости. Получены следующие характеристики качества обслуживания самоподобного трафика QoS: значения среднего времени ожидания заявки в СМО, среднего количества заявок в очереди СМО и средней длины очереди заявок. Результаты на этапе частотно-территориального планирования, проектирования и дальнейшей эксплуатации сетей 3G/UMTS и 4G/LTE позволяют учитывать реальные значения трафика, обслуживаемого базовой станцией NodeB (e-NodeB) для их оптимального распределения на обслуживаемой территории.

Ключевые слова: самоподобный трафик; система массового обслуживания; характеристики качества обслуживания; QoS; распределение Вейбулла; преобразование Лапласа–Стилтьеса; среднее время ожидания заявки; среднее количество заявок в очереди; средняя длина очереди заявок

ВВЕДЕНИЕ

Развитие сетей мобильной связи сегодня связано с внедрением стандарта 3G/UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) и технологии 4G/LTE (Long Term Evolution) и дальнейшим переходом к пакетным технологиям передачи трафика. По своей природе трафик, обслуживаемый в сетях мобильной связи, является разнородным, т.к. формируется множеством различных по характеристикам источников услуг, сервисов и приложений, обеспечивая предоставление номенклатуры услуг передачи речи, данных и видеоизображений (YouTube, Video Surveillance, streaming video, OTT-сервисы, M2M (Machine to machine), IoT (Internet of Things)).

На этапе частотно-территориального планирования, проектирования и дальнейшей эксплуатации аппаратно-программных средств сетей мобильной связи важно учитывать, что существующие методы расчета основаны на предположении, что сети мобильной связи базируются на технологии коммутации каналов и трафик, который в них обслуживается, описывается простейшим пуассоновским потоком вызовов. Тем не менее, известно, что в современных сетях мобильной связи 3G/UMTS и 4G/LTE с пакетной коммутацией, трафик имеет особую структуру, которая определяется пачечностью и наличием значительного количества пульсаций.

В этом случае при частотно-территориальном планировании и дальнейшей оптимизации

DOI: [10.20535/S0021347018030056](https://doi.org/10.20535/S0021347018030056)

© И. В. Стрелковская, Т. И. Григорьева, И. Н. Соловская, 2018

сети необходимо учитывать особенности построения и структуру объектов сети, обслуживающих пакетный трафик (базовые станции NodeB (e-NodeB), контроллеры базовых станций RNC (Radio Network Controller), медиа-шлюзы MGW (Media GateWay) и др.) в условиях реальных процессов их функционирования. Стремительный рост объема абонентского трафика, изменение его характера и структуры, значительное увеличение пропускной способности может способствовать возможным перегрузкам объектов сети, их буферных устройств и, соответственно, к задержкам и потерям пакетов. Поэтому при обслуживании пакетного трафика особое внимание уделяется поддержке характеристик качества обслуживания QoS (Quality of Service).

Пакетный трафик, обслуживаемый базовыми станциями NodeB (e-NodeB) сети 3G/UMTS или 4G/LTE имеет самоподобный (фрактальный) характер [1, 2], основной причиной которого является наличие долгосрочной зависимости между моментами поступления пакетов, определяемое функцией корреляции в различные моменты времени. В качестве количественной оценки степени самоподобности используют параметр Херста H , $0,5 \leq H < 1$. На характеристики пакетного трафика, который обслуживается NodeB (e-NodeB), оказывает влияние значительное количество высокоскоростных услуг, сервисов и приложений, которыми пользуется мобильный абонент. Поэтому для описания самоподобного трафика, учитывая, что моменты поступления пакетов имеют распределения с «тяжелыми хвостами», чаще всего используют распределения Парето, Вейбулла или логнормальное [3–5].

При частотно-территориальном планировании на этапе проектирования и дальнейшей оптимизации, когда выполняется выбор структуры сети и производительности сетевых узлов (e-NodeB, RNC, MGW и др.) необходимо использовать методы расчета, которые учитывают самоподобность пакетного трафика. Сле-

дует отметить, что для описания самоподобного трафика использование классических методов теории телетрафика (например, теории Маркова) на основе описания трафика с помощью пуассоновского распределения, не является целесообразным. Самоподобный трафик имеет более сложную природу, а распределение, которое описывает этот трафик, значительно отличается от пуассоновского. Поэтому необходимо использовать другой подход, который бы позволил получить значения характеристик качества QoS самоподобного трафика. Одним из таких является использование преобразование Лапласа–Стилтьеса.

Вопросам оценки характеристик QoS самоподобного трафика посвящено значительное количество работ [2–9]. Большинство работ основаны на экспериментальных данных или полученных результатах имитационного моделирования, однако достоверных и признанных аналитических решений оценки характеристик QoS самоподобного трафика для различных распределений пока не получено. Только для некоторых случаев описания трафика с помощью различных распределений, например гамма-распределения, получены приближенные решения для некоторых видов систем массового обслуживания (СМО) [8]. В работах для оценки характеристик QoS самоподобного трафика были использованы формулы Поллачека–Хинчина для СМО вида M/G/1, формулы Норроса для СМО вида fBM/D/1/∞ [1–9].

Все вышесказанное позволяет сделать вывод об интересе к рассматриваемому вопросу нахождения характеристик качества QoS самоподобного трафика для сетей мобильной связи, описываемого различными видами распределений.

Целью данной работы является нахождение характеристик QoS самоподобного трафика, описываемого с помощью распределения Вейбулла в СМО вида G/M/1.

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК QoS САМОПОДОБНОГО ТРАФИКА

Рассмотрим СМО типа G/M/1, которая моделирует обслуживание трафика базовой станцией NodeB (e-NodeB) и обслуживает поток заявок, промежутки между которыми описаны произвольным распределением G, время обслуживания имеет экспоненциальное распределение M, СМО однолинейная [1].

