

Випадкові процеси

Задача 1.

Реалізації і перерізи випадкових процесів.

Дано випадковий процес $X(t) = \cos \pi t + U \sin \pi t$,

де U - випадкова величина з рівномірним розподілом на відрізку $[-2; 2]$.
Записати три довільні реалізації цього процесу і знайти перерізи в моменти часу $t = \frac{1}{4}$ і $t = 1$.

Задача 2.

Реалізації і перерізи випадкових процесів.

Задано випадковий процес $X(t) = t \cdot U + 1$,
де $t \in [0; +\infty)$, U - випадкова величина, закон розподілу якої задано у вигляді таблиці:

U	-1	1
P	0,6	0,4

Знайти переріз випадкового процесу при $t = 2$.

Знайти траєкторії даного процесу.

Задача 3.

Розподіли випадкових процесів.

Випадковий процес задано формулою $X(t) = Ut + Vt^2$,
де U та V - незалежні нормально розподілені випадкові величини з числовими характеристиками $m_U = 3$, $\sigma_U = 2$,
 $m_V = 0$, $\sigma_V = 1$.

Знайти одновимірну щільність та одновимірну функцію розподілу процесу $X(t)$.

Обчислити ймовірність того, що при $t = 2$ процес $X(t)$ набуде значення

1) менше ніж 7;

2) більше ніж 4.

Задача 4.

Характеристики випадкових процесів.

Дано випадковий процес $X(t)$. Числові характеристики випадкових величин U та V відомі. Знайти математичне сподівання, дисперсію та кореляційну функцію випадкового процесу $X(t)$.

$$m_U = 2 \quad \sigma_U = 2 \quad K_{UV} = -1$$

$$m_V = -6 \quad \sigma_V = 3$$

$$X(t) = 3 + Ut + V \sin t$$

Задача 5.

Характеристики випадкових процесів.

Знайти нормовану кореляційну функцію випадкової функції $X(t)$, якщо відома її кореляційна функція

$$K_X(t_1, t_2) = 8 \cos(t_2 - t_1).$$

Задача 6.

Характеристики випадкових процесів.

Знайти взаємні кореляційні функції $K_{XY}(t_1, t_2)$ та $K_{YX}(t_1, t_2)$

випадкових процесів $X(t) = U \cos 2t + V \sin 2t$ та

$$Y(t) = U \cos t + V \sin t,$$

якщо $D_U = 3$, $D_V = 3$, $K_{UV} = 2$.

Задача 7.

Властивості характеристик випадкових процесів.

Дано математичне сподівання $m_X(t) = 6 \cos 2t + \sin 2t$

та кореляційну функцію $K_X(t_1, t_2) = 1 + t_1^2 t_2^2$ випадкового процесу $X(t)$.

Знайти математичне сподівання, дисперсію та кореляційну функцію випадкового процесу

$$Y(t) = \sin 2t \cdot X(t) + \cos^2 2t.$$