

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра інформаційних технологій

ДОВІДНИК З ФІЗИКИ

Горбачов В.Е.

для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії
та комп'ютерних наук усіх спеціальностей

Одеса 2025

Затверджено Вченою Радою Міжнародного гуманітарного університету
(протокол № 8 від 28.12.2025 р.)

Горбачов В.Е.

Фізика: Довідник з фізики для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук усіх спеціальностей [Електронне видання]. / Горбачов В.Е. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. Одеса, 2025. – 117 с.

Довідник з фізики розроблено відповідно до навчального плану. В довіднику містяться практично усі формули, які входять до загального курсу з фізики, дещо більш докладно надані формули з розділу «Електромагнетизм». В кінці довідника наведені деякі відомості з математики, що необхідні для розв'язання більшості задач, а також значення найбільш часто використовуваних фізичних сталих. Матеріали призначено для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук Міжнародного гуманітарного університету усіх спеціальностей.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
I. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ.....	5
1.1 Елементи кінематики	5
1.2 Динаміка матеріальної точки й поступального руху твердого тіла... 6	6
1.3 Робота й енергія.....	6
1.4 Механіка обертального руху твердого тіла	7
1.5 Тяжіння. Елементи теорії поля	9
1.6 Елементи спеціальної теорії відносності.....	10
II. ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ Й ТЕРМОДИНАМІКИ.....	11
2.1 Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів	11
2.2 Основи термодинаміки	14
III. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	16
3.1 Електростатика	16
3.2 Постійний електричний струм.....	21
3.3 Термоелектрорушійна сила й термоелектронна емісія	24
3.4 Магнітне поле	24
3.5 Електромагнітна індукція.....	27
3.6 Магнітні властивості речовини.....	29
3.7 Основи електромагнітної теорії Максвелла	29
IV. КОЛИВАННЯ Й ХВИЛІ	30
4.1 Механічні й електромагнітні коливання.....	30
4.2 Пружні хвилі.....	35
4.3 Електромагнітні хвилі.....	36
V. ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ І ВОЛНОВОЇ ОПТИКИ	37
5.1 Геометрична оптика	37
5.2 Фотометрія.....	38
5.3 Інтерференція світла	39
5.4 Дифракція світла	40
5.5 Взаємодія електромагнітних хвиль із речовиною	40
5.6 Поляризація світла	41
5.7 Квантова природа світла. Закони теплового випромінювання	42
VI. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ АТОМІВ, МОЛЕКУЛ ТВЕРДИХ ТІЛ	44
6.1 Теорія атомів водню за Бором	44
6.2 Елементи квантової механіки	45
6.3 Елементи сучасної фізики атомів і молекул.....	47
6.4 Елементи квантової статистики.....	49
6.5 Елементи фізики твердого тіла.....	49
ДОДАТОК 1	55
ДОДАТОК 2.....	58

ВСТУП

Фізика – це наука, яка вивчає найбільш загальні властивості руху матерії у вигляді речовини і поля та відповідні їм найбільш загальні закони природи. Описані фундаментальні форми руху матерії (механічна, теплова, електрична, магнітна та інші) є складовими більш складних форм руху матерії, тому фізика є підґрунтям для інших наук. Фізика – база для створення нових галузей техніки – фундаментальна основа підготовки інженера.

Довідник, що пропонується, призначається для систематизації та швидкого відновлення в пам'яті одержаних раніше знань з фізики, достатніх для розв'язання фізичних задач з широкого кола тем. У ньому містяться практично усі формули, які входять до загального курсу з фізики. Дещо більш докладно надані формули з розділів «Електромагнетизм», «Коливання та хвилі», «Фізика твердого тіла», що є дуже важливими для студентів та інженерів, які працюють у IT-галузі.

В кінці довідника наведені деякі відомості з математики, що необхідні для розв'язання більшості задач, а також значення найбільш часто використовуваних фізичних сталих.

І ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

1.1 Елементи кінематики

Швидкість матеріальної точки

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де $\Delta \mathbf{r}$ – елементарне переміщення точки за проміжок часу Δt ; $\mathbf{r}$ – радіус-вектор точки.

Прискорення матеріальної точки

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

Повне прискорення при криволінійному русі

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

де $a_\tau = \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t}$ – тангенційна складова прискорення; $a_n = \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$ – нормальна складова прискорення (r – радіус кривизни траєкторії в даній точці).

Швидкість і шлях для рівнозмінного руху

$$v = v_0 \pm at; \quad s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2},$$

де v_0 – початкова швидкість.

Кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

де $d\varphi$ – кут обороту за час Δt .

Кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Кутова швидкість для рівномірного обертального руху

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

де T – період обертання; n – частота обертання.

Кутова швидкість й кут повороту для рівнозмінного обертального руху

$$\omega = \omega_0 t \pm \varepsilon t; \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

де ω_0 – початкова кутова швидкість.

Зв'язок між лінійними й кутовими величинами

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega; \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R,$$

де R – відстань до осі обертання.

1.2 Динаміка матеріальної точки й поступального руху твердого тіла

Імпульс (кількість руху) матеріальної точки

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Другий закон Ньютона (основне рівняння динаміки матеріальної точки)

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}; \quad \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}.$$

Це ж рівняння в проекціях на дотичну й нормаль до траєкторії точки

$$F_{\tau} = ma_{\tau} = m \frac{dv_{\tau}}{dt}; \quad F_n = ma_n = m \frac{dv_n}{dt} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Сила тертя ковзання

$$F_{\text{тр}} = fN,$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску.

Закон збереження імпульсу для замкненої системи

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const},$$

де n – число матеріальних точок (або тіл), що входять у систему.

1.3 Робота й енергія

Робота, учинювана постійною силою

$$dA = F_s ds = F ds \cos \alpha,$$

де F_s – проекція сили на напрямок переміщення; ds – елементарний шлях; α – кут між напрямками сили й переміщення.

Робота, учинювана змінною силою

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos \alpha ds.$$

Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad N = \mathbf{F}\mathbf{v} = Fv \cos \alpha.$$

Потенційна енергія в полі тяжіння

$$\Pi = mgh,$$

де g – прискорення вільного падіння.

Сила пружності

$$F = -kx,$$

де x – деформація; k – коефіцієнт пружності (твердість).

Потенційна енергія пружно деформованого тіла

$$\Pi = kx^2/2.$$

Закон збереження механічної енергії (для консервативної системи)

$$T + \Pi = E = \text{const},$$

де T – кінетична енергія; E – повна енергія системи.

1.4 Механіка обертального руху твердого тіла

Момент інерції матеріальної точки

$$J = mr^2,$$

де m – маса точки; r – відстань до осі обертання.

Момент інерції системи (тіла)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

де r_i – відстань матеріальної точки з масою m_i до осі обертання.

У випадку безперервного розподілу мас

$$J = \int r^2 dm.$$

Моменти інерції тіл однорідних правильної геометричної форми:

Тіло	Положення осі обертання	Момент інерції
Полий тонкостінний циліндр радіусом R	Вісь симетрії	mr^2
Суцільний циліндр або диск радіусом R	Вісь симетрії	$\frac{1}{2} mr^2$
Прямий тонкий стрижень довжиною l	Вісь перпендикулярна стрижню й проходить через його середину	$\frac{1}{12} ml^2$
Прямий тонкий стрижень довжиною l	Вісь перпендикулярна стрижню й проходить через його кінець	$\frac{1}{3} ml^2$
Куля радіусом R	Вісь проходить через центр кулі	$\frac{2}{5} mr^2$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + mr^2,$$

де J_C – момент інерції щодо осі, що проходить через центр мас; J – момент інерції відносно паралельної осі, що відстоїть від першої на відстані r ; m – маса тіла.

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі z

$$T_{об} = J_z \omega^2 / 2,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z ; ω – його кутова швидкість.

Кінетична енергія тіла, що котиться по площині без ковзання,

$$T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega^2,$$

де m – маса тіла; v_C – швидкість центру мас тіла; J_C – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас; ω – кутова швидкість тіла.

Момент сили щодо нерухомої точки

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r}\mathbf{F}],$$

де $\mathbf{r}$ – радіус-вектор, проведений із цієї точки в точку додатка сили $\mathbf{F}$.

Модуль моменту сили

$$M = Fl,$$

де l – плече сили (відстань від осі обертання до лінії дії сили).

Робота при обертанні тіла

$$dA = M_z d\varphi,$$

де $d\varphi$ – кут повороту тіла; M_z – момент сили відносно осі z .

Момент імпульсу (момент кількості руху) твердого тіла відносно осі обертання

$$L_z = \sum m_i v_i r_i = J_z \omega,$$

де r_i – відстань від осі z до окремої частки тіла; $m_i v_i$ – імпульс цієї частки; J_z – момент інерції тіла відносно осі z ; ω – його кутова швидкість.

Рівняння (закон) динаміки обертового руху твердого тіла відносно нерухомої осі

$$\varepsilon = \frac{\mathbf{M}}{J}; \quad \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt},$$

де ε – кутове прискорення; J – момент інерції тіла.

Проекція обертального моменту $\mathbf{M}$ на вісь z

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z .

Закон збереження моменту імпульсу (моменту кількості руху) для замкненої системи

$$\mathbf{L} = \text{const.}$$

Нормальна механічна напруга

$$\sigma = F_n/S,$$

де F_n – розтягувальна (стискаюча) сила, що перпендикулярна до площини поперечного перерізу; S – площа поперечного перерізу.

Тангенційна механічна напруга

$$\tau = F_\tau/S.$$

Відносне поздовження розтягу (стиску)

$$\varepsilon = \Delta l/l,$$

де $\Delta l/l$ – відносна деформація розтягу (стиску); l – довжина тіла до деформації.

Відносна деформація зсуву

$$\text{tg}\gamma = \frac{\Delta l}{h},$$

де Δl – зсув верхньої грані; h – висота тіла; γ – кут зсуву (для малих кутів $\text{tg}\gamma \approx \gamma$, рад).

Закон Гука для розтягання (стиску)

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E},$$

де ε – відносне поздовжнє розтягання (стиск); E – модуль Юнга; σ – нормальна механічна напруга.

Закон Гука для зсуву

$$\text{tg}\gamma = \frac{\tau}{G},$$

де $\text{tg}\gamma$ – відносна деформація зсуву; τ – тангенційна механічна напруга; G – модуль зсуву.

1.5 Тяжіння. Елементи теорії поля

Третій закон Кеплера

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

де T_1 і T_2 – періоди обертання планет навколо Сонця; R_1 і R_2 – великі півосі їхніх орбіт.

Закон всесвітнього тяжіння

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де F – сила всесвітнього тяжіння (гравітаційна сила) двох матеріальних точок масами m_1 і m_2 ; r – відстань між точками; G – гравітаційна стала.

Вага тіла

$$P = mg,$$

де m – маса тіла; g – прискорення вільного падіння.

Напруженість поля тяжіння

$$\mathbf{g} = \mathbf{F}/m,$$

де $\mathbf{F}$ – сила тяжіння, що діє на матеріальну точку масою m , поміщену в дану точку поля.

Потенційна енергія гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок масами m_1 і m_2 , що перебувають на відстані r одна від одної,

$$\Pi = - Gm_1 m_2 / r.$$

Потенціал поля тяжіння

$$\varphi = \Pi/m,$$

де Π – потенційна енергія матеріальної точки масою m , поміщеної в дану точку поля.

1.6 Елементи спеціальної теорії відносності

Перетворення Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де передбачається, що система відліку K' рухається зі швидкістю v у позитивному напрямку осі x системи відліку K , причому осі x' й x збігаються, а осі y' й y , z' і z – паралельні; c – швидкість поширення світла у вакуумі.

Релятивістське вповільнення ходу годин

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де τ – проміжок часу між двома подіями, відлічений, що рухаються разом з тілом годинником; τ' – проміжок часу між тими ж подіями, відлічений годинником, що перебуває у спокої.