Учитывая, что рассматриваемая СМО характеризуется произвольным распределением G поступления заявок на обслуживание, задача расчета характеристик QoS значительно усложнена. Это связано с тем, что такая СМО требует задания конкретного закона распределения. Чаще всего используются распределения Парето, Вейбулла или логнормальное [3]. До сих пор эта задача была рассмотрена для самоподобного трафика с гамма-распределением и решена аналитически [8]. С помощью имитационного моделирования для самоподобного трафика с распределением Вейбулла и Парето были получены приближенные решения с определенной погрешностью [3–7].

Рассмотрим распределение Вейбулла, которое наиболее характерно для трафика данных, сервисов и приложений, обслуживаемого базовой станцией NodeB (e-NodeB) в сетях мобильной связи 3G/UMTS и 4G/LTE. Используем другой подход, а именно, найдем преобразование Лапласа–Стилтьеса для распределения Вейбулла с целью получения характеристик QoS самоподобного трафика.

Рассмотрим распределение Вейбулла, заданное дифференциальной функцией распределения [1]:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \beta x^{\alpha-1} e^{-\beta x^\alpha}, & x \geq 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

где α — параметр формы кривой распределения, $0 < \alpha < 1$; $\alpha = 2 - 2H$, H — параметр Херста, $0,5 \leq H < 1$, $\beta = [\lambda \Gamma(1 + 1/\alpha)]^\alpha$ — параметр рас-

пределения Вейбулла, $\beta > 0$, λ — интенсивность поступления заявок на обслуживание в СМО, $\Gamma(k)$ — гамма-функция Эйлера вида $\Gamma(k) = \int_0^{+\infty} t^{k-1} e^{-t} dt$.

Основными характеристиками распределения Вейбулла являются [1, 3, 7]:

— математическое ожидание:

$$M = \beta^{-\frac{1}{\alpha}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), \quad (2)$$

— дисперсия:

$$D = \beta^{-\frac{2}{\alpha}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]. \quad (3)$$

Из [10] известно, что для СМО W/M/1 вероятность того, что вновь поступившая заявка застанет в СМО n заявок на обслуживании, определяется как:

$$r_n = (1 - \sigma) \sigma^n, \quad 0 \leq \sigma < 1, \quad (4)$$

где σ — корень уравнения

$$\sigma = F(\mu - \mu\sigma), \quad 0 \leq \sigma < 1. \quad (5)$$

При этом F — преобразование Лапласа–Стилтьеса (ПЛС) плотности распределения интервалов между заявками $f(t)$ в СМО вида:

$$F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt,$$

где s — комплексная переменная, μ — интенсивность обслуживания заявок в СМО [заявок/час, пак/с].

Найдя корни σ уравнения (5) определим следующие характеристики качества для СМО W/M/1 [10]:

— среднее время ожидания W заявки в системе, определенное выражением:

$$W = \frac{\sigma}{\mu(1-\sigma)} [\text{час, с}], \quad (6)$$

— среднее количество заявок Q в очереди, определенное как:

$$Q = \frac{\rho\sigma}{\mu(1-\sigma)} [\text{заявка, пакет}], \quad (7)$$

где ρ — коэффициент загрузки СМО,

— средняя длина очереди L заявок, которая вычисляется как:

$$L = \frac{\rho\sigma}{1-\sigma} [\text{заявка, пакет}]. \quad (8)$$

В СМО M/M/1 плотность вероятности распределения длительности τ интервалов поступления заявок в СМО имеет вид [1]:

$$f(t) = \alpha\beta t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha}, \quad t \geq 0, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (9)$$

Запишем (9) в виде:

$$\sigma = \alpha\beta \int_0^{+\infty} e^{-(\mu-\mu\sigma)t} t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha} dt. \quad (10)$$

Используя разложение функции e^x в ряд Маклорена [11] $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} x^n / n!$, где $x \in (-\infty, +\infty)$, получим:

$$f(t) = \alpha\beta t^{\alpha-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta t^\alpha)^n}{n!},$$

или

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha(-1)^n \beta^{n+1} t^{(n+1)\alpha-1}}{n!}.$$

После преобразований получаем:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n t^{n\alpha-1}. \quad (11)$$

Для оригинала $f(t)$, определяемого выражением (11), найдем преобразование Лапласа. Известно, что преобразование Лапласа обладает свойством линейности для конечного числа слагаемых [12], т.е. если $f_1(t), f_2(t), \dots, f_N(t)$ — оригиналы, то для любых констант $c_i, i = \overline{1, N}$, функция $f(t) = \sum_{k=1}^N c_k f_k(t)$ также является оригиналом и справедливо равенство [12]:

$$L\left[\sum_{k=1}^N c_k f_k(t)\right] = \sum_{k=1}^N c_k L[f_k(t)], \quad (12)$$

где L — оператор Лапласа.

