

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра інформаційних технологій

Стрелковська І.В., Григор'єва Т.І., Паскаленко В.М.

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів

Одеса 2025

Затверджено Вченою Радою Міжнародного гуманітарного університету
(протокол № 5 від 20 січня 2025 р.)

Стрелковська І.В., Григор'єва Т.І., Паскаленко В.М.

Вища математика: методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів [Електронне видання]. / Стрелковська І.В., Григор'єва Т.І., Паскаленко В.М. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. Одеса, 2025. – 109 с.

Методичні рекомендації з курсу «Вища математика» розроблено відповідно до навчального плану, вони складаються з навчальної програми курсу, методичних рекомендацій з проведення практичних занять і завдань для самостійної роботи здобувачів, списку рекомендованої літератури. Матеріали призначено для студентів факультету кібербезпеки, програмної інженерії та комп'ютерних наук Міжнародного гуманітарного університету, які в бакалавраті вивчають галузь знань «Інформаційні технології», спеціальність «Електроніка, автоматизація та електронні комунікації», спеціальність «Середня освіта (Інформатика та програмування)».

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	
Кількість кредитів – 12, загальна кількість годин – 360	Галузь – F «Інформаційні технології» Спеціальності: F2 - Інженерія програмного забезпечення F3 - Комп'ютерні науки F5 - Кібербезпека та захист інформації F7 - Комп'ютерна інженерія Галузь – G «Електроніка, автоматизація та електронні комунікації» Спеціальність: G5 - Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка Галузь – А «Освіта / Педагогіка» Спеціальність: А4 - Середня освіта (Інформатика та програмування)	обов'язкова	
		Рік підготовки:	
		1-й	
		Семестр	
		1-й	2-й
Мова навчання – українська	Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський) рівень	Вид контролю:	
		екзамен	екзамен

Математичні знання та навички потрібні майже в усіх професіях, насамперед, у тих, які пов'язані з природничими науками, технікою та економікою. Математика є мовою природознавства і техніки, і тому професія програміста, потребує серйозного оволодіння багатьма професійними знаннями, що базуються на математиці. Сьогодні безсумнівно є необхідність застосування математичних знань і математичного мислення фахівцю в галузі інформаційних технологій, тому в цей час важлива математична освіта для професійної діяльності. Для цього необхідні знання з вищої математики. Вирішення значної кількості практично важливих проблем у галузі ІТ базується на поглиблених та розширених математичних знаннях з вищої математики.

Метою вищої математики, як навчальної дисципліни, є якісне засвоєння визначених компетентностей в обсязі обумовленому фаховими потребами, а також формування загальних математичних навичок, необхідних для вирішення нестандартних задач.

Передумови для вивчення дисципліни. Даний курс є своєрідним вступом до вивчення фахових дисциплін, не вимагає додаткових поглиблених знань з математики (достатнім є знання зі шкільних курсів алгебри та геометрії).

ОЧІКУВАНІ КОМПЕТЕНТНОСТІ, ЯКІ ПЛАНУЄТЬСЯ СФОРМУВАТИ ТА ДОСЯГНЕННЯ ПРОГРАМНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Заплановані результати навчання за навчальною дисципліною

Знання:

- уявні та комплексні числа, дії над ними;
- визначення матриці, мінору, алгебраїчного доповнення, визначника;
- операції над векторами; добутки векторів;
- рівняння площини та прямої;
- криві та поверхні II порядку;
- правила диференціювання та похідні основних елементарних функцій; застосування похідної та диференціалу;
- основні визначення та теореми диференціального числення функції однієї та багатьох змінних;
- таблиця похідних та таблиця інтегралів елементарних функцій;
- методи інтегрування; визначення визначеного інтегралу, його властивості, фізичне та геометричне застосування; невластні інтеграли та їх властивості;
- числові та функціональні ряди, ряди Фур'є, інтеграл Фур'є;
- типи диференціальних рівнянь та методи їх розв'язування;
- функції комплексної змінної (ФКЗ), диференціальне та інтегральне числення ФКЗ; лишки ФКЗ та їх застосування.