Релятивістське (лоренцеве) скорочення довжини

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

де l_0 – довжина стрижня, обмірювана в системі відліку, відносно якої стрижень перебуває у спокої (власна довжина); l – довжина стрижня, обмірювана в системі відліку, відносно якої він рухається зі швидкістю v .

Релятивістський закон додавання швидкостей

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2},$$

де передбачається, що система відліку K' рухається зі швидкістю v у позитивному напрямку осі x системи відліку K , причому осі x' й x збігаються, а осі y' і y , z' і z – паралельні.

Інтервал s_{12} між подіями (інваріантна величина)

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = \text{inv},$$

де t_{12} – проміжок часу між подіями 1 і 2; l_{12} – відстань між точками, де відбулися події.

Маса релятивістської частинки й релятивістський імпульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де m_0 – маса спокою.

Основний закон релятивістської динаміки

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt},$$

де $\mathbf{p}$ – релятивістський імпульс частинки.

Повна й кінетична енергії релятивістської частинки

$$E = mc^2 = m_0c^2 + T, \quad T = (m - m_0)c^2.$$

Зв'язок між енергією й імпульсом релятивістської частинки

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2, \quad pc = \sqrt{T(T + 2m_0c^2)}.$$

Енергія зв'язку системи

$$E_{\text{зв}} = \sum_{i=1}^n m_{0i}c^2 - M_0c^2,$$

де m_{0i} – маса спокою i -й частинки у вільному стані; M_0 – маса спокою системи, що складається із частинок.

II ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ Й ТЕРМОДИНАМІКИ

2.1 Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

Закон Бойля-Маріотта

$$pV = \text{const при } T = \text{const}, m = \text{const},$$

де p – тиск; V – об'єм; T – термодинамічна температура; m – маса газу.

Закон Гей-Люссака

$$V = V_0(1 + \alpha t); \quad V = V_0\alpha T; \quad V_1/V_2 = T_1/T_2 \text{ при } p = \text{const}, m = \text{const};$$

закон Шарля

$$p = p_0(1 + \alpha t); \quad p = p_0\alpha T; \quad p_1/p_2 = T_1/T_2 \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const},$$

де t – температура за шкалою Цельсія; T – температура за шкалою Кельвіна;

V_0 і p_0 – відповідно об'єм і тиск при 0°C ; коефіцієнт $\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$; індекси 1 і 2

відносяться до довільних станів.

Закон Дальтона для тиску суміші n ідеальних газів

$$p = \sum_{i=1}^n p_i,$$

де p_i – парціальний (частковий) тиск i -го компонента суміші.

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона-Менделєєва)

$$pV = (m/M)RT \text{ (для довільної маси газу),}$$

де R – універсальна газова стала; M – молярна маса газу; m – маса газу; $m/M = \gamma$ – кількість речовини.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів

$$p = \frac{1}{3}nm_0\langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

або

$$p = \frac{2}{3} n \left(\frac{m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2} \right) = \frac{2}{3} E,$$

або

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2 = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{KB}} \rangle^2,$$

де $\langle v_{\text{KB}} \rangle$ – середня квадратична швидкість молекул; E – сумарна кінетична енергія поступального руху всіх молекул газу; n – концентрація молекул; m_0 – маса однієї молекули; $m = nm_0$ – маса одиничного об'єму газу.

Швидкість молекул:

– найбільш імовірна

$$v_{\text{ім}} = \sqrt{2RT/M} = \sqrt{2kT/m_0};$$

– середня арифметична

$$v = \sqrt{RT/(\pi M)} = \sqrt{8kT/(\pi m_0)};$$

– середня квадратична

$$v_{\text{KB}} = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3kT/m_0},$$

де m_0 – маса однієї молекули.

З урахуванням того, що середня кінетична енергія поступального руху молекули ідеального газу

$$\langle \epsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2}{2},$$

одержуємо залежність тиску газу від концентрації молекул й температури

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2 = nkT,$$

де k – постійна Больцмана ($k = R/N_A$; N_A – постійна Авогадро).

Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)},$$

де функція $f(v)$ розподілу молекул за швидкостями визначає відносне число молекул $dn(v)/N$ із загального числа N молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v + dv$.

Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за енергіями теплового руху

$$f(\epsilon) = \frac{dN(\epsilon)}{Nd\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/(kT)},$$

де функція $f(\varepsilon)$ розподілу молекул за енергіями теплового руху визначає відносне число молекул $dN(\varepsilon)/N$ із загального числа N молекул, які мають кінетичні енергії $\varepsilon = m_0 v^2/2$, що знаходяться в інтервалі від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Барометрична формула

$$p_h = p_0 e^{-Mg(h-h_0)/(RT)},$$

де p_h і p_0 – тиск газу на висоті h і h_0 .

Розподіл Больцмана для молекул у зовнішньому потенційному полі

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)} \quad \text{або} \quad n = n_0 e^{-\Pi/(kT)},$$

де n і n_0 – концентрація молекул на висоті h і $h = 0$; $\Pi = m_0 gh$ – потенційна енергія молекули в полі тяжіння.

Середнє число зіткнень, випробовуваних молекулою газу за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

де d – ефективний діаметр молекули; n – концентрація молекул; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул.

Середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

Закон теплопровідності Фур'є

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

де Q – теплота, що пройшла за допомогою теплопровідності через площу S за час t ; dt/dx – градієнт температури; λ – питома теплопровідність:

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

де c_v – питома теплоємність газу при постійному об'ємі; ρ – густина газу; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість теплового руху його молекул; $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул.

Закон дифузії Фіка для маси речовини:

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St;$$

закон дифузії Фіка для кількості частинок:

$$N = -D \frac{dn}{dx} St,$$

де M і N – маса речовини й кількість частинок, що переносяться за допомогою дифузії через площу S за час t ; $d\rho/dx$ – градієнт густини; dn/dx – градієнт концентрації; D – коефіцієнт дифузії, який дорівнює

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Закон Ньютона для внутрішнього тертя (в'язкості)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

де F – сила внутрішнього тертя між рухомими шарами площею S ; dv/dx – градієнт швидкості; η – динамічна в'язкість:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

2.2 Основи термодинаміки

Середня кінетична енергія поступального руху, що припадає на один ступінь свободи молекули,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

Середня енергія молекули

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де i – сума поступальних, обертальних і подвоєного числа коливальних ступенів свободи ($i = i_{\text{пост}} + i_{\text{обер}} + 2 i_{\text{колив}}$).

Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

де ν – кількість речовини; m – маса газу; M – молярна маса газу; R – універсальна газова стала.

Перший початок термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

де Q – кількість теплоти, повідомлене системі або віддане нею; ΔU – зміна її внутрішньої енергії; A – робота системи проти зовнішніх сил.

Перший початок термодинаміки для ізобаричного процесу:

$$\delta Q = dU + \delta A;$$

– для ізохоричного процесу:

$$\delta Q = dU;$$

– для ізотермічного процесу:

$$\delta Q = \delta A;$$

– для адіабатичного процесу:

$$\delta A = -dU.$$

Зв'язок між молярною C_m і питомою c теплоємкостями газу

$$C_m = cM,$$

де M – молярна маса газу.

Молярні теплоємності газу при постійному об'ємі й постійному тиску

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_P = \frac{i+2}{2}R.$$

Рівняння Майєра

$$C_P = C_V + R.$$

Із рівняння Майєра витікає: універсальна газова стала дорівнює роботі одного моля газу при його нагріві на 1К в ізобаричному процесі.

Зміна внутрішньої енергії ідеального газу

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT.$$

Робота, здійснювана газом при зміні його об'єму,

$$dA = p dV.$$

Повна робота при зміні об'єму газу

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

де V_1 і V_2 – відповідно початковий і кінцевий об'єми газу.

Робота газу:

– при ізобаричному процесі

$$A = p(V_2 - V_1), \quad \text{або} \quad A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1);$$

– при ізотермічному процесі

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad \text{або} \quad A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Рівняння адіабатичного процесу (рівняння Пуассона)

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

де $\gamma = C_P/C_V = (i+2)/i$ – показник адіабати (коефіцієнт Пуассона).

Робота у випадку адіабатичного процесу

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2),$$

або

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

де T_1 , T_2 і V_1 , V_2 – відповідно початкові й кінцеві температури та об'єм газу.

Термічний коефіцієнт корисної дії для кругового процесу (циклу)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – кількість теплоти, отримана системою; Q_2 – кількість теплоти, віддана системою; A – робота, виконувана за цикл.

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 – температура нагрівача; T_2 – температура холодильника.

Зміна ентропії при рівноважному переході зі стану 1 у стан 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}.$$

III ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1 Електростатика

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{|q_1| |q_2|}{r^2},$$

де F – сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2 ; r – відстань між зарядами; ϵ_0 – електрична постійна, що дорівнює $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; ϵ – відносна діелектрична проникність середовища.

Напруженість і потенціал електростатичного поля

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0; \varphi = \Pi/q_0 \text{ або } \varphi = A_\infty/q_0,$$

де $\mathbf{F}$ – сила, що діє на точковий позитивний заряд q_0 , поміщений у дану точку поля; Π – потенційна енергія точкового заряду q_0 ; A_∞ – робота кулонівської сили по переміщенню заряду з даної точки поля за його межі (у нескінченність).

Напруженість і потенціал електростатичного поля точкового заряду на відстані r від заряду

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

Потік вектора напруженості через площинку

$$d\Phi_E = E dS = E_n dS,$$

де $d\mathbf{S} = dS_n$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю $\mathbf{n}$ до площинки; E_n – складова вектора $\mathbf{E}$ в напрямку нормалі до площинки.

Потік вектора напруженості через довільну поверхню S

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_S E_n dS.$$

Принцип суперпозиції (накладення) електростатичних полів.

Напруженість в точці поля, створюваного n зарядами, дорівнює геометричній (векторній) сумі векторів $\mathbf{E}_i$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i,$$

де $\mathbf{E}_i$ – напруженість поля, створюваного i -м зарядом.

Потенціал у точці поля, створеного n зарядами, дорівнює алгебраїчній сумі значень φ_i

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

де φ_i – потенціал поля, створюваного i -м зарядом.

Зв'язок між напруженістю й потенціалом електростатичного поля

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi, \quad \text{або} \quad \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

де $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – одиничні вектори координатних осей.

У випадку поля, що має центральну або осьову симетрію,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Електричний момент диполя (дипольний момент)

$$\mathbf{p} = |q|\mathbf{l},$$

де $\mathbf{l}$ – плече диполя.

Лінійна, поверхнева й об'ємна густина зарядів

$$\tau = \frac{dq}{dl}; \quad \sigma = \frac{dq}{dS}; \quad \rho = \frac{dq}{dV},$$

тобто відповідно заряд, що припадає на одиницю довжини, поверхні й об'єму (відповідна одиниця виміру – Кл/м, Кл/м², Кл/м³).

Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля у вакуумі

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV ,$$

де ϵ_0 – електрична постійна; $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, поміщених усередині замкненої поверхні S ; n – число локальних зарядів; ρ – об'ємна густина зарядів; V – об'єм, обмежений поверхнею S .

Напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженою нескінченною площиною

$$E = \sigma / (2\epsilon_0 \epsilon).$$

Напруженість поля, створюваного двома нескінченними паралельними різнойменно зарядженими площинами

$$E = \sigma / \epsilon_0 \epsilon.$$

Напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженою сферичною поверхнею радіусом R із загальним зарядом q на відстані r від центру сфери

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (усередині сфери);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (поза сферою).}$$

Напруженість поля, створюваного об'ємно рівномірно зарядженою кулею радіусом R із загальним зарядом q на відстані r від центру кулі

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^3} \text{ при } r \leq R \text{ (усередині кулі);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (поза кулею).}$$

Напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженим нескінченним циліндром радіусом R на відстані r від осі циліндра,

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (усередині циліндра);}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \text{ при } r \geq R \text{ (поза циліндром).}$$

Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля уздовж замкненого контуру L :

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint_L E_l dl = 0 ,$$

де E_l – проекція вектора $\mathbf{E}$ на напрямок елементарного переміщення dl . Інтегрування можливе по будь-якому замкненому шляху L .