Поскольку нам необходимо найти преобразование Лапласа для бесконечного числа слагаемых ряда, то определим, при каких ограничениях на параметры распределения Вейбулла будет выполняться свойство линейности для преобразования Лапласа при бесконечном числе слагаемых ряда, т.е. будет выполняться равенство:

$$L\left[\sum_{k=1}^{\infty} c_k f_k(t)\right] = \sum_{k=1}^{\infty} c_k L[f_k(t)]. \quad (13)$$

Рассмотрим ряд (11). Покажем, что этот ряд равномерно сходится. Пусть $n\alpha - 1 = m$. Учитывая, что $0 < \alpha < 1$, получим $-1 < m < +\infty$. Тогда при $n=1$ и $m=\alpha-1$, разложение (11) функции $f(t)$ в ряд примет вид:

$$f(t) = \sum_{m=\alpha-1}^{\infty} \alpha_m t^m,$$

где

$$\alpha_m = \alpha \frac{(-1)^{\frac{m+1}{\alpha}}}{\left(\frac{m+1}{\alpha} - 1\right)} \beta^{\frac{m+1}{\alpha}}. \quad (14)$$

Ряд (14) представляет собой дробно-степенной ряд Лорана, который возможно пред-

ставить в виде суммы слагаемых по положительным и отрицательным степеням:

$$\begin{aligned}
 f(t) = & a_{-S_1} t^{-S_1} + a_{-S_2} t^{-S_2} + \dots + a_{-S_p} t^{-S_p} + \\
 & + a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + \\
 & + t^{S_1} (a_{S_1} + a_{S_1+1} t + a_{S_1+2} t^2 + \dots) + \\
 & + t^{S_2} (a_{S_2} + a_{S_2+1} t + a_{S_2+2} t^2 + \dots) + \dots + \\
 & + t^{S_p} (a_{S_p} + a_{S_p+1} t + a_{S_p+2} t^2 + \dots), \quad (15)
 \end{aligned}$$

где $S_1, S_2, \dots, S_p$ — рациональные числа из интервала $(0, 1)$.

Отрицательная часть ряда (15) сходится равномерно в кольце $|r| < |t| < R$, поскольку состоит из конечного числа слагаемых, а значит ограничена.

Степенной ряд

$$\sum_{m=1}^{\infty} |a_{S_i+m} t^m|, \quad i = \overline{1, p},$$

мажорируется сходящимся числовым рядом $\sum_{m=1}^{\infty} q^m$, $|q| < 1$, следовательно, сходится равномерно согласно признаку равномерной сходимости Вейерштрасса [11] в кольце $|r| < |t| < R$.

Таким образом, область сходимости ряда (15) находится из неравенства

$$|r| < |t| < r' < R,$$

где $r' = \min(r_0, r_{S_1}, r_{S_2}, \dots, r_{S_p})$, r_k — радиус равномерной сходимости степенного ряда $a_k + a_{k+1} t + a_{k+2} t^2 + \dots$ при $k = 0, S_1, S_2, \dots, S_p$ [14].

Из таблицы преобразований Лапласа [12] для оригинала $f(t) = t^\alpha$, $\alpha > -1$, известно изображение:

$$F(p) = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}. \quad (16)$$

Таким образом, для оригинала (11) преобразование Лапласа имеет вид:

$$L[f(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n L[t^{n\alpha-1}].$$

Используя (16) получаем:

$$L[f(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{p^{n\alpha}},$$

где $n\alpha > 0$ с вышеуказанными ограничениями.

Тогда, используя свойство (12) для оригинала $f(t)$, определяемого (11), и равномерную сходимость ряда (11) с вышеуказанными ограничениями на область сходимости этого ряда, получим изображение $F(p)$, которое примет вид [13, 14]:

$$F(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{p^{n\alpha}}, \quad n\alpha > 0. \quad (17)$$

Тогда с учетом того, что $p = \mu - \mu\sigma$, выражение (17) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
 F(\mu - \mu\sigma) = & \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{(\mu - \mu\sigma)^{n\alpha}}, \\
 & n\alpha > 0. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Уравнение (5) примет вид:

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{(\mu - \mu\sigma)^{n\alpha}}, \\
 & n\alpha > 0. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Решая (19) находим корень уравнения σ . Это позволило определить необходимые характеристики качества для СМО вида G/M/1 [13, 14]:

- значение среднего времени ожидания W заявки в СМО определяется согласно (6),
- среднее количество заявок Q в очереди СМО — согласно (7),
- средняя длина очереди заявок L — согласно (8).

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрена система массового обслуживания вида G/M/1, которая моделирует обслуживание самоподобного трафика базовой станцией NodeB (e-NodeB) с распределением Вейбулла.

2. Найдены значения характеристик качества обслуживания самоподобного трафика для СМО G/M/1, такие как среднее время ожидания заявки в СМО, среднее количество заявок в СМО и средняя длина очереди заявок. Согласно полученным значениям возможно предусмотреть требуемый размер буферных устройств объектов сети, тем самым обеспечив возможность предоставления высокоскоростных услуг, сервисов и приложений в сети мобильного оператора.

3. Характерной особенностью нахождения характеристик качества QoS обслуживания самоподобного трафика, описываемого распределением Вейбулла, является решение, основанное на преобразовании Лапласа–Стилтьеса. При этом найдено преобразование Лапласа для бесконечного числа слагаемых. Показано, что этот ряд равномерно сходится в некоторой области.

4. Полученные результаты позволяют на этапе частотно-территориального планирования, проектирования и дальнейшей эксплуатации сетей мобильной связи 3G/UMTS и 4G/LTE, выбрать оптимальную конфигурацию соединений базовых станций NodeB (e-NodeB) на обслуживаемой территории согласно полученным значениям среднего времени ожидания заявки. Учитывая особенности построения и структуру базовых станций NodeB (e-NodeB), а также полученные значения среднего коли-