Уміння:

- обчислювати визначники;
- розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- виконувати операції над векторами;
- використовувати рівняння площини та прямої, кривих та поверхонь другого порядку;
- виконувати дії над комплексними числами;
- обчислювати похідні функцій однієї та багатьох змінних;
- досліджувати функції однієї змінної;
- знаходження частинних похідних функцій двох змінних;
- вміти знаходити невизначені інтеграли;
- обчислювати визначені інтеграли та інтеграли по області;
- визначати тип диференціальних рівнянь та розв'язувати їх;
- розкласти функції у степеневий ряд та у ряд Фур'є;
- знаходити дійсну та уявну частину функції комплексної змінної;
- перевіряти умови Коші-Ріману;
- застосовувати інтегральну формулу Коші для обчислення криволінійного інтеграла аналітичної функції комплексної змінної;
- розкласти функції комплексної змінної в ряд Лорана;
- обчислювати інтеграли від функції комплексної змінної з використанням лишків;

– орієнтуватися в науково-технічній літературі і самостійно освоювати нові методи з вищої математики.

Навички:

– упорядковувати набуті знання у вигляді виконання індивідуальних завдань;
– використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії в професійній діяльності для розв’язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі інженерії програмного забезпечення;
– використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв’язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до задач програмування, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Комплексні числа. Уявні числа. Комплексні числа в алгебраїчній, тригонометричній та показниковій формі. Дії над комплексними числами.

Лінійна алгебра. Визначення матриці, визначника. Визначники та їх властивості. Способи обчислювання визначників. Матриці, види матриць. Обернена матриця та способи її знаходження. Виконання дій над матрицями, обчислення визначників другого, третього та вищих порядків. Методи розв’язання систем n -лінійних алгебраїчних рівнянь з m -невідомими. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь за правилом Крамера, матричним методом, методом Гауса.

Аналітична геометрія. Вектори, операції над векторами. Декартова прямокутна система координат. Поняття про полярну систему координат; рівняння прямої на площині, рівняння площини та прямої у просторі; канонічні рівняння кривих та поверхонь другого порядку.

Вступ до математичного аналізу. Послідовності, основні поняття. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності, їх властивості. Збіжні послідовності та їх властивості. Знаходження границь послідовностей. Функції, основні поняття. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Границя функції. Невизначеності та методи їх розкриття. Перша та друга чудові границі. Неперервність функцій. Основні теореми про неперервні функції. Точки розриву функцій та їх класифікація.

Диференціальне числення функції однієї змінної. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Диференційованість функції. Необхідна та достатня умова диференційованості функції. Похідні основних елементарних функцій. Похідні складеної та оберненої функції. Логарифмічне диференціювання. Похідна параметрично заданої функції. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші, Лопітала. Монотонність функцій. Екстремум функції. Опуклість та гнучкість функцій, точки перетину. Дослідження функцій на опуклість та угнутість, знаходження точок екстремуму. Дослідження функцій та побудовання графіка.

Функції декількох змінних. Функції декількох змінних. Границя та неперервність функцій декількох змінних. Диференціювання функції декількох змінних. Дослідження

функції за допомогою диференціального числення функції декількох змінних.

Невизначений інтеграл. Первісна та її основна властивість. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця основних інтегралів. Безпосереднє інтегрування. Метод заміни змінної інтегрування у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Інтегрування раціональних дробів, тригонометричних виразів та ірраціональних виразів.

Визначений інтеграл. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми. Найпростіші властивості визначеного інтеграла. Теореми про оцінку визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної інтегрування у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Невласні інтеграли першого та другого роду, їхні властивості. Головні значення невластивих інтегралів. Застосування визначеного інтеграла до обчислювання площі плоскої фігури, границя якої задана: у декартових координатах, у параметричній формі, у полярних координатах. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги, рівняння якої задане у декартових координатах; у параметричній формі; у полярних координатах. Застосування визначеного інтеграла до знаходження об'ємів тіл.

Інтеграл по області. Інтеграл по області та його властивості. Окремі випадки інтеграла по області. Подвійний інтеграл та його обчислення. Заміна змінних інтегрування у подвійному інтегралі. Потрійний інтеграл та його обчислення. Заміна змінних інтегрування у потрійному інтегралі.

Ряди. Числові ряди. Збіжність числового ряду. Властивості збіжних числових рядів. Необхідні ознаки збіжності числових рядів. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами. Знакозмінні та знакопозначені ряди, їх дослідження. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Ряди Тейлора та Маклорена. Ряди Фур'є у дійсній формі та їхні властивості, спектральні характеристики рядів Фур'є у дійсній формі.

Диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння: основні поняття. Диференціальні рівняння першого порядку з відокремленими та відокремлюваними змінними, однорідні диференціальні рівняння, лінійні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх розв'язання. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння другого порядку, які допускають зменшення порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь.

Теорія функцій комплексної змінної. Функція комплексної змінної; границя і неперервність функції комплексної змінної; умови Коші-Рімана; диференціальне та інтегральне числення функції комплексної змінної. Ряди в комплексній області; ряди Тейлора та Лорана. Лишки функції комплексної змінної та їх застосування. Ряди Фур'є у комплексній формі та їхні властивості, спектральні характеристики рядів Фур'є у комплексній формі. Інтеграл Фур'є у дійсній та комплексній формі, його спектральні характеристики. Пряме та обернене перетворення Фур'є.

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем
Тема 1. Комплексні числа Лекція 1. Комплексні числа в алгебраїчній, тригонометричній та показниковій формі. Дії над комплексними числами.
Тема 2. Лінійна алгебра Лекція 1. Визначники та їх властивості. Способи обчислювання визначників. Лекція 2. Матриці, види матриць. Обернена матриця та способи її знаходження. Лекція 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь та методи їх розв'язування.
Тема 3. Векторна алгебра Лекція 1. Вектори, основні поняття. Лінійна залежність векторів. Декартова прямокутна система координат. Лекція 2. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів та їх властивості.
Тема 4. Аналітична геометрія Лекція 1. Рівняння площини. Рівняння прямої на площині та у просторі. Лекція 2. Криві та поверхні другого порядку.
Тема 5. Вступ до математичного аналізу Лекція 1. Послідовності, основні поняття. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності, їх властивості. Лекція 2. Збіжні послідовності та їх властивості. Невизначеності та методи їх розкриття. Лекція 3. Функції, основні поняття. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Границя функції. Властивості границь. Лекція 4. Неперервність функцій. Точки розриву функції. Основні теореми про неперервні функції.
Тема 6. Диференціальне числення функцій однієї змінної Лекція 1. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Диференційованість функції. Необхідна та достатня умова диференційованості функції. Лекція 2. Похідні основних елементарних функцій. Лекція 3. Теорема про похідну складної функції, теорема про похідну оберненої функції. Лекція 4. Похідна параметрично заданої функції. Диференціал функції. Лекція 5. Похідні та диференціали вищих порядків. Лекція 6. Дослідження функцій за допомогою диференціального числення. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші, Лопіталя. Лекція 7. Монотонність функцій. Екстремум функції. Лекція 8. Опуклість та гнучкість функцій, точки перетину. Лекція 9. Дослідження функцій та побудування графіка.
Тема 7. Функції декількох змінних

Лекція 1. Функції декількох змінних. Границя функції декількох змінних. Неперервність функції декількох змінних. Диференціювання функції декількох змінних. Лекція 2. Дослідження функції декількох змінних за допомогою диференціального числення функції декількох змінних.
Тема 8. Невизначений інтеграл Лекція 1. Первісна та її основна властивість. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця основних інтегралів. Безпосереднє інтегрування. Метод заміни змінної інтегрування у невизначеному інтегралі. Лекція 2. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Лекція 3. Інтегрування раціональних дробів. Лекція 4. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування ірраціональних виразів.
Тема 9. Визначений інтеграл Лекція 1. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми. Найпростіші властивості визначеного інтеграла. Теореми про оцінку визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбніца. Лекція 2. Заміна змінної інтегрування у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Невласні інтеграли першого та другого роду, їхні властивості. Головні значення невластних інтегралів. Лекція 3. Застосування визначеного інтеграла до обчислювання площі плоскої фігури, границя якої задана: у декартових координатах; у параметричній формі; у полярних координатах. Лекція 4. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги, рівняння якої задане у декартових координатах; у параметричній формі; у полярних координатах. Застосування визначеного інтеграла до знаходження об'ємів тіл.
Тема 10. Інтеграл по області Лекція 1. Інтеграл по області та його властивості. Частинні випадки інтеграла по області. Подвійний інтеграл та його обчислення. Заміна змінних інтегрування у подвійному інтегралі. Лекція 2. Потрійний інтеграл та його обчислення. Заміна змінних інтегрування у потрійному інтегралі.
Тема 11. Ряди Лекція 1. Числові ряди. Збіжність числового ряду. Властивості збіжних числових рядів. Необхідні ознаки збіжності числових рядів. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами. Лекція 2. Знакозмінні та знакопозначені ряди, їх дослідження. Степеневі ряди. Нормальність. Ряди Тейлора та Маклорена. Лекція 3. Ряди Фур'є у дійсній формі та їхні властивості, спектральні характеристики рядів Фур'є у дійсній формі.
Тема 12. Диференціальні рівняння Лекція 1. Диференціальні рівняння першого порядку та методи їх розв'язування. Лекція 2. Диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння другого порядку, які допускають зменшення порядку. Лекція 3. Лінійні диференціальні рівняння, основні поняття. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та методи їх розв'язування. Лекція 4. Системи диференціальних рівнянь.