Робота, виконувана силами електростатичного поля при переміщенні заряду q_0 із точки 1 у точку 2

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ або } A_{12} = q_0 \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} = q_0 \int_1^2 E_l dl ;$$

якщо точки 1 і 2 співпадають, то робота

$$A_{11} = q_0 \int_1^1 E_l dl = q_0 \oint_L E_l dl = 0,$$

де E_l – проекція вектора $\mathbf{E}$ на напрямок елементарного переміщення dl .

Поляризованість

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i}{V} = \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots)}{V},$$

де V – об'єм діелектрика; $\mathbf{p}_i$ – дипольний момент i -ї молекули.

Зв'язок між поляризованістю діелектрика й напруженістю електростатичного поля

$$\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E},$$

де χ – діелектрична сприйнятливість речовини.

Зв'язок діелектричної проникності ε з діелектричною сприйнятливістю χ :

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

Зв'язок між напруженістю E поля в діелектрику й напруженістю E_0 зовнішнього поля

$$E = E_0 - P/\varepsilon_0, \text{ або } E = E_0/\varepsilon.$$

Зв'язок між векторами електричного зміщення й напруженістю електростатичного поля

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}.$$

Зв'язок між $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ і $\mathbf{P}$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}.$$

Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля в діелектрику

$$\Phi_D = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i,$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума поміщених усередині замкненої поверхні S вільних електричних зарядів; D_n – складова вектора $\mathbf{D}$ за напрямом нормалі до

площини; $d\mathbf{S}$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю $\mathbf{n}$ до площини.

Напруженість електростатичного поля біля плоскої поверхні провідника на відстані набагато меншої, чім радіус кривизни поверхні

$$E = \sigma / (\epsilon_0 \epsilon),$$

де σ – поверхнева густина зарядів.

Електроємність відокремленого провідника

$$C = q/\varphi,$$

де q – заряд, наданий провіднику; φ – потенціал провідника.

Ємність плоского конденсатора

$$C = \epsilon_0 \epsilon \sigma S/d,$$

де S – площа кожної обкладки конденсатора; d – відстань між обкладками; ϵ – відносна діелектрична проникність середовища між обкладками.

Ємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)},$$

де l – довжина обкладок конденсатора; r_1, r_2 – радіуси коаксіальних обкладок.

Ємність сферичного конденсатора

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

де r_1 і r_2 – радіуси концентричних сфер.

Ємність системи конденсаторів при послідовному і паралельному з'єднаннях

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \text{і} \quad C = \sum_{i=1}^n C_i,$$

де C_i – ємність i -го конденсатора; n – число конденсаторів.

Деякі узагальнюючі відомості зручно представити у вигляді нижченаведеної табл. 3.1.

Енергія відокремленого зарядженого провідника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Енергія взаємодії системи точкових зарядів

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n q_i \varphi_k,$$

де φ_k – потенціал, створюваний у тій точці, де перебуває заряд q_i , усіма зарядами, крім i -го ($i \neq k$).

Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

де q – заряд конденсатора; C – його ємність; $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між обкладками.

Енергія плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V,$$

де S – площа однієї обкладки; U – різниця потенціалів між обкладками; $V = Sd$ – об'єм конденсатора.

Об'ємна густина енергії

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

де D – електричний зсув.

3.2 Постійний електричний струм

Сила й густина електричного струму

$$I = \frac{dq}{dt}; j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Густина струму в провіднику

$$\mathbf{j} = nev,$$

де $\mathbf{v}$ – швидкість упорядкованого руху зарядів у провіднику (швидкість дрейфу); n – концентрація зарядів; e – заряд електрона.

Електрорушійна сила $\mathcal{E}$, що діє в ланцюзі,

$$\mathcal{E} = A/q_0, \text{ або } \mathcal{E} = \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l},$$

де q_0 – одиничний позитивний заряд; A – робота сторонніх сил; $\mathbf{E}_{\text{ст}}$ – напруженість поля сторонніх сил, тобто сил не електростатичної природи.

Опір R однорідного лінійного провідника, провідність G провідника й питома електрична провідність γ речовини провідника

$$R = \rho l/S; G = 1/R; \gamma = 1/\rho = e\mu n,$$

де ρ – питомий електричний опір; S – площа поперечного перерізу провідника; l – його довжина; μ – рухливість носіїв струму (дрейфова швидкість в одиничному полі); n – концентрація носіїв струму; e – заряд електрона.

Опір провідників при послідовному і паралельному з'єднаннях:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{і} \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

де R_i – опір i -го провідника; n – число провідників.

Залежність питомого опору ρ від температури

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \alpha T,$$

де ρ – температурний коефіцієнт опору.

Закон Ома:

– для однорідної ділянки ланцюга

$$I = U/R;$$

– для неоднорідної ділянки ланцюга

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12})/R;$$

– для повного ланцюга

$$I = \mathcal{E}/(R + r),$$

де U – напруга на ділянці ланцюга; R – опір зовнішньої ділянки ланцюга; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів на кінцях ділянки ланцюга; $\mathcal{E}_{12}$ – ЄРС джерел струму, що входять у ділянку; $\mathcal{E}$ – алгебраїчна сума ЄРС. усіх джерел струму в ланцюзі. $\mathcal{E}_{12} > 0$, якщо джерело підтримує струм від точки 1 до точки 2, і $\mathcal{E}_{12} < 0$, якщо джерело перешкоджає протіканню струму від точки 1 до точки 2.

Закон Ома в диференціальній формі

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E},$$

де $\mathbf{E}$ – напруженість електростатичного поля.

Робота струму за час t

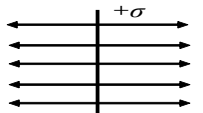
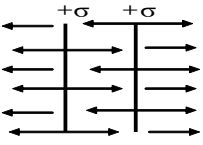
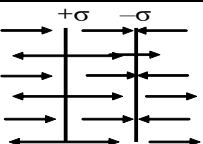
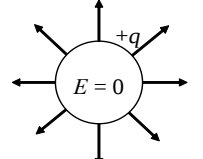
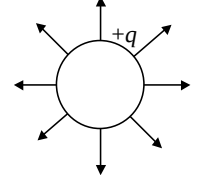
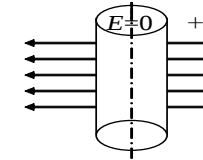
$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Закони Кірхгофа:

Перший закон Кірхгофа

$$\sum_k I_k = 0.$$

Таблиця 1

Вид зарядженої поверхні	Рисунок	Напруженість, розрахована за теоремою Остроградського-Гаусса	Різниця потенціалів $(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_{r_1}^{r_2} E dr$	Ємність $(C=q/U)$
Поле нескінченної однорідно зарядженої площини. (σ – поверхнева густина заряду)		$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} (x_2 - x_1)$ (різниця потенціалів між точками x_1 і x_2)	–
Поле двох однойменно заряджених площин (σ – поверхнева густина заряду)		$E = 0 \text{ – між пластинами;}$ $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \text{ – за пластинами}$	–	–
Поле двох різноіменно заряджених площин (σ – поверхнева густина заряду)		$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \text{ – між пластинами;}$ $E = 0 \text{ – за пластинами}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} d$ (різниця потенціалів між двома різноіменними пластинами)	$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$
Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні		$E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \text{ (} r \geq R \text{) (поза сферою);}$ $E(R) = 0 \text{ (} r \leq R \text{) (усередині сфери)}$	$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \text{ (усередині сфери); } \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \text{ (поза сферою);}$ $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ (між точками r_1 і r_2 поза сферою)	$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$ (r_1 – радіус внутрішньої сфери; r_2 – зовнішньої)
Поле кулі з постійною об'ємною густиною заряду		$E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^3} r \text{ (} r \leq R \text{)}$ (усередині кулі); $E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \text{ (} r \geq R \text{) (поза кулею)}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ (поза кулею)	–
Поле нескінченного зарядженого циліндра (нитки) (τ – лінійна густина заряду)		$E(R) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} \text{ (} r \geq R \text{) (поза ниткою, циліндром);}$ $E(R) = 0 \text{ (} r < R \text{) (усередині циліндра)}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}$ (між точками r_1 і r_2 поза циліндром)	$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$ (r_1 – радіус внутрішнього циліндра; r_2 – зовнішнього)

Струм, що входить у вузол, береться зі знаком плюс, що виходить із вузла – зі знаком мінус.

Другий закон Кірхгофа

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

Струм у напрямку обходу електричного контуру береться зі знаком плюс, проти напрямку – зі знаком мінус; електрорушійна сила $\mathcal{E}$, що підтримує струм у напрямку обходу, береться зі знаком плюс, що перешкоджає – зі знаком мінус.

3.3 Термоелектрорушійна сила й термоелектронна емісія

Контактна різниця потенціалів на межі двох металів 1 і 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

де A_1, A_2 – роботи виходів електронів з металів; k – постійна Больцмана; n_1, n_2 – концентрації вільних електронів у металах.

Термоелектрорушійна сила

$$\mathcal{E} = \frac{k}{e} (T_1 - T_2) \ln \frac{n_1}{n_2},$$

де $(T_1 - T_2)$ – різниця температур спайок.

Формула Річардсона-Дешмана

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/(kt)},$$

$j_{\text{нас}}$ – густина струму насичення термоелектронної емісії; C – стала, теоретично однакова для всіх металів; A – робота виходу електрона з металу; T – температура.

3.4 Магнітне поле

Механічний момент, що діє на контур зі струмом, поміщений в однорідне магнітне поле,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]; \quad M = p_m B \sin \alpha,$$

де $\mathbf{B}$ – магнітна індукція; $\mathbf{p}_m$ – магнітний момент контуру зі струмом; α – кут між векторами $\mathbf{p}_m$ і $\mathbf{B}$;

$$\mathbf{p}_m = I S \mathbf{n},$$

де I – сила струму в контурі; S – площа контуру зі струмом; $\mathbf{n}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні контуру.

Зв'язок магнітної індукції $\mathbf{B}$ і напруженості $\mathbf{H}$ магнітного поля

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H},$$

де μ_0 – магнітна постійна; μ – магнітна проникність середовища.

Закон Біо-Савара-Лапласа

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

де $d\mathbf{B}$ – магнітна індукція поля, створювана елементом довжини $d\mathbf{l}$ провідника зі струмом I ; r – радіус-вектор, проведений від $d\mathbf{l}$ до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Модуль вектора $d\mathbf{B}$

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

де α – кут між векторами $d\mathbf{l}$ і $\mathbf{r}$.

Принцип суперпозиції (накладення) магнітних полів: магнітна індукція в точці поля, створеного n елементами довжини $d\mathbf{l}$ провідників зі струмом I , дорівнює геометричній (векторній) сумі векторів $\mathbf{B}_i$

$$\mathbf{B} = \sum_i \mathbf{B}_i,$$

де $\mathbf{B}$ – магнітна індукція результуючого поля; $\mathbf{B}_i$ – магнітні індукції полів, що накладаються.

Магнітна індукція поля, створюваного нескінченно довгим прямим провідником зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{R},$$

де R – відстань від осі провідника.

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2),$$

де α_1 і α_2 – кути, які створює провідник з радіус-векторами, проведеними від кінців провідника до розглядуваної точки.

Магнітна індукція в центрі колового провідника зі струмом

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R},$$

де R – радіус кривизни провідника.

Магнітна індукція на осі колового провідника зі струмом

$$B = \mu_0 \mu \frac{IR^2}{2(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

де R – радіус кривизни провідника; a – відстань від центра колового провідника зі струмом до будь-якої точки осі колового провідника.

Закон Ампера

$$dF = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}],$$

де dF – сила, що діє на елемент довжини $d\mathbf{l}$ провідника зі струмом I , поміщений у магнітне поле з індукцією $\mathbf{B}$.