чества заявок, возможно предусмотреть конфигурацию соединений контроллеров базовых станций RNC в сети 3G/UMTS и медиа-шлюзов MGW в условиях реальных процессов их функционирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крылов, В. В.; Самохвалова, С. С. *Теория телетрафика и ее приложения*. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 288 с.
2. Polaganga, Roopesh Kumar; Liang, Qilian. "Self-similarity and modeling of LTE/LTE-A data traffic," *Measurement*, Vol. 75, P. 2018–2029, 2015. DOI: [10.1016/j.measurement.2015.07.051](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.07.051).
3. Ci, Yusheng; Wu, Lina; Pei, Yulong. "Application of the Weibull function on processing traffic flow data," *Proc. of Sixth Int. Conf. of Traffic and Transportation Studies Congress, ICTTS*, 5–7 Aug. 2008, Nanning, China. DOI: [10.1061/40995\(322\)81](https://doi.org/10.1061/40995(322)81).
4. Chow, Andy H. F.; Lu, Xiao-Yun; Qiu, Tony Z. "An empirical analysis of freeway traffic breakdown probability based on bivariate Weibull distribution," *IFAC Proc. Volumes*, Vol. 42, No. 15, P. 472–477, 2009. DOI: [10.3182/20090902-3-US-2007.0046](https://doi.org/10.3182/20090902-3-US-2007.0046).
5. Arfeen, M. A.; Pawlikowski, K.; McNickle, D.; Willig, A. "The role of the Weibull distribution in Internet traffic modeling," *Proc. of 25th Int. Teletraffic Congress, ITC*, 10–12 Sept. 2013, Shanghai, China. IEEE, 2013. DOI: [10.1109/ITC.2013.6662948](https://doi.org/10.1109/ITC.2013.6662948).
6. Chaurasiya, Prem Kumar; Ahmed, Siraj; Warudkar, Vilas. "Comparative analysis of Weibull parameters for wind data measured from met-mast and remote sensing techniques," *Renewable Energy*, Vol. 115, P. 1153–1165, 2018. DOI: [10.1016/j.renene.2017.08.014](https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.08.014).
7. Millán, G.; Lefranc, G. "A fast multifractal model for self-similar traffic flows in high-speed computer networks," *Procedia Computer Science*, Vol. 17, P. 420–425, 2013. DOI: [10.1016/j.procs.2013.05.054](https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.05.054).
8. Пономарев Д. Ю. "Об обслуживании в системе с входным гамма потоком," *Материалы V Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям с участием иностранных ученых, 1-3 ноября 2004*, Новосибирск, Россия. URI: <http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2004/8510/>.
9. Liu, Lei; Jin, Xiaolong; Min, Geyong. "Performance analysis of prioritized Automatic Repeat-request systems in the presence of self-similar traffic," *Computers & Electrical Engineering*, Vol. 40, No. 2, P. 704–713, Feb. 2014. DOI: [10.1016/j.compeleceng.2013.11.007](https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2013.11.007).
10. Клейнрок, Л. *Теория массового обслуживания*. Пер. с англ. под ред. И. И. Грушко. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.

11. Фихтенгольц, Г.М. *Основы математического анализа*. Т. 2. М.: Наука, 1968. 464 с.

12. Бейтмен, Г.; Эрдейи, А. *Таблицы интегральных преобразований*. Т. 1: *Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина*. Пер. с англ. М.: Наука, 1969. 343 с.

13. Strelkovskaya, I.; Solovskaya, I.; Grygoryeva, T.; Paskalenko, S. "The solution to the problem of the QoS characteristics definition for self-similar traffic serviced by the W/M/1 QS," *Proc. of Third Int. Sci.-Practical Conf. on Problems of Infocommunications Science and*

Technology, PIC S&T, 4–6 Oct. 2016, Kharkiv, Ukraine. IEEE, 2016, P. 40–42. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330).

14. Стрелковская, И.В.; Григорьева, Т.И.; Соловская, И.Н.; Паскаленко, С.А. "Определение характеристик качества QoS обслуживания самоподобного трафика для СМО W/M/1, *Материалы XXI Междунар. науч.-техн. конф. «Современные средства связи»*, 20–21 октября 2016, Минск, Беларусь. Белорусская государственная академия связи, 2016, С. 31–33.

Поступила в редакцию 11.04.2017

После переработки 17.01.2018

INFORMATION ON THE ARTICLE

SELF-SIMILAR TRAFFIC IN G/M/1 QUEUE DEFINED BY THE WEIBULL DISTRIBUTION

Irina V. Strelkovskaya, i.strelkovskaya@onat.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1813-0554, Odessa National Academy of Telecommunications, Ukraine

Tatyna I. Grygoryeva, ORCID: 0000-0001-8345-0020, Odessa National Academy of Telecommunications, Ukraine

Irina N. Solovskaya, ORCID: 0000-0002-9904-5692, Odessa National Academy of Telecommunications, Ukraine

The work considers a queuing system of the G/M/1 type that simulates service of self-similar traffic in a NodeB (e-NodeB) base station of a mobile operator. The feature of quality of service (QoS) characteristics estimation process for the self-similar traffic defined by the Weibull distribution is the solution based on the Laplace–Stieltjes transformation. The Laplace transformation for an infinite number of items under the Weibull distribution condition was found. It was shown that this series was equiconvergent to some convergence domain. The following QoS characteristics were obtained for the self-similar traffic: the average amount of time that a request spends in the system; the average number of requests waiting in the queue and the average queue length. The obtained results allowed to consider the real values of traffic serviced by a NodeB (e-NodeB) for their optimal deployment over a covered territory at the stage of frequency planning and operation of the 3G/UMTS and 4G/LTE networks.

Keywords: self-similar traffic; queuing system; QoS characteristics; Weibull distribution; Laplace–Stieltjes transformation; average amount of time that a request spends in the system; average number of requests waiting in the queue; average queue length

REFERENCES

1. KRYLOV, V.V.; SAMOKHVALOVA, S.S. *Teletraffic Theory and Its Applications* [in Russian]. St. Petersburg: BKH-V-Peterburg, 2005.