Тема 13. Теорія функцій комплексної змінної

Лекція 1. Функції комплексної змінної, основні поняття. Неперервність функції комплексної змінної. Диференціальне числення функції комплексної змінної.

Лекція 2. Інтегральне числення функції комплексної змінної. Інтеграл від функції комплексної змінної, його властивості. Безпосереднє інтегрування функції комплексної змінної. Основна теорема Коші. Інтегральна формула Коші. Інтеграл Коші та інтеграл типу Коші.

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

№ з/п	Назва теми
1	Тема 1. Комплексні числа ПЗ-1. Уявні числа, комплексні числа та дії над ними. ПЗ-2. Перша та друга формули Муавра. Формули Ейлера.
2	Тема 2. Лінійна алгебра ПЗ-1. Визначники, способи обчислювання визначників. ПЗ-2. Матриці, дії над матрицями. Способи знаходження оберненої матриці. ПЗ-3. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь за правилом Крамера, матричним методом, методом Гауса.
3	Тема 3. Векторна алгебра ПЗ-1. Вектори, операції над векторами. Декартова прямокутна система координат. ПЗ-2. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів та їх застосування.
4	Тема 4. Аналітична геометрія ПЗ-1. Рівняння площини. Рівняння прямої на площині. Рівняння прямої у просторі. ПЗ-2. Криві другого порядку. Поверхні другого порядку.
5	Тема 5. Вступ до математичного аналізу ПЗ-1. Послідовності, види послідовностей. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. ПЗ-2. Знаходження границь послідовностей. Друга чудова границя. ПЗ-3. Знаходження границь функцій. Перша та друга чудові границі. ПЗ-4. Дослідження функцій на неперервність.
6	Тема 6. Диференціальне числення функцій однієї змінної ПЗ-1. Похідна функції. Дотична та нормаль до графіка функції. Фізичний зміст похідної. ПЗ-2. Диференціювання функцій. ПЗ-3. Похідні складеної функції. Логарифмічне диференціювання. ПЗ-4. Диференціювання параметрично заданої функції. Знаходження диференціалів функції. ПЗ-5. Похідні по диференціалам вищих порядків. ПЗ-6. Знаходження границь функцій за теоремами Лопітала. ПЗ-7. Дослідження функцій на монотонність та екстремум. ПЗ-8. Дослідження функцій на опуклість та угнутість, знаходження точок перегину. ПЗ-9. Дослідження функцій та побудування графіків.
7	Тема 7. Функції декількох змінних ПЗ-1. Функції декількох змінних: знаходження границь; диференціювання функції декількох змінних.