Модуль сили Ампера (закон Ампера)

$$dF = IB \sin \alpha,$$

де α – кут між векторами $d\mathbf{l}$ і $\mathbf{B}$.

Сила взаємодії двох нескінчених прямолінійних паралельних провідників зі струмами I_1 і I_2

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} dl,$$

де R – відстань між провідниками; dl – відрізок провідника.

Магнітне поле рухомого заряду

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \mathbf{r}]}{r^3},$$

де r – радіус-вектор, проведений від заряду до точки спостереження;

– у скалярному вигляді:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha,$$

де α – кут між векторами $\mathbf{v}$ і $\mathbf{r}$.

Сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{v} \mathbf{B}],$$

– у скалярному вигляді:

$$F = qvB \sin \alpha,$$

де $\mathbf{F}$ – сила, що діє на заряд q , який рухається в магнітному полі зі швидкістю $\mathbf{v}$; α – кут між векторами $\mathbf{v}$ і $\mathbf{B}$.

Результуюча сила $\mathbf{F}$, що діє на рухомий заряд q , при дії на нього електричного поля напруженістю $\mathbf{E}$ и магнітного поля індукцією $\mathbf{B}$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \mathbf{B}].$$

Голлівська поперечна різниця потенціалів

$$\Delta\phi = R \frac{IB}{d},$$

де B – магнітна індукція; I – сила струму; d – товщина пластинки; $R = 1/(en)$ – стала Голлу (n – концентрація електронів).

Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі (теорема про циркуляцію вектора $\mathbf{B}$)

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \sum_{k=1}^n I_k,$$

де μ_0 – магнітна постійна; $d\mathbf{l}$ – вектор елементарної довжини контуру, спрямованої уздовж обходу контуру; $B_l = B \cos \alpha$ – складова вектора $\mathbf{B}$ у напрямку дотичної контуру довільної форми (з урахуванням обраного напрямку обходу); α – кут між векторами $\mathbf{B}$ і $d\mathbf{l}$; $\sum_{k=1}^n I_k$ – алгебраїчна сума струмів, охоплених контуром.

Магнітна індукція усередині соленоїда, що має N витків,

$$B = \mu_0 \mu NI / l,$$

де l – довжина соленоїда; μ – магнітна проникність середовища.

Магнітна індукція усередині тороїда

$$B = \mu_0 \mu NI / 2\pi r.$$

де r – радіус тороїда; μ – магнітна проникність середовища.

Потік вектора магнітної індукції (магнітний потік) через площинку dS

$$d\Phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n ds,$$

де $d\mathbf{S} = dS_n$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з нормаллю n до площинки; B_n – проекція вектора $\mathbf{B}$ на напрямок нормалі до площинки.

Потік вектора магнітної індукції через довільну поверхню

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS.$$

Потокозчеплення Ψ (повний магнітний потік, зчеплений з усіма N витками соленоїда)

$$\Psi = N \Phi = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S.$$

Робота з переміщення провідника зі струмом у магнітнім полі

$$dA = I \cdot d\Phi,$$

де $d\Phi$ – магнітний потік, пересічений рухомих провідником.

Робота з переміщення замкнутого контуру зі струмом у магнітному полі

$$dA = I d\Phi',$$

де $d\Phi'$ – зміна магнітного потоку, зчепленого з контуром.

3.5 Електромагнітна індукція

Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

де $\mathcal{E}_i$ – ЕРС індукції; $d\Phi$ – зміна магнітного потоку через контур.

ЕРС індукції, що виникає в рамці площею S при обертанні рамки з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією B ,

$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin \omega t.$$

Потокозчеплення, створюване струмом I у контурі з індуктивністю L ,
 $\Phi = LI$.

ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt},$$

де L – індуктивність контуру.

Індуктивність довгого соленоїда (тороїда)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

де N – число обвитків соленоїда; l – його довжина.

Струми при включенні на джерело й при замиканні RL -ланцюга самого на себе:

$$I = I_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{і} \quad I = I_0 e^{-t/\tau},$$

де $\tau = L/R$ – постійна часу (L – індуктивність, R – опір).

ЕРС взаємної індукції (ЕРС, індукована зміною сили струму в сусідньому контурі)

$$\mathcal{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

де L_{12} – взаємна індуктивність контурів.

Взаємна індуктивність двох котушок (із числом обвитків N_1 і N_2 , намотаних на спільне тороїдальне осердя),

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

де μ_0 – магнітна проникність осердя; l – довжина осердя по середній лінії; S – площа осердя.

Коефіцієнт трансформації

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2},$$

де N , $\mathcal{E}$, I – відповідно число обвитків, ЕРС і сила струму в обмотках трансформатора.

Енергія магнітного поля, створюваного струмом I у котушці зі струмом,

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

де L – індуктивність котушки.

Об'ємна густина енергії однорідного магнітного поля

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

3.6 Магнітні властивості речовини

Зв'язок орбітального магнітного $\mathbf{p}_m$ і орбітального механічного $\mathbf{L}_e$ моментів електрона

$$\mathbf{p}_m = -g\mathbf{L}_e = -\frac{e}{2m} \mathbf{L}_e,$$

де $g = e/(2m)$ – гіромагнітне відношення орбітальних моментів.

Намагніченість

$$\mathbf{J} = \mathbf{P}_m/V = \frac{\sum \mathbf{p}_a}{V},$$

де $\mathbf{P}_m = \sum \mathbf{p}_a$ – магнітний момент магнетика, який дорівнює векторній сумі магнітних моментів окремих молекул.

Зв'язок між намагніченістю й напруженістю магнітного поля

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H},$$

де χ – магнітна сприйнятливість речовини.

Зв'язок між векторами $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{J}$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J}),$$

де μ_0 – магнітна постійна.

Зв'язок між магнітною проникністю й магнітною сприйнятливістю речовини

$$\mu = 1 + \chi.$$

Теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля (закон повного струму)

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I,$$

де I – алгебраїчна сума струмів провідності, охоплюваних контуром L .

3.7 Основи електромагнітної теорії Максвелла

Густина струму зміщення

$$\mathbf{j}_{\text{зс}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t},$$

де $\mathbf{D}$ – електричний зсув; $\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ – густина струму зсуву у вакуумі; $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$ – густина струму поляризації.

Повна система рівнянь Максвелла:

– в інтегральній формі

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} &= - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \quad \text{або} \quad \oint_L E_l dl = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S B_n dS; \\ \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} &= \int_V \rho dV, \quad \text{або} \quad \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV; \\ \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} &= \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{d\mathbf{D}}{dt} \right) d\mathbf{S}, \quad \text{або} \quad \oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i + \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS; \\ \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} &= 0, \quad \text{або} \quad \oint_S B_n dS = 0; \end{aligned}$$

– у диференційній формі

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \\ \text{div } \mathbf{D} &= \rho; \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0, \end{aligned}$$

де $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$; $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$; $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ (ε_0 і μ_0 – відповідно електрична й магнітна сталі, ε і μ – відносні діелектрична й магнітна проникності; ρ – густина заряду; S – поверхня, що опирається на контур L ; V – об'єм, обмежений замкненою поверхнею S).

IV КОЛИВАННЯ Й ХВИЛІ

4.1 Механічні й електромагнітні коливання

Рівняння гармонійних коливань

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де x – зміщення коливної величини від положення рівноваги; A – амплітуда коливань; $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – колова (циклічна) частота; $\nu = 1/T$ – частота; T – період коливань; φ_0 – початкова фаза.

Швидкість і прискорення точки, що гармонійно коливається,

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

Кінетична енергія коливної точки масою m

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенційна енергія

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна енергія

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Диференціальне рівняння гармонійних коливань пружинного маятника (матеріальної точки масою m)

$$m\ddot{x} = -kx, \text{ або } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де k – коефіцієнт пружності (твердість пружини) $k = \omega_0^2 m$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$.

Період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{m/k},$$

де m – маса пружинного маятника.

Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{J/(mgl)} = 2\pi\sqrt{L/g},$$

де J – момент інерції маятника щодо осі коливань; l – відстань між точкою підвісу й центром мас маятника; $L = J/(ml)$ – наведена довжина фізичного маятника; g – прискорення вільного падіння.

Період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

де l – довжина маятника.

Формула Томсона для періоду T власних коливань у контурі без активного опору з індуктивністю L і ємністю контуру C ,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Диференціальне рівняння вільних гармонійних коливань заряду q в контурі:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0, \text{ або } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0,$$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – власна частота контуру.

Розв'язок диференціального рівняння вільних гармонійних коливань заряду в контурі:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де q_m – амплітуда коливань заряду.

Напруга на конденсаторі:

$$U_C = U_{Cm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

напруга на індуктивності:

$$U_L = -U_{Lm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

струм в контурі:

$$I = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Амплітуда A результуючого коливання, що виходить при додаванні двох гармонійних коливань однакового напрямку й однакової частоти,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

де A_1 і A_2 – амплітуди коливань, що складаються; φ_1 і φ_2 – їх фази.

Початкова фаза результуючого коливання

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Період биття

$$T = 2\pi/\Delta\omega, \Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|.$$

Рівняння траєкторії руху точки, що брала участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти,

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi,$$

де A и B – амплітуди коливань, що складаються; φ – різниця фаз коливань.

Диференціальне рівняння загасаючих коливань лінійної системи і його розв'язок:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 = 0; x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де x – коливна величина, що описує фізичний процес; β – коефіцієнт загасання ($\beta = r/(2m)$ у випадку механічних коливань і $\beta = R/(2L)$ у випадку

електромагнітних коливань); ω_0 – циклічна частота вільних незатухаючих коливань тієї ж коливальної системи; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота загасаючих коливань; $A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда загасаючих коливань.

Декремент загасання

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T},$$

де $A(t)$ і $A(t+T)$ – амплітуди двох послідовних коливань, що відповідають моментам часу, які відрізняються на період.

Логарифмічний декремент загасання

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

де $\tau = 1/\beta$ – час релаксації; N – число коливань, здійснюваних за час зменшення амплітуди в e разів.

Добротність коливальної системи

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Добротність механічної коливальної системи

$$Q = \frac{1}{r} \sqrt{km}.$$

Добротність коливального контуру

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Враховуючи, що $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ і $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, можна одержати вираз для відношення частоти загасаючих коливань до власної частоти коливань ідеального контуру:

$$\frac{\omega_{\text{заг}}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}.$$

При добротності 3,5 і більше це відношення відрізняється від 1 на 1% і менше. При точності вимірів частоти 1% цією відмінністю вже можна зневажити.

Диференціальне рівняння вимушених коливань лінійної системи і його розв'язок:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = x_0 \cos \omega t; \quad x = A \cos(\omega t - \varphi_0),$$

де x – коливна величина, що описує фізичний процес ($x_0 = F_0/m$ у випадку механічних коливань; $x_0 = U_m/L$ у випадку електромагнітних коливань)

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2\omega^2}}; \varphi = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонансна частота для конденсатора в коливальному контурі

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Враховуючи, що $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ і $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, можна одержати вираз для відношення резонансної частоти в реальному контурі до частоти в ідеальному контурі:

$$\frac{\omega_{\text{рез}}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

При добротності від 5 і більше це відношення відрізняється від 1 на 1% і менше. При точності вимірів частоти 1% цією відмінністю вже можна зневажити.

Резонансна амплітуда

$$A_{\text{рез}} = \frac{x_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Повний опір Z ланцюга змінного струму, що містить послідовно включені резистор опором R , котушку індуктивністю L і конденсатор ємністю C , на кінці якої подається змінна напруга $U = U_m \cos \omega t$,

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

де $X_L = \omega L$ – реактивний індуктивний опір; $X_C = 1/(\omega C)$ – реактивний ємнісний опір.