2. POLAGANGA, Roopesh Kumar; LIANG, Qilian. "Self-similarity and modeling of LTE/LTE-A data traffic," *Measurement*, v.75, p.2018–2029, 2015. DOI: [10.1016/j.measurement.2015.07.051](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.07.051).

3. CI, Yusheng; WU, Lina; PEI, Yulong. "Application of the Weibull function on processing traffic flow data," *Proc. of Sixth Int. Conf. of Traffic and Transportation Studies Congress, ICTTS*, 5–7 Aug. 2008, Nanning, China. DOI: [10.1061/40995\(322\)81](https://doi.org/10.1061/40995(322)81).

4. CHOW, Andy H.F.; LU, Xiao-Yun; QIU, Tony Z. "An empirical analysis of freeway traffic breakdown probability based on bivariate Weibull distribution," *IFAC Proc. Volumes*, v.42,

n.15, p.472–477, 2009. DOI: [10.3182/20090902-3-US-2007-0046](https://doi.org/10.3182/20090902-3-US-2007-0046).

5. ARFEEN, M.A.; PAWLIKOWSKI, K.; MCNICKLE, D.; WILLIG, A. "The role of the Weibull distribution in Internet traffic modeling," *Proc. of 25th Int. Teletraffic Congress, ITC*, 10–12 Sept. 2013, Shanghai, China. IEEE, 2013. DOI: [10.1109/ITC.2013.6662948](https://doi.org/10.1109/ITC.2013.6662948).

6. CHAURASIYA, Prem Kumar; AHMED, Siraj; WARUDKAR, Vilas. "Comparative analysis of Weibull parameters for wind data measured from met-mast and remote sensing techniques," *Renewable Energy*, v.115, p.1153–1165, 2018. DOI: [10.1016/j.renene.2017.08.014](https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.08.014).

7. MILLAN, G.; LEFRANC, G. "A fast multifractal model for self-similar traffic flows in high-speed computer networks," *Procedia Computer Science*, v.17, p.420–425, 2013. DOI: [10.1016/j.procs.2013.05.054](https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.05.054).

8. PONOMAREV, D.Y. "On service in a system with input gamma flux," *Proc. of V All-Russian Conf. of Young Scientists on*

Mathematical Modeling and Information Technologies with Participation of Foreign Scientists, 1-3 Nov. 2004, Novosibirsk, Russia. URI: <http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2004/8510/>.

9. LIU, Lei; JIN, Xiaolong; MIN, Geyong. "Performance analysis of prioritized Automatic Repeat-request systems in the presence of self-similar traffic," *Computers & Electrical Engineering*, v.40, n.2, p.704-713, Feb. 2014. DOI: [10.1016/j.compeleceng.2013.11.007](https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2013.11.007).

10. KLEINROCK, Leonard. *Queueing Systems*, Vol. 1: Theory. Wiley-Interscience, 1975.

11. FIKHTENGOL'TS, G.M. *The Fundamentals of Mathematical Analysis*, Vol. 2. Pergamon, 1965. ISBN 9780080100609. DOI: [10.1016/B978-0-08-010060-9.50002-X](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-010060-9.50002-X).

12. BATEMAN, H.; ERDELYI, A. *Tables of Integral Transforms*, Vol. 1: Based, in Part on Notes Left by Harry Bateman. McGraw-Hill, 1954.

13. STRELKOVSKAYA, I.; SOLOVSKAYA, I.; GRYGORYEVA, T.; PASKALENKO, S. "The solution to the problem of the QoS characteristics definition for self-similar traffic serviced by the W/M/1 QS," *Proc. of Third Int. Sci.-Practical Conf. on Problems of Infocommunications Science and Technology*, PIC S&T, 4-6 Oct. 2016, Kharkiv, Ukraine. IEEE, 2016, p.40-42. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330).

14. STRELKOVSKAYA, I.; GRYGORYEVA, T.; SOLOVSKAYA, I.; PASKALENKO, S. "Defining quality of service QoS of self-similar traffic for W/M/1 QS," *Proc. of XXI Int. Sci.-Tech. Conf. on Modern Means of Communication*, 20-21 Oct. 2016, Minsk, Belarus. Belarussian State Academy of Communications, 2016, p.31-33.

Received in final form January 17, 2018

$$W = \frac{\sigma}{\mu(1-\sigma)} [\text{час, с}], \quad (6)$$

— среднее количество заявок Q в очереди, определенное как:

$$Q = \frac{\rho\sigma}{\mu(1-\sigma)} [\text{заявка, пакет}], \quad (7)$$

где ρ — коэффициент загрузки СМО,

— средняя длина очереди L заявок, которая вычисляется как:

$$L = \frac{\rho\sigma}{1-\sigma} [\text{заявка, пакет}]. \quad (8)$$

В СМО W/M/1 плотность вероятности распределения длительности τ интервалов поступления заявок в СМО имеет вид [1]:

$$f(t) = \alpha\beta t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha}, \quad t \geq 0, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (9)$$

Запишем (9) в виде:

$$\sigma = \alpha\beta \int_0^{+\infty} e^{-(\mu-\mu\sigma)t} t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha} dt. \quad (10)$$

Используя разложение функции e^x в ряд Маклорена [11] $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} x^n / n!$, где $x \in (-\infty, +\infty)$, получим:

$$f(t) = \alpha\beta t^{\alpha-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta t^\alpha)^n}{n!},$$

или

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha(-1)^n \beta^{n+1} t^{(n+1)\alpha-1}}{n!}.$$

После преобразований получаем:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n t^{n\alpha-1}. \quad (11)$$

Для оригинала $f(t)$, определяемого выражением (11), найдем преобразование Лапласа. Известно, что преобразование Лапласа обладает свойством линейности для конечного числа слагаемых [12], т.е. если $f_1(t), f_2(t), \dots, f_N(t)$ — оригиналы, то для любых констант $c_i, i = \overline{1, N}$, функция $f(t) = \sum_{k=1}^N c_k f_k(t)$ также является оригиналом и справедливо равенство [12]:

$$L\left[\sum_{k=1}^N c_k f_k(t)\right] = \sum_{k=1}^N c_k L[f_k(t)], \quad (12)$$

где L — оператор Лапласа.