	ПЗ-2. Дослідження функції декількох змінних за допомогою диференціального числення.
8	Тема 8. Невизначений інтеграл ПЗ-1. Безпосереднє інтегрування. Інтегрування методом заміни змінної інтегрування у невизначеному інтегралі. ПЗ-2. Інтегрування методом заміни змінної інтегрування у невизначеному інтегралі. ПЗ-3. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. ПЗ-4. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. ПЗ-5. Інтегрування раціональних дробів у невизначеному інтегралі. ПЗ-6. Інтегрування тригонометричних виразів. ПЗ-7. Інтегрування ірраціональних виразів.
9	Тема 9. Визначений інтеграл ПЗ-1. Обчислювання визначеного інтеграла за формулою Ньютона-Лейбніца. ПЗ-2. Обчислювання визначеного інтеграла методом заміни змінної інтегрування та методом інтегрування частинами. ПЗ-3. Невласні інтеграли першого та другого роду. ПЗ-4. Застосування інтегралів по області в геометрії та механіці. ПЗ-5. Застосування визначеного інтеграла до знаходження довжини дуги. ПЗ-6. Застосування визначеного інтеграла до знаходження об'ємів тіл. ПЗ-7. Застосування визначеного інтеграла для рішення задач в інформаційних технологіях.
10	Тема 10. Інтеграл по області ПЗ-1. Подвійний інтеграл та методи його обчислення. ПЗ-2. Подвійний інтеграл та метод заміни змінних інтегрування у подвійному інтегралі. ПЗ-3. Потрійний інтеграл та його обчислювання. Заміна змінних інтегрування у потрійному інтегралі. ПЗ-4. Застосування інтегралів по області.
11	Тема 11. Ряди ПЗ-1. Числові ряди з додатними членами. Знакозмінні та знакочередні ряди. ПЗ-2. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Ряди Тейлора та Маклорена. ПЗ-3. Розвинення функцій у ряд Тейлора та Маклорена. Застосування рядів щодо наближених обчислень. ПЗ-4. Ряд Фур'є у дійсній формі та його спектральні характеристики.
12	Тема 12. Диференціальні рівняння ПЗ-1. Диференціальні рівняння першого порядку. ПЗ-2. Диференціальні рівняння другого порядку, які допускають зниження порядку. ПЗ-3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами зі спеціальною правою частиною. ПЗ-4. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих. Системи диференціальних рівнянь.
13	Тема 13. Теорія функцій комплексної змінної ПЗ-1. Функції комплексної змінної. Диференціальне числення функції комплексної змінної. ПЗ-2. Диференційованість та аналітичність функції комплексної змінної.

	ПЗ-3. Інтегрування функції комплексної змінної. ПЗ-4. Степеневі ряди. Розвинення функції у ряд Тейлора та ряд Лорана. ПЗ-5. Лишки функції комплексної змінної. Застосування лишків щодо обчислювання визначених та невластних інтегралів. ПЗ-6. Ряд Фур'є у комплексній формі та його спектральні характеристики.
--	--

САМОСТІЙНА РОБОТА

До самостійної роботи студентів щодо вивчення дисципліни «Вища математика» включаються:

1. Опрацювання лекційного матеріалу.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Консультації з викладачем протягом семестру.
4. Самостійне опрацювання окремих питань навчальної дисципліни.
5. Виконання індивідуальних завдань.
6. Підготовка до підсумкового контролю.

Тематика та питання до самостійної підготовки та індивідуальних завдань

№ з/п	Назва теми
1	Тема 1. Комплексні числа 1. Застосування комплексних чисел щодо дослідження в інформаційних технологіях: дослідження інформаційних процесів, які можуть бути описані синусоїдальними функціями. <u>Індивідуальне завдання</u>
2	Тема 2. Лінійна алгебра 1. Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. <u>Індивідуальне завдання</u>
3	Тема 3. Векторна алгебра 1. Геометричні та фізичні застосування векторної алгебри. <u>Індивідуальне завдання</u>
4	Тема 4. Аналітична геометрія 1. Дослідження геометричних образів за допомогою їх алгебраїчних рівнянь. 2. Побудування області на площині, границя якої задана у декартовій, полярній та узагальненій полярній системах координат. Побудування області у просторі, границя якої задана у декартовій, циліндричній та сферичній системах координат. <u>Індивідуальне завдання</u>

5	Тема 5. Вступ до математичного аналізу 1. Знаходження границь послідовностей. Знаходження границь функцій. <u>Індивідуальне завдання</u>
6	Тема 6. Диференціальне числення функцій однієї змінної 1. Дослідження функцій та побудування графіків. <u>Індивідуальне завдання</u>
7	Тема 7. Функції декількох змінних 1. Знаходження функції за її повним диференціалом. 2. Дотична площина та нормаль до поверхні. <u>Індивідуальне завдання</u>
8	Тема 8. Невизначений інтеграл 1. Інтегрування частинами за узагальненою формулою. 2