На резонансній частоті $\omega = \omega_0$

$$Z = R.$$

Зсування фаз між напругою й силою струму такий, що

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

Діючі (ефективні) значення струму й напруги

$$I = I_m / \sqrt{2}; \quad U = U_m / \sqrt{2}.$$

Середня потужність, що виділяється в послідовному ланцюзі змінного струму,

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi,$$

де

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

4.2 Пружні хвилі

Зв'язок довжини хвилі λ , періоду T коливань і частоти ν :

$$\lambda = \nu T; \nu = \lambda^{-1}; \nu = 1/T,$$

де ν – швидкість поширення коливань у середовищі (фазова швидкість).

Рівняння плоскої хвилі, що поширюється уздовж позитивного напрямку осі x ,

$$y(x, t) = A \cos(\omega(t - x/\nu) + \varphi_0) = A \cos(2\pi(t/T - x/\lambda) + \varphi_0) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

де $y(x, t)$ – зсув точок середовища з координатою x у момент часу t ; A – амплітуда хвилі; ω – циклічна (кругова) частота; $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(\nu T) = \omega/\nu$ – хвильове число (λ – довжина хвилі, ν – фазова швидкість; T – період коливань); φ_0 – початкова фаза коливань.

Положення фронту хвилі, виходячи з того факту, що $\varphi_{\text{фр}} = 0$, знаходяться за співвідношенням

$$\frac{x_{\text{фр}}}{\lambda} = \frac{t_1}{T},$$

де $x_{\text{фр}}$ – положення фронту хвилі в момент часу t_1 .

Зв'язок між різницею фаз $\Delta\varphi$ і різницею ходу Δ

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

Умови максимуму й мінімуму амплітуди при інтерференції хвиль

$$\Delta_{\text{max}} = \pm m\lambda \text{ (ціле число довжин хвиль);}$$

$$\Delta_{\text{min}} = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ (непарне число півхвиль),}$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$.

Фазова ν і групова u швидкості,

$$\nu = \frac{\omega}{k}; u = \frac{d\omega}{dk},$$

а також зв'язок між ними

$$u = \nu - \lambda \frac{d\nu}{d\lambda}.$$

Рівняння стоячої хвилі

$$y(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

Координати пучностей

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

та вузлів

$$x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Рівень інтенсивності звуку

$$L = \lg(I/I_0) \text{ (Белл) або } L = 10 \lg(I/I_0) \text{ (дециБелл)},$$

де I – інтенсивність звуку; I_0 – інтенсивність звуку на порозі чутності ($I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2 = 1 \text{ пВт/м}^2$).

Швидкість поширення звукових хвиль у газах

$$v = \sqrt{\gamma RT / M},$$

де R – універсальна газова стала; M – молярна маса; $\gamma = C_p / C_v$ ($\gamma = \frac{i+2}{i}$ – коефіцієнт Пуассона), відношення молярної теплоємності газу при постійному тиску до молярної теплоємності газу при постійному об'ємі; i – число ступенів свободи молекули; T – термодинамічна температура.

Ефект Допплера в акустиці

$$v = \frac{v \pm v_{\text{пр}}}{v \mp v_{\text{ист}}} v_0,$$

де v – частота звуку, сприймана рухаючимся приймачом; v_0 – частота звуку, що посиляє джерело; $v_{\text{пр}}$ – швидкість руху приймача; $v_{\text{дж}}$ – швидкість руху джерела; v – швидкість поширення звуку. Верхній знак береться, якщо при русі джерела або приймача відбувається їхнє зближення; нижній знак – у випадку їх взаємного видалення.

Ефект Допплера для електромагнітних хвиль у вакуумі

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}{1 + (v/c) \cos \theta},$$

де v_0 і v – відповідно частоти електромагнітного випромінювання, що випускається джерелом і сприймається приймачем; v – швидкість джерела електромагнітного випромінювання відносно приймача; c – швидкість світла у вакуумі; θ – кут між вектором швидкості v і напрямком спостереження, вимірюваний у системі відліку, пов'язаної зі спостерігачем.

Поперечний ефект Допплера для електромагнітних хвиль у вакуумі ($\theta = \pi/2$)

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}.$$

4.3 Електромагнітні хвилі

Фазова швидкість поширення електромагнітних хвиль у середовищі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

де $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ – швидкість поширення світла у вакуумі; ϵ_0 і μ_0 – відповідно діелектрична й магнітна сталі; ϵ і μ – відповідно діелектрична й магнітна проникності середовища.

Зв'язок між миттєвими значеннями напруженостей електричного (E) і магнітного (H) полів електромагнітної хвилі

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H,$$

де E і H – відповідно миттєві значення напруженостей електричного й магнітного полів хвилі.

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0); \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

де $\mathbf{E}_0$ і $\mathbf{H}_0$ – відповідно амплітуди напруженостей електричного й магнітного полів хвилі; ω – колова частота; $k = \omega/v$ – хвильове число; φ_0 – початкові фази коливань у точці з координатою $x = 0$.

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Густина потоку енергії (вектор Умова-Пойтинга):

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}].$$

Інтенсивність хвилі:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} EH.$$

V ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ Й ХВИЛЬОВОЇ ОПТИКИ

5.1 Геометрична оптика

Закони відбиття світла

$$i_1' = i_1$$

й заломлення світла

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

де i_1 – кут падіння; i_1' – кут відбиття; i_2 – кут заломлення; $n_{21} = n_2/n_1$ – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого; n_1 і n_2 – абсолютні показники заломлення першого й другого середовища.

Абсолютний показник заломлення

$$n = \frac{c}{v},$$

де c – швидкість світла у вакуумі; v – швидкість світла в середовищі.

Граничний кут повного внутрішнього відбиття при поширенні світла із середовища оптично більш густого в середовище оптично менш густе знаходиться зі співвідношення:

$$\sin i_{\text{гп}} = n_2/n_1 = n_{21}.$$

Формула сферичного дзеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

де a і b – відповідно відстані від полюса дзеркала до предмета й зображення; f – фокусна відстань дзеркала; R – радіус кривизни дзеркала.

Оптична сила тонкої лінзи

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

де f – фокусна відстань лінзи; $n_{21} = n_2/n_1$ – відносний показник заломлення (n_2 і n_1 – відповідно абсолютні показники заломлення лінзи й навколишнього середовища); R_1 і R_2 – радіуси кривизни поверхонь ($R > 0$ для опуклої поверхні; $R < 0$ для вгнутої; $R = \infty$ для плоскої поверхні); a і b – відповідно відстані від оптичного центру лінзи до предмета й зображення.

5.2 Фотометрія

Сила випромінювання

$$I_e = \Phi_e / \omega,$$

де Φ_e – потік випромінювання джерела; ω – тілесний кут, у межах якого це випромінювання розповсюджується.

Повний світловий потік, що випускається ізотропним точковим джерелом,

$$\Phi_0 = 4\pi I,$$

де I – сила світла джерела.

Світність поверхні

$$R = \Phi / S,$$

де Φ – світловий потік, що випускається поверхнею; S – площа цієї поверхні.

Яскравість B поверхні, що світиться, у деякому напрямку φ

$$B_\varphi = (I/S) \cdot \cos \varphi,$$

де I – сила світла; S – площа поверхні; φ – кут між нормаллю до елемента поверхні й напрямком спостереження.

Освітленість E поверхні

$$E = \Phi/S,$$

де Φ – світловий потік, що падає на поверхню; S – площа цієї поверхні.

Зв'язок світності R і яскравості B за умови, що яскравість не залежить від напрямку,

$$R = \pi B.$$

5.3 Інтерференція світла

Різниця фаз двох когерентних хвиль

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

де $L = sn$ – оптична довжина шляху (s – геометрична довжина шляху світлової хвилі в середовищі; n – показник заломлення цього середовища); $\Delta = L_2 - L_1$ – оптична різниця ходу світлових хвиль; λ_0 – довжина хвилі у вакуумі).

Умова інтерференційних максимумів

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Умова інтерференційних мінімумів

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Ширина інтерференційної смуги (відстань між найближчими мінімумами):

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda_0,$$

де d – відстань між двома когерентними джерелами, що перебувають на відстані l від екрана, паралельного лінії розташування джерел, за умови $l \gg d$.

Умови максимумів і мінімумів інтерференції світла, відбитого від верхньої й нижньої поверхонь тонкої плоскопаралельної плівки, що перебуває в повітрі ($n_0 = 1$),

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

де d – товщина плівки; n – її показник заломлення; i – кут падіння. У загальному випадку $\pm\lambda_0/2$ (втрата півхвилі) обумовлена стрибком фази на π при відбитті світла від границі розділу: якщо $n > n_0$, коли відбиття відбувається з зовнішньої сторони, $n_0 > n$, коли відбиття відбувається з внутрішньої сторони.

Для обчислення $d_{\min}$ при максимумі інтерференції береться $(+\lambda_0/2)$, а при мінімумі інтерференції $(-\lambda_0/2)$.

Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_m = \sqrt{(m-1/2)\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

або темних у проходящому світлі

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

де m – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи.

У випадку "просвітління" оптики інтерферуючі промені у відбитому світлі гасять один одного за умови

$$n = \sqrt{n_c},$$

де n_c – показник заломлення скла; n – показник заломлення плівки.

5.4 Дифракція світла

Умови дифракційних максимумів і мінімумів від однієї щілини, на яку світло падає нормально:

$$a \sin \varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}; \quad a \sin \varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} = m\lambda; \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

де a – ширина щілини; φ – кут дифракції; m – порядок спектра; λ – довжина хвилі.

Умови головних максимумів дифракційної ґратки, на яку світло падає нормально:

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda; \quad m = 1, 2, \dots,$$

де d – період дифракційної ґратки; N – число штрихів ґратки.

Для центрального максимуму ($\varphi = 0$) для всіх довжин хвиль виконується умова максимуму.

Період дифракційної ґратки

$$d = 1/N_0,$$

де N_0 – число щілин, що припадають на одиницю довжини ґратки (просторова частота).

Умова дифракційних максимумів від просторової ґратки (формула Вульфа-Брегга)

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

де d – відстань між атомними площинами кристала; θ – кут ковзання.

Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN,$$

де $\lambda, (\lambda + \delta\lambda)$ – довжини хвиль двох сусідніх спектральних ліній, розділюваних ґраткою; m – порядок спектра; N – загальне число щілин ґратки.

5.5 Взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною

Зв'язок кута φ відхилення променів призмою й заломлюючого кута A призми

$$\varphi = A(n - 1),$$

де n – показник заломлення призми.

Зв'язок між показником заломлення й діелектричною проникністю речовини

$$n = \sqrt{\varepsilon}.$$

Рівняння змушених коливань електрона під дією електричної складової поля хвилі (найпростіше завдання дисперсії)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t,$$

де eE_0 – амплітуда сили, що діє на електрон з боку поля хвилі; ω_0 – власна частота коливань електрона; ω – частота зовнішнього поля; m – маса електрона.

Залежність показника заломлення речовини n від частоти ω зовнішнього поля, відповідно до елементарної електронної теорії дисперсії,

$$n^2 = 1 + \frac{n_{0i}}{\varepsilon_0} \sum \frac{e^2 / m}{\omega_{0i}^2 - \omega^2},$$

де ε_0 – електрична постійна; n_{0i} – концентрація електронів з власною частотою ω_{0i} ; m – маса електрона; e – заряд електрона.

Закон поглинання світла в речовині (закон Бугера-Бера)

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

де I_0 і I – інтенсивності плоскої монохроматичної світлової хвилі відповідно на вході й виході шару поглинаючої речовини товщиною x ; α – коефіцієнт поглинання.

5.6 Поляризація світла

Коефіцієнт поляризації світла

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де $I_{\max}$ і $I_{\min}$ – відповідно максимальна й мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла, що пропускається аналізатором.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

де I – інтенсивність плоскополяризованого світла, що пройшло через аналізатор; I_0 – інтенсивність плоскополяризованого світла, що падає на

аналізатор; α – кут між головною площиною аналізатора й площиною поляризації падаючої хвилі.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

де i_B – кут падіння, за якого відбитий від діелектрика промінь є плоскополяризованим; n_{21} – відносний показник заломлення ($n_{21} > 1$).