Поскольку нам необходимо найти преобразование Лапласа для бесконечного числа слагаемых ряда, то определим, при каких ограничениях на параметры распределения Вейбулла будет выполняться свойство линейности для преобразования Лапласа при бесконечном числе слагаемых ряда, т.е. будет выполняться равенство:

$$L\left[\sum_{k=1}^{\infty} c_k f_k(t)\right] = \sum_{k=1}^{\infty} c_k L[f_k(t)]. \quad (13)$$

Рассмотрим ряд (11). Покажем, что этот ряд равномерно сходится. Пусть $n\alpha - 1 = m$. Учитывая, что $0 < \alpha < 1$, получим $-1 < m < +\infty$. Тогда при $n=1$ и $m=\alpha-1$, разложение (11) функции $f(t)$ в ряд примет вид:

$$f(t) = \sum_{m=\alpha-1}^{\infty} \alpha_m t^m,$$

где

$$\alpha_m = \alpha \frac{(-1)^{\frac{m+1}{\alpha}}}{\left(\frac{m+1}{\alpha} - 1\right)} \beta^{\frac{m+1}{\alpha}}. \quad (14)$$

Ряд (14) представляет собой дробно-степенной ряд Лорана, который возможно пред-

ставить в виде суммы слагаемых по положительным и отрицательным степеням:

$$\begin{aligned}
 f(t) = & a_{-S_1} t^{-S_1} + a_{-S_2} t^{-S_2} + \dots + a_{-S_p} t^{-S_p} + \\
 & + a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + \\
 & + t^{S_1} (a_{S_1} + a_{S_1+1} t + a_{S_1+2} t^2 + \dots) + \\
 & + t^{S_2} (a_{S_2} + a_{S_2+1} t + a_{S_2+2} t^2 + \dots) + \dots + \\
 & + t^{S_p} (a_{S_p} + a_{S_p+1} t + a_{S_p+2} t^2 + \dots), \quad (15)
 \end{aligned}$$

где $S_1, S_2, \dots, S_p$ — рациональные числа из интервала $(0, 1)$.

Отрицательная часть ряда (15) сходится равномерно в кольце $|r| < |t| < R$, поскольку состоит из конечного числа слагаемых, а значит ограничена.

Степенной ряд

$$\sum_{m=1}^{\infty} |a_{S_i+m} t^m|, \quad i = \overline{1, p},$$

мажорируется сходящимся числовым рядом $\sum_{m=1}^{\infty} q^m$, $|q| < 1$, следовательно, сходится равномерно согласно признаку равномерной сходимости Вейерштрасса [11] в кольце $|r| < |t| < R$.

Таким образом, область сходимости ряда (15) находится из неравенства

$$|r| < |t| < r' < R,$$

где $r' = \min(r_0, r_{S_1}, r_{S_2}, \dots, r_{S_p})$, r_k — радиус равномерной сходимости степенного ряда $a_k + a_{k+1} t + a_{k+2} t^2 + \dots$ при $k = 0, S_1, S_2, \dots, S_p$ [14].

Из таблицы преобразований Лапласа [12] для оригинала $f(t) = t^\alpha$, $\alpha > -1$, известно изображение:

$$F(p) = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}. \quad (16)$$

Таким образом, для оригинала (11) преобразование Лапласа имеет вид:

$$L[f(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n L[t^{n\alpha-1}].$$

Используя (16) получаем:

$$L[f(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{p^{n\alpha}},$$

где $n\alpha > 0$ с вышеуказанными ограничениями.

Тогда, используя свойство (12) для оригинала $f(t)$, определяемого (11), и равномерную сходимость ряда (11) с вышеуказанными ограничениями на область сходимости этого ряда, получим изображение $F(p)$, которое примет вид [13, 14]:

$$F(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{p^{n\alpha}}, \quad n\alpha > 0. \quad (17)$$

Тогда с учетом того, что $p = \mu - \mu\sigma$, выражение (17) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
 F(\mu - \mu\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{(\mu - \mu\sigma)^{n\alpha}}, \\
 n\alpha > 0. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Уравнение (5) примет вид:

$$\begin{aligned}
 \sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{(\mu - \mu\sigma)^{n\alpha}}, \\
 n\alpha > 0. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Решая (19) находим корень уравнения σ . Это позволило определить необходимые характеристики качества для СМО вида G/M/1 [13, 14]:

- значение среднего времени ожидания W заявки в СМО определяется согласно (6),
- среднее количество заявок Q в очереди СМО — согласно (7),
- средняя длина очереди заявок L — согласно (8).

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрена система массового обслуживания вида G/M/1, которая моделирует обслуживание самоподобного трафика базовой станцией NodeB (e-NodeB) с распределением Вейбулла.

2. Найдены значения характеристик качества обслуживания самоподобного трафика для СМО G/M/1, такие как среднее время ожидания заявки в СМО, среднее количество заявок в СМО и средняя длина очереди заявок. Согласно полученным значениям возможно предусмотреть требуемый размер буферных устройств объектов сети, тем самым обеспечив возможность предоставления высокоскоростных услуг, сервисов и приложений в сети мобильного оператора.