Оптична різниця ходу між звичайним і незвичайними променями l у комірці Керра

$$\Delta = l(n_o - n_e) = klE^2,$$

де n_o , n_e – показники заломлення відповідно звичайного й незвичайного променів у напрямку, перпендикулярному оптичній осі; l – довжина комірки Керра; E – напруженість електричного поля; k – постійна.

Оптична різниця ходу між звичайними і незвичайними променями в комірці Поккельса

$$\Delta = \frac{n^3 r E_{ox} l}{2},$$

де $n^3 r$ – фактор якості електрооптичного кристала комірки; l – довжина комірки Поккельса; E_{ox} – напруженість поперечного електричного поля.

При поданні півхвильової напруги $U_{\lambda/2}$ оптична різниця ходу дорівнює

$$\Delta = \frac{n^3 r U_{\lambda/2} l}{2 \cdot d} = \frac{\lambda}{2}$$

і при рівності інтенсивностей звичайного та незвичайного променей площина поляризації повертається на 90° (втрата півхвилі).

Кут повороту площини поляризації:

– для оптично активних кристалів і чистих рідин

$$\varphi = \alpha d;$$

– для оптично активних розчинів

$$\varphi = \alpha C d,$$

де d – довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині; α – питоме обертання; C – масова концентрація оптично активної речовини в розчині.

5.7 Квантова природа світла. Закони теплового випромінювання

Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

де R_e – енергетична світність (випромінюваність) чорного тіла; σ – стала Стефана-Больцмана; T – термодинамічна температура.

Зв'язок енергетичної світності R_e й спектральної щільності енергетичної світності $r_{\nu, T}$ ($r_{\lambda, T}$) чорного тіла

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda.$$

Енергетична світність сірого тіла

$$R_T^c = A_T \sigma T^4,$$

де A_T – поглинальна здатність сірого тіла: $0 < A_T < 1$; $A_T = 1$ – абсолютно чорне тіло.

Закон зміщення Віна

$$\lambda_{\max} = b/T,$$

де $\lambda_{\max}$ – довжина хвилі, що відповідає максимальному значенню спектральної щільності енергетичної світності чорного тіла; b – стала Віна.

Залежність максимальної спектральної щільності енергетичної світності чорного тіла від температури

$$r_{\lambda,T} = CT^5,$$

де $C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

Енергія кванта світла – фотона:

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda.$$

Формула Планка

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1};$$

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1},$$

де h – стала Планка.

Зв'язок радіаційної T_p та дійсної T температур

$$T_p = \sqrt[4]{A_T T}.$$

Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{\max},$$

де $\varepsilon = h\nu$ – енергія поглиненого фотона; A – робота виходу електрона з металу; $T_{\max} = m v_{\max}^2 / 2$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

«Червона межа» фотоефекту для даного матеріала

$$\nu_0 = A/h; \lambda_0 = hc/A,$$

де λ_0 – максимальна довжина хвилі випромінювання (ν_0 – відповідно мінімальна частота), за якої фотоефект ще можливий.

Маса й імпульс фотона

$$m_\gamma = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}; \quad p_\gamma = \frac{h\nu}{c},$$

де $h\nu$ – енергія фотона.

Тиск світла на поверхню, що відбиває

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho),$$

де $E_e = N h \nu$ – опромінення поверхні (енергія всіх фотонів, що падають на одиницю поверхні за одиницю часу); ρ – коефіцієнт відбиття; w – об'ємна густина енергії випромінювання; h – стала Планка.

Коефіцієнт відбиття

$$\rho = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2},$$

де n – відносний показник заломлення.

Зміна довжини хвилі рентгенівського випромінювання при комптонівському розсіюванні

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

де λ і λ' – довжини хвиль падаючого й розсіяного випромінювання; m_0 – маса електрона; θ – кут розсіювання; $\lambda_C = h/(m_0 c)$ – комптонівська довжина хвилі.

VI ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ АТОМІВ, МОЛЕКУЛ І ТВЕРДИХ ТІЛ

6.1 Теорія атомів водню за Бором

Узагальнена формула Бальмера, що описує серії в спектрі водню,

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де ν – частота спектральних ліній у спектрі атома водню; R – постійна Рідберга; m визначає серію ($m = 1, 2, 3, \dots$); n визначає окремі лінії відповідної серії ($n = m + 1, m + 2, \dots$): $m = 1$ (серія Лаймана), $m = 2$ (серія Бальмера), $m = 3$ (серія Пашена), $m = 4$ (серія Брекета), $m = 5$ (серія Пфунда), $m = 6$ (серія Хемфрі).

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів)

$$m_e v r_n = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

де m_e – маса електрона; v – швидкість електрона по n -й орбіті радіусом r_n .

Другий постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m,$$

де E_n і E_m – відповідно енергії стаціонарних станів атома до й після випромінювання (поглинання).

Радіус n -ої стаціонарної орбіти

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi m_e Z e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots;$$

енергія електрона на n -й стаціонарній орбіті

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \hbar^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

де Z – порядковий номер елемента в системі Менделєєва; ε_0 – електрична постійна.

6.2 Елементи квантової механіки

Зв'язок довжини дебройлівської хвилі частинки з імпульсом p

$$\lambda = h/p = h/(mv),$$

де m – маса частинки; v – її швидкість.

Фазова швидкість частинки, що вільно рухається

$$v_{\text{фаз}} = \omega/k = E/p = c^2/v,$$

де $E = \hbar \omega$ – енергія частинки (ω – кругова частота); $p = \hbar k$ – імпульс ($k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число).

Групова швидкість частинки, що вільно рухається

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Співвідношення невизначеностей:

– для координати й імпульсу частинки

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

де Δx , Δy , Δz – невизначеності координат; Δp_x , Δp_y , Δp_z – невизначеності відповідних проекцій імпульсу частинки на осі координат;

– для енергії й часу

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

де ΔE – невизначеність енергії даного квантового стану; Δt – час перебування системи в даному стані; $\hbar$ – стала Планка ($\hbar = h/2\pi$).

Імовірність знаходження частинки в об'ємі dV

$$dW = \Psi \Psi^* dV = |\Psi|^2 dV,$$

де $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – хвильова функція, що описує стан частинки; Ψ^* – функція, комплексно спряжена з Ψ ; $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*$ – квадрат модуля хвильової функції.

Для стаціонарних станів

$$dW = \psi \psi^* dV = |\psi|^2 dV,$$

де $\psi = \psi(x, y, z)$ – координатна (амплітудна) частина хвильової функції.

Умова нормування ймовірностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1,$$

де інтегрування проводиться по всьому нескінченному простору, тобто по координатах x, y, z від ∞ до $-\infty$.

Ймовірність виявлення частинки в інтервалі від x_1 до x_2

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx.$$

Середнє значення фізичної величини L , що характеризує частинку, що перебуває в стані, описуваному хвильовою функцією Ψ ,

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} L |\Psi|^2 dV,$$

де $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – хвильова функція, що описує стан частинки.

Рівняння Шредингера для стаціонарних станів

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

де $\psi = \psi(x, y, z)$ – координатна частина хвильової функції ($\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i(E/\hbar)t}$); $U = U(x, y, z)$ – потенційна енергія частинки; E – повна енергія частинки; $\hbar = h/(2\pi)$; m – маса частинки; Δ – оператор Лапласа $\left(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$.

Хвильова функція, що описує одномірний рух вільної частинки,

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)},$$

де A – амплітуда хвиль де Бройля; $p_x = \hbar k$ – імпульс частинки; $E = \hbar \omega$ – енергія частинки; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Власне значення енергії E_n частинки, що перебуває на n -му енергетичному рівні в одномірній прямокутній «потенційній ямі» з нескінченно високими «стінками»,

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

де l – ширина ями.

Власна хвильова функція, що відповідає вищенаведеному власному значенню енергії,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x, n = 1, 2, 3, \dots$$

Коефіцієнт прозорості D (імовірність тунелювання) прямокутного потенційного бар'єра кінцевої ширини l ,

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} l \right],$$

де D_0 – множник, який можна прирівняти одиниці; U – висота потенційного бар'єра; E – енергія частинки;

– для бар'єра довільної форми

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U_x - E)} dx \right].$$

Рівняння Шредингера для лінійного гармонійного осцилятора у квантовій механіці

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0,$$

де $\frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = U$ – потенційна енергія осцилятора; ω_0 – власна частота коливань осцилятора; m – маса частинки.

Власні значення енергії гармонійного осцилятора

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0, n = 1, 2, 3, \dots$$

Енергія нульових коливань гармонійного осцилятора

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0.$$

6.3 Елементи сучасної фізики атомів і молекул

Потенційна енергія $U(r)$ взаємодії електрона з ядром у водневоподібному атомі

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де r – відстань між електроном і ядром; Z – порядковий номер елемента; ϵ_0 – електрична постійна.

Власне значення енергії E_n електрона у водневоподібному атомі

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Енергія іонізації атома водню

$$E_i = -E_1 = \frac{m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2}.$$

Момент імпульсу (механічний орбітальний момент) електрона

$$L_i = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

де l – орбітальне квантове число, що приймає при заданому n наступні значення: $l = 0, 1, \dots, n-1$ (усього n значень).

Проекція моменту імпульсу на напрямок зовнішнього магнітного поля

$$L_{iz} = \hbar m_l,$$

де m_l – магнітне квантове число, що ухвалює при заданому l наступні значення: $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ (усього $(2l+1)$ значень).

Правила відбору при електронних переходах для орбітального й магнітного квантових чисел

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{і} \quad \Delta m_l = 0, \pm 1.$$

Нормована хвильова функція, що відповідає $1s$ -стану (основному стану) електрона в атомі водню,

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

де $a = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / (m e^2)$ – величина, що збігається з першим боровським радіусом.

Імовірність виявити електрон в атомі водню, що перебуває в $1s$ -стані, в інтервалі від r до $r + dr$

$$dW = |\Psi_{100}|^2 dV = |\Psi_{100}|^2 4\pi r^2 dr.$$

Спін (власний механічний момент імпульсу) електрона

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

де s – спінове квантове число ($s = 1/2$).

Проекція спіну на напрямок z зовнішнього магнітного поля

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

де m_s – магнітне спінове квантове число ($m_s = \pm 1/2$).

Принцип Паулі

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ або } 1,$$

де $Z(n, l, m_l, m_s)$ – число електронів, що перебувають у квантовому стані, описуваному набором чотирьох квантових чисел: n – головного, l – орбітального, m_l – магнітного, m_s – магнітного спінового.

Максимальне число електронів $Z(n)$, обумовлених даним головним квантовим числом n ,

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

Закон Мозлі, що визначає частоти спектральних ліній характеристичного рентгенівського випромінювання,

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де R – постійна Рідберга, Z – порядковий номер елемента в періодичній системі; σ – постійна екранування; m визначає серію ($m = 1, 2, 3, \dots$); n визначає окремі лінії відповідної серії ($n = m + 1, m + 2, \dots$).

Закон Мозлі для лінії $K\alpha$ ($\sigma = 1$)

$$\nu = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right).$$

6.4 Елементи квантової статистики

Розподіл Бозе-Ейнштейна

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}$$

і Фермі-Дірака

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} + 1},$$

де $\langle N_i \rangle$ – відповідно середні числа бозонів і ферміонів у квантовому стані з енергією E_i ; k – постійна Больцмана; T – термодинамічна температура; μ – хімічний потенціал (рівень Фермі E_F). При $e^{(E_i - \mu)/(kT)} \gg 1$ обидва розподіли переходять у класичний розподіл Максвелла-Больцмана $\langle N_i \rangle = A e^{-E_i/(kT)}$, де $A = e^{\mu/(kT)}$.

6.5 Елементи фізики твердого тіла.

Метали

Концентрація електронів у металах від температури не залежить і визначається концентрацією атомів $n_{\text{ат}}$ і кількістю електронів n_0 , що припадають на один атом:

$$n = n_0 \cdot n_{\text{ат}} = n_0 \cdot \frac{DN_A}{M},$$

де D – густина речовини; M – молярна маса; N_A – число Авогадро (число атомів у молі).

Розподіл Фермі-Дірака за енергіями для вільних електронів у металі

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(kT)} + 1},$$

де E_F – енергія Фермі.

При $T = 0$ К

$$f(E) = \begin{cases} 1, & E < E_F, \\ 0, & E > E_F. \end{cases}$$

Положення рівня Фермі в металах від температури не залежить і його можна знайти за формулою:

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

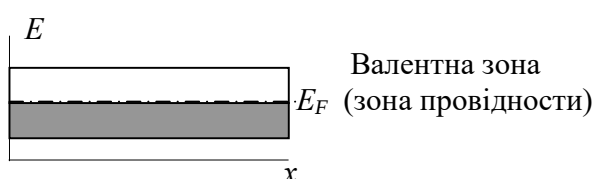
де m – ефективна маса електрона; n – концентрація електронів.

Електрична провідність металу згідно з квантовою теорією електропровідності металів,

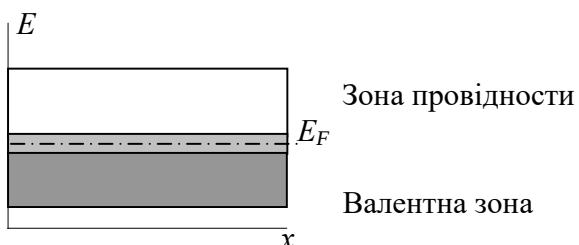
$$\gamma = \frac{ne^2 l \langle l_F \rangle}{m u_F},$$

де n – концентрація електронів провідності в металі; $\langle l_F \rangle$ – середня довжина вільного пробігу електрона, що має енергію Фермі; u_F – швидкість електронів, що має енергію Фермі.

Якщо валентна зона заповнена електронами не повністю (рис. 6.1, а), то



а)



б)

Рисунок 6.1 – Зонні діаграми одновалентних металів (а) і двовалентних металів (б);

E_F – рівень Фермі

електрон, одержавши як завжди малу енергію (наприклад, за рахунок теплового руху або електричного поля), зможе перейти на більш високий енергетичний рівень тієї ж зони, тобто стати вільним і брати участь у провідності. Внутрішньозонний перехід цілком можливий, тому що, наприклад, при 1 К енергія теплового руху $kT \approx 10^{-4}$ еВ, тобто набагато більше різниці енергій між сусідніми станами. Кристал, що має таку зонну діаграму, є металом.

Типовими представниками речовин, в яких спостерігається часткове заповнення валентної зони (у випадку

металу її називають також зоною провідності) є одновалентні лужні метали і благородні метали, такі як Cu, Ag, Au, Pt та ін.

Тверде тіло є провідником електричного струму і в тому випадку, коли валентна зона повністю заповнена електронами і перекривається з вільною зоною (зоною провідності), не зайнятою електронами (рис. 6.1, б). У цьому випадку утворюється так звана «гібридна» зона, яка заповнюється валентними електронами лише частково. Це має місце для двовалентних лужноземельних елементів (Be, Mg, Ca і т.д.).

Напівпровідники

Власна провідність напівпровідника

$$\sigma = en_i(\mu_n + \mu_p),$$

де e – заряд електрона; n_i – концентрація носіїв струму у власному напівпровіднику; μ_n, μ_p – рухливості електронів і дірок відповідно.

Зонна діаграма власного напівпровідника наведена на рисунку 6.2.

Постійність власної концентрації носіїв заряду зумовлена рівністю процесу теплової генерації і рекомбінації.

Концентрація носіїв струму у власному напівпровіднику

$$n_i = p_i = \sqrt{N_C N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right),$$

де E_g – ширина забороненої зони напівпровідника, k – постійна Больцмана, T – абсолютна температура.

Ефективна щільність станів у зоні провідності

$$N_C = \frac{2(2\pi m_n kT)^{3/2}}{h^3},$$

де m_n – ефективна маса електрона, h – постійна Планка.

Ефективна щільність станів у валентній зоні

$$N_V = \frac{2(2\pi m_p kT)^{3/2}}{h^3},$$

де m_p – ефективна маса дірки; h – постійна Планка.

Енергія Фермі у власному напівпровіднику

$$E_F = -\frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} = -\frac{E_g}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_p}{m_n}.$$

Зонні діаграми домішкових напівпровідників наведені на рисунках 6.3 (електронного напівпровідника) і 6.4 (діркового напівпровідника).

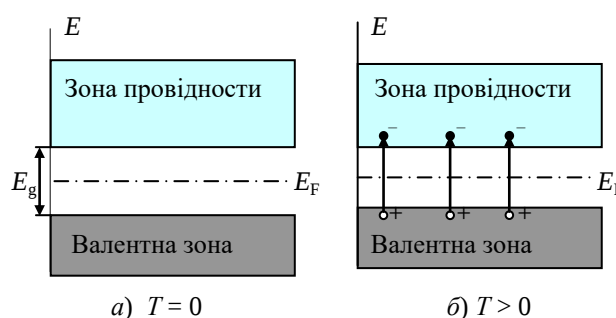


Рисунок 6.2 – Зонна діаграма власного напівпровідника для температур: а) $T = 0$; б) $T > 0$

Електронна провідність на-півпровідника (n – тип)

$$\sigma = en_n\mu_n,$$

де e – заряд електрона; n_n – концентрація основних носіїв (електронів); μ_n – рухливість електронів.

Концентрація електронів

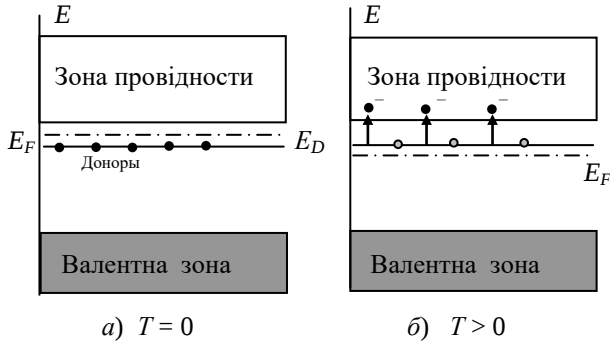


Рисунок 6.3 – Зонна діаграма домішкового (електронного) напівпровідника при: а) $T = 0$; б) $T > 0$

$$n_n = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C - E_F)}{kT}},$$

де E_F – енергія Фермі в електронному напівпровіднику.

$$E_F = -kT \ln \frac{N_C}{N_D},$$

де N_D – концентрація донорів. У випадку дрібних донорів $n_n = N_D$.

Концентрація неосновних носіїв (дірок) в електронному напівпровіднику

$$p_n = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F - E_V)}{kT}}.$$

Діркова провідність напів-провідника (p – тип)

$$\sigma = ep_p\mu_p,$$

де e – заряд електрона; p_p – концентрація основних носіїв (дірок); μ_p – рухливість дірок.

Концентрація дірок дорівнює

$$p_p = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F - E_V)}{kT}},$$

де E_F – енергія Фермі.

$$E_F = -kT \ln \frac{N_C}{N_D},$$

де N_A – концентрація акцепторів.

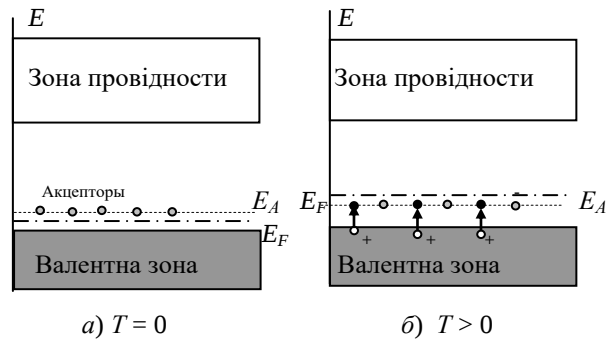


Рисунок 6.4 – Зонна діаграма домішкового (діркового) напівпровідника при: а) $T = 0$; б) $T > 0$

Концентрація неосновних носіїв (електронів) у діркового напівпровіднику

$$n_p = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C - E_{F_p})}{kT}}.$$

Зв'язок між концентраціями власних, основних і неосновних носіїв струму в напівпровіднику:

$$n_i^2 = p_i^2 = n_n \circ p_n = n_p p_n.$$

Зонна діаграма p - n -переходу, що

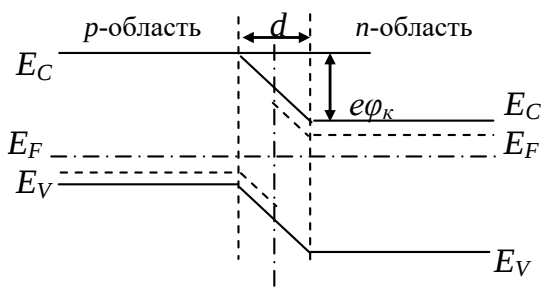


Рисунок 6.5 – p - n -перехід, що перебуває в термодинамічній рівновазі (незміщений p - n -перехід)

перебуває у стані термодинамічної рівноваги, наведена на рисунку 6.5.

Контактна різниця потенціалів ϕ_k у p - n -переході, що перебуває в термодинамічній рівновазі дорівнює

$$\phi_k = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left(\frac{p_p \cdot n_n}{n_i^2} \right).$$

Зонні діаграми симетричних прямо зміщеного і зворотно зміщеного p - n -переходів наведені на рисунках 6.6 і 6.7 відповідно.

Ширина збідненого шару в симетричному прямо зміщеному p - n -переході

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/e)(N_A + N_D)(\phi_k - U) / N_A N_D]^{1/2},$$

де U – величина прямої напруги.

Ширина збідненого шару в симетричному зворотно зміщеному p - n -переході

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/e)(N_A + N_D)(\phi_k + U) / N_A N_D]^{1/2},$$

де U – величина зворотної напруги.

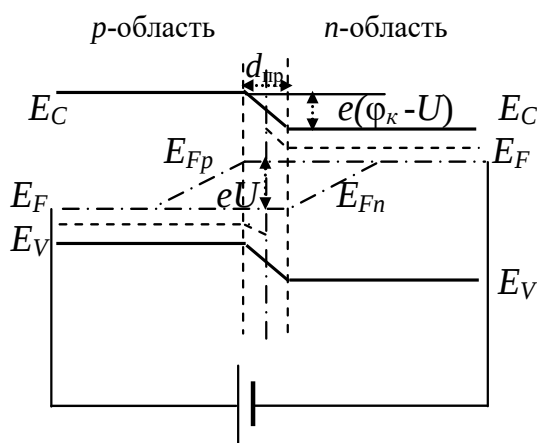


Рисунок 6.6 – Прямо зміщений p - n -перехід

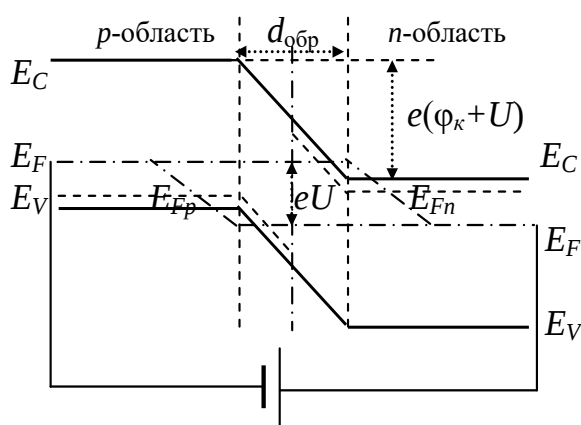


Рисунок 6.7 – Зворотно зміщений p - n -перехід

Якщо до p -області приєднати плюс, а до n -області – мінус від зовнішнього джерела ЕРС, то знак зовнішньої ЕРС буде вважатися позитивним і потенційний бар'єр зменшиться на величину прикладеної напруги. Така полярність зовнішньої напруги називається прямою. Якщо до p -області приєднати мінус, а до n -області – плюс від зовнішнього джерела ЕРС, то знак зовнішньої ЕРС буде вважатися негативним і потенційний бар'єр збільшиться на величину прикладеної напруги. Така полярність зовнішньої напруги називається зворотною.