3. Характерной особенностью нахождения характеристик качества QoS обслуживания самоподобного трафика, описываемого распределением Вейбулла, является решение, основанное на преобразовании Лапласа–Стилтьеса. При этом найдено преобразование Лапласа для бесконечного числа слагаемых. Показано, что этот ряд равномерно сходится в некоторой области.

4. Полученные результаты позволяют на этапе частотно-территориального планирования, проектирования и дальнейшей эксплуатации сетей мобильной связи 3G/UMTS и 4G/LTE, выбрать оптимальную конфигурацию соединений базовых станций NodeB (e-NodeB) на обслуживаемой территории согласно полученным значениям среднего времени ожидания заявки. Учитывая особенности построения и структуру базовых станций NodeB (e-NodeB), а также полученные значения среднего коли-

чества заявок, возможно предусмотреть конфигурацию соединений контроллеров базовых станций RNC в сети 3G/UMTS и медиа-шлюзов MGW в условиях реальных процессов их функционирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крылов, В. В.; Самохвалова, С. С. *Теория телетрафика и ее приложения*. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 288 с.
2. Polaganga, Roopesh Kumar; Liang, Qilian. "Self-similarity and modeling of LTE/LTE-A data traffic," *Measurement*, Vol. 75, P. 2018–2029, 2015. DOI: [10.1016/j.measurement.2015.07.051](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.07.051).
3. Ci, Yusheng; Wu, Lina; Pei, Yulong. "Application of the Weibull function on processing traffic flow data," *Proc. of Sixth Int. Conf. of Traffic and Transportation Studies Congress*, ICTTS, 5–7 Aug. 2008, Nanning, China. DOI: [10.1061/40995\(322\)81](https://doi.org/10.1061/40995(322)81).
4. Chow, Andy H. F.; Lu, Xiao-Yun; Qiu, Tony Z. "An empirical analysis of freeway traffic breakdown probability based on bivariate Weibull distribution," *IFAC Proc. Volumes*, Vol. 42, No. 15, P. 472–477, 2009. DOI: [10.3182/20090902-3-US-2007.0046](https://doi.org/10.3182/20090902-3-US-2007.0046).
5. Arfeen, M. A.; Pawlikowski, K.; McNickle, D.; Willig, A. "The role of the Weibull distribution in Internet traffic modeling," *Proc. of 25th Int. Teletraffic Congress, ITC*, 10–12 Sept. 2013, Shanghai, China. IEEE, 2013. DOI: [10.1109/ITC.2013.6662948](https://doi.org/10.1109/ITC.2013.6662948).
6. Chaurasiya, Prem Kumar; Ahmed, Siraj; Warudkar, Vilas. "Comparative analysis of Weibull parameters for wind data measured from met-mast and remote sensing techniques," *Renewable Energy*, Vol. 115, P. 1153–1165, 2018. DOI: [10.1016/j.renene.2017.08.014](https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.08.014).
7. Millán, G.; Lefranc, G. "A fast multifractal model for self-similar traffic flows in high-speed computer networks," *Procedia Computer Science*, Vol. 17, P. 420–425, 2013. DOI: [10.1016/j.procs.2013.05.054](https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.05.054).
8. Пономарев Д. Ю. "Об обслуживании в системе с входным гамма потоком," Материалы V Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям с участием иностранных ученых, 1–3 ноября 2004, Новосибирск, Россия. URI: <http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2004/8510/>.
9. Liu, Lei; Jin, Xiaolong; Min, Geyong. "Performance analysis of prioritized Automatic Repeat-request systems in the presence of self-similar traffic," *Computers & Electrical Engineering*, Vol. 40, No. 2, P. 704–713, Feb. 2014. DOI: [10.1016/j.compeleceng.2013.11.007](https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2013.11.007).
10. Клейнрок, Л. *Теория массового обслуживания*. Пер. с англ. под ред. И. И. Грушко. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.

11. Фихтенгольц, Г.М. *Основы математического анализа*. Т. 2. М.: Наука, 1968. 464 с.

12. Бейтмен, Г.; Эрдейи, А. *Таблицы интегральных преобразований*. Т. 1: *Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина*. Пер. с англ. М.: Наука, 1969. 343 с.

13. Strelkovskaya, I.; Solovskaya, I.; Grygoryeva, T.; Paskalenko, S. "The solution to the problem of the QoS characteristics definition for self-similar traffic serviced by the W/M/1 QS," *Proc. of Third Int. Sci.-Practical Conf. on Problems of Infocommunications Science and*

Technology, PIC S&T, 4–6 Oct. 2016, Kharkiv, Ukraine. IEEE, 2016, P. 40–42. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330).

14. Стрелковская, И.В.; Григорьева, Т.И.; Соловская, И.Н.; Паскаленко, С.А. "Определение характеристик качества QoS обслуживания самоподобного трафика для СМО W/M/1, *Материалы XXI Междунар. науч.-техн. конф. «Современные средства связи»*, 20–21 октября 2016, Минск, Беларусь. Белорусская государственная академия связи, 2016, С. 31–33.