Бар'єрна ємність симетричного p - n -переходу

при прямому зміщенні

$$C_3 = S \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \cdot \frac{e N_D N_A}{(N_A + N_D)(\phi_k - U)} \right]^{1/2};$$

при зворотньому зміщенні

$$C_3 = S \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \cdot \frac{e N_D N_A}{(N_A + N_D)(\phi_k + U)} \right]^{1/2}.$$

Густина струму p - n -переходу (вольтамперна характеристика, див. рис. 6.8)

$$j = j_s \cdot (e^{\frac{eU}{kT}} - 1),$$

де густина струму насичення

$$j_s = e \left(\frac{D_p p_n}{L_p} + \frac{D_n n_p}{L_n} \right),$$

D_p, D_n – коефіцієнти дифузії дірок і електронів відповідно; L_p, L_n – дифузійні довжини дірок і електронів відповідно;

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}; L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n},$$

де τ_p, τ_n – часи життя електронів і дірок відповідно.

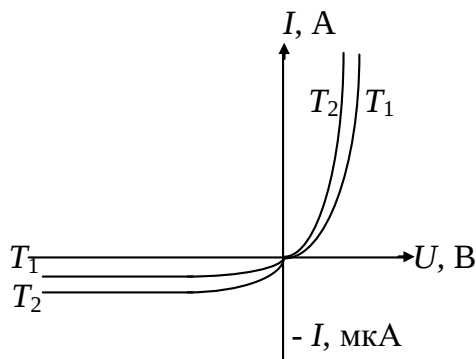


Рис. 6.8 – ВАХ p - n -переходу для різних температур: $T_1 < T_2$

Коефіцієнти дифузії

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p; D_n = \frac{kT}{e} \mu_n,$$

де μ_p і μ_n – рухливості дірок і електронів відповідно.

Напруга змищення підставляється зі своїм знаком згідно із зазначеним правилом. Пряма напруга на p - n -переході обмежена значенням контактної різниці потенціалів ϕ_k , а зворотня – пробоем p - n -перехода.

У нерівноважних стаціонарних умовах концентрації нерівновісних носіїв змінюються за законами:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) - \text{для електронів}; \Delta p = \Delta p_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) - \text{для дірок}.$$

У нестационарних умовах:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) - \text{для електронів}; \Delta p = \Delta p_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) - \text{для дірок}.$$

ДОДАТКИ

Додаток 1.

Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення	g	9,81 м/с
Гравітаційна постійна	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (м}^3/\text{кг} \cdot \text{з}^2\text{)}$
Постійна Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постійна Фарадея	F	$96,48 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Універсальна газова постійна	R	$8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постійна Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4\text{)}$
Постійна закону зміщення Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постійна Планка	$h,$ $\hbar = h / 2\pi$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} =$ $= 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ еВ} \cdot \text{с}$ $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постійна Рідберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою α -частинки	m_α	$6,6425 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Відношення маси протона до маси електрона	m_p/m_e	1836,15
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Відношення заряду електрона до його маси	e/m_e	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж (13,6 еВ)}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Електрична постійна	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна постійна	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12,566 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Одиниці й розмірності фізичних величин у СІ

Величина		Одиниця		Вираження через основні й додаткові одиниці
найменування	розмірність	найменування	позначенн я	
Основні одиниці				
Довжина	L	метр	м	
Маса	M	кілограм	кг	
Час	T	секунда	с	
Сила електричного струму	I	ампер	А	
Термодинамічна температура	Θ	кельвін	К	
Кількість речовини	N	моль	моль	
Сила світла	J	кандела	кд	
Додаткові одиниці				
Плоский кут	—	радіан	рад	
Тілесний кут	—	стерадіан	ср	
Похідні одиниці				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	c^{-1}
Сила, вага	LMT^{-2}	ньютон	Н	$m \cdot kg \cdot c^{-2}$
Тиск, механічна напруга	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot c^{-2}$
Енергія, робота, кількість теплоти	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2}$
Потужність, потік енергії	L^2MT^{-3}	ват	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3}$
Кількість електри- ки (електричний заряд)	TI	кулон	Кл	$c \cdot A$
Електрична напру- га, електричний потенціал, різниця електричних по- тенціалів, електро- рушійна сила	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-1}$
Електрична ємність	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарад	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^4 \cdot A^2$
Електричний опір	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$
Електрична провідність	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^3 \cdot A^2$
Магнітний потік	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-1}$
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-1}$

Індуктивність, взаємна індуктивність	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генрі	Гн	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Світловий потік	J	люмен	лм	кд·порівн
Освітленість	$L^{-2}J$	люкс	лк	$m^{-2} \cdot кд \cdot порівн$
Активність ізотопу (активність нуклі- да в радіоактивнім джерелі)	T^{-1}	беккерель	Бк	s^{-1}
Поглинена доза випромінювання	$L^{-2}T^{-2}$	грій	Гр	$m^2 \cdot з^{-2}$

Множники й приставки для дільних одиниць і утвору десяткових кратних

Множник	Приставка	Позначення приставки		Множник	Приставка	Позначення приставки	
		між- народне	російське			між- народне	російське (українське)
10^{-18}	ато	a	а	10^1	дека	da	да
10^{-15}	фемто	f	ф	10^2	гекто	h	г
10^{-12}	піко	p	п	10^3	кіло	k	к
10^{-9}	нано	n	н	10^6	Мега	M	М
10^{-6}	мікро	μ	мк	10^9	Гіга	G	Г
10^{-3}	мілі	m	м	10^{12}	Тера	T	Т
10^{-2}	санті	c	с	10^{15}	Пета	P	П
10^{-1}	деці	d	д	10^{18}	Екса	E	Э

Грецький алфавіт

Позначення букв	Назви букв	Позначення букв	Назви букв
A, α	альфа	N, ν	ню
B, β	бета	Ξ, ξ	ксі
Γ, γ	гама	Ο, ο	омікрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пі
E, ε	епсілон	Ρ, ρ	ро
Z, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
H, η	ета	Τ, τ	тау
Θ, θ, ϑ	тета	Υ, υ	іпсилон
I, ι	йота	Φ, φ	фі
K, κ	каппа	Χ, χ	хі
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	псі
M, μ	мю	Ω, ω	омега

Додаток 2

КОРОТКІ ВІДОМОСТІ З МАТЕМАТИКИ

Розкладання на множники:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b); & a^2 \pm 2ab + b^2 &= (a \pm b)^2; \\ a^3 \pm b^3 &= (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2); & a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 &= (a \pm b)^3; \\ ax^2 + bx + c &= a(x - x_1)(x - x_2), \end{aligned}$$

де x_1 і x_2 – корені рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.

Квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ – формула кореня квадратного рівняння.}$$

Теорема Вієта: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

Арифметична прогресія:

$$\begin{aligned} a_1, a_2, \dots, a_n, \dots &\text{ – члени арифметичної прогресії;} \\ d &\text{ – різниця арифметичної прогресії;} \\ a_{n+1} &= a_n + d \text{ – визначення арифметичної прогресії;} \\ a_n &= a_1 + d(n - 1) \text{ – формула } n\text{-го члена;} \\ a_n &= \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \text{ – характеристична властивість;} \\ S_n &= \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n \text{ – формула суми } n \text{ перших членів.} \end{aligned}$$

Теорема косинусів. У будь-якому трикутнику

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos\alpha.$$

Формули площі будь-якого трикутника:

$$\begin{aligned} S &= \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}, S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma, S = pr, S = \frac{abc}{4R}, \\ S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ – формула Герона.} \end{aligned}$$

Диференційне обчислення функцій однієї змінної

Похідні найпростіших елементарних функцій:

– правила диференціювання суми, різниці, добутку й частки відповідно:

$$1) (u \pm v)' = u' \pm v'; \quad 2) (uv)' = u'v + uv'; \quad 3) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, v \neq 0;$$

– похідна постійної функції

$$y = f(x) = C \Rightarrow y' = 0. (Cu)' = Cu'.$$

– похідна степеневі функції

$$(x^n)' = nx^{n-1}; (\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -\frac{1}{x^2}.$$

– похідна показової функції

$$(a^x)' = a^x \ln a; (e^x)' = e^x.$$

– похідна логарифмічної функції

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

– похідні тригонометричних функцій

$$(\sin x)' = \cos x; \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\cos x)' = -\sin x; \quad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x; \quad (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x; \quad (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

$y'(t_0) = f'(x_0) \cdot \varphi'(t_0)$ – правило диференціювання складної функції $y = f[\varphi(t)]$ у точці t_0 ; тут $x_0 = \varphi(t_0)$.

$\varphi'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ – правило диференціювання зворотної функції $x = \varphi(y)$ у точці $y_0 = f(x_0)$.

Табличні інтеграли:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1);$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C;$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1);$$

$$\int e^x dx = e^x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \quad (a \neq 0);$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \quad (a \neq 0);$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm k}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm k} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right| + C.$$

$\int f(x) dx \Big|_{x=\varphi(t)} = \int f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt$ – формула заміни змінної в невизначеному інтегралі.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

- 1 Горбачов В. Е. Фізика. Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук усіх спеціальностей. [Електронне видання] / Горбачов В.Е. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. Одеса, 2025. – 45 с.
- 2 Дідух Л. Д. Загальна фізика. Електрика та магнетизм. Тернопіль: Вид-во «Підручники і посібники», 2020. – 280 с. Режим доступу: <https://lnk.ua/8yrXTuASJ>.
- 4 Клімук С. М., Якуніна Л. М., Козленко С. І. та ін. Загальна фізика. Частина І. Механіка. Електромагнетизм. Київ: Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2018. – 300 с. Режим доступу: <https://lnk.ua/ZLNmux74Q>.
- 5 Кушнір Р. М. Загальна фізика. Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2012. 532 с. Режим доступу: https://physics.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/Kushnir_Zag-fizyka.pdf.
- 6 Палехін В. П. Курс фізики. –Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна. 2013, – 514с. Режим доступу: <https://ekhnuir.karazin.ua/bitstreams/f5aa9e11-85d2-42ff-a043-630b923149f0/download>
- 7 Носачов Ю. Ф., Савченко Д. В. Загальна фізика: (збірник задач для самостійної роботи) [Електронний ресурс] : навч. посіб. / Ю. Ф. Носачов, Д. В. Савченко; Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 120 с. Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/66850>.
- 8 Січкарь А. Д., Рокицький І. В., Касперський В. І. Загальна фізика. Практикум з розв'язування задач (Електрика і магнетизм). Київ: Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, 2020. – 224 с. Режим доступу: <https://lnk.ua/YMxRpbUDK>.
- 9 Ling S. J., Sanny J., Moebs W. University Physics Volume 1. Houston: OpenStax, 2016. – 1000 p. Режим доступу: <https://lnk.ua/YGULhEM8o>.

Допоміжна

- 1 Дзісь В.Г., Дячинська О.М. Фізика. Методичні вказівки для самостійної підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за галуззю знань: 12 Інформаційні технології, спеціальності: 122 Комп'ютерні науки. Вінниця: 2021. – 175с. Режим доступу: <https://lnk.ua/gPNYuhfmW>.
- 2 Горев В. М., Гаркуша І. П., Подляцька А. В. Загальна фізика: у 2-х ч. Ч. 1. Рівне: Національний університет водного господарства та природокористування, 2025. Режим доступу: <https://lnk.ua/O45X2QCdK>.

Навчальне видання

Горбачов Віктор Едуардович

Довідник з фізики

для здобувачів факультету кібербезпеки, програмної інженерії
та комп'ютерних наук усіх спеціальностей