Поступила в редакцию 11.04.2017

После переработки 17.01.2018

INFORMATION ON THE ARTICLE

SELF-SIMILAR TRAFFIC IN G/M/1 QUEUE DEFINED BY THE WEIBULL DISTRIBUTION

Irina V. Strelkovskaya, i.strelkovskaya@onat.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1813-0554, Odessa National Academy of Telecommunications, Ukraine

Tatyna I. Grygoryeva, ORCID: 0000-0001-8345-0020, Odessa National Academy of Telecommunications, Ukraine

Irina N. Solovskaya, ORCID: 0000-0002-9904-5692, Odessa National Academy of Telecommunications, Ukraine

The work considers a queuing system of the G/M/1 type that simulates service of self-similar traffic in a NodeB (e-NodeB) base station of a mobile operator. The feature of quality of service (QoS) characteristics estimation process for the self-similar traffic defined by the Weibull distribution is the solution based on the Laplace–Stieltjes transformation. The Laplace transformation for an infinite number of items under the Weibull distribution condition was found. It was shown that this series was equiconvergent to some convergence domain. The following QoS characteristics were obtained for the self-similar traffic: the average amount of time that a request spends in the system; the average number of requests waiting in the queue and the average queue length. The obtained results allowed to consider the real values of traffic serviced by a NodeB (e-NodeB) for their optimal deployment over a covered territory at the stage of frequency planning and operation of the 3G/UMTS and 4G/LTE networks.

Keywords: self-similar traffic; queuing system; QoS characteristics; Weibull distribution; Laplace–Stieltjes transformation; average amount of time that a request spends in the system; average number of requests waiting in the queue; average queue length

REFERENCES

1. KRYLOV, V.V.; SAMOKHVALOVA, S.S. *Teletraffic Theory and Its Applications* [in Russian]. St. Petersburg: BKH-V-Peterburg, 2005.

2. POLAGANGA, Roopesh Kumar; LIANG, Qilian. "Self-similarity and modeling of LTE/LTE-A data traffic," *Measurement*, v.75, p.2018–2029, 2015. DOI: [10.1016/j.measurement.2015.07.051](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.07.051).

3. CI, Yusheng; WU, Lina; PEI, Yulong. "Application of the Weibull function on processing traffic flow data," *Proc. of Sixth Int. Conf. of Traffic and Transportation Studies Congress, ICTTS*, 5–7 Aug. 2008, Nanning, China. DOI: [10.1061/40995\(322\)81](https://doi.org/10.1061/40995(322)81).

4. CHOW, Andy H.F.; LU, Xiao-Yun; QIU, Tony Z. "An empirical analysis of freeway traffic breakdown probability based on bivariate Weibull distribution," *IFAC Proc. Volumes*, v.42,

n.15, p.472–477, 2009. DOI: [10.3182/20090902-3-US-2007-0046](https://doi.org/10.3182/20090902-3-US-2007-0046).

5. ARFEEN, M.A.; PAWLIKOWSKI, K.; MCNICKLE, D.; WILLIG, A. "The role of the Weibull distribution in Internet traffic modeling," *Proc. of 25th Int. Teletraffic Congress, ITC*, 10–12 Sept. 2013, Shanghai, China. IEEE, 2013. DOI: [10.1109/ITC.2013.6662948](https://doi.org/10.1109/ITC.2013.6662948).

6. CHAURASIYA, Prem Kumar; AHMED, Siraj; WARUDKAR, Vilas. "Comparative analysis of Weibull parameters for wind data measured from met-mast and remote sensing techniques," *Renewable Energy*, v.115, p.1153–1165, 2018. DOI: [10.1016/j.renene.2017.08.014](https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.08.014).

7. MILLAN, G.; LEFRANC, G. "A fast multifractal model for self-similar traffic flows in high-speed computer networks," *Procedia Computer Science*, v.17, p.420–425, 2013. DOI: [10.1016/j.procs.2013.05.054](https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.05.054).

8. PONOMAREV, D.Y. "On service in a system with input gamma flux," *Proc. of V All-Russian Conf. of Young Scientists on*

Mathematical Modeling and Information Technologies with Participation of Foreign Scientists, 1-3 Nov. 2004, Novosibirsk, Russia. URI: <http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2004/8510/>.

9. LIU, Lei; JIN, Xiaolong; MIN, Geyong. "Performance analysis of prioritized Automatic Repeat-request systems in the presence of self-similar traffic," *Computers & Electrical Engineering*, v.40, n.2, p.704-713, Feb. 2014. DOI: [10.1016/j.compeleceng.2013.11.007](https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2013.11.007).

10. KLEINROCK, Leonard. *Queueing Systems*, Vol. 1: Theory. Wiley-Interscience, 1975.

11. FIKHTENGOL'TS, G.M. *The Fundamentals of Mathematical Analysis*, Vol. 2. Pergamon, 1965. ISBN 9780080100609. DOI: [10.1016/B978-0-08-010060-9.50002-X](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-010060-9.50002-X).

12. BATEMAN, H.; ERDELYI, A. *Tables of Integral Transforms*, Vol. 1: Based, in Part on Notes Left by Harry Bateman. McGraw-Hill, 1954.

13. STRELKOVSKAYA, I.; SOLOVSKAYA, I.; GRYGORYEVA, T.; PASKALENKO, S. "The solution to the problem of the QoS characteristics definition for self-similar traffic serviced by the W/M/1 QS," *Proc. of Third Int. Sci.-Practical Conf. on Problems of Infocommunications Science and Technology*, PIC S&T, 4-6 Oct. 2016, Kharkiv, Ukraine. IEEE, 2016, p.40-42. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2016.7905330).

14. STRELKOVSKAYA, I.; GRYGORYEVA, T.; SOLOVSKAYA, I.; PASKALENKO, S. "Defining quality of service QoS of self-similar traffic for W/M/1 QS," *Proc. of XXI Int. Sci.-Tech. Conf. on Modern Means of Communication*, 20-21 Oct. 2016, Minsk, Belarus. Belarussian State Academy of Communications, 2016, p.31-33.

Received in final form January 17, 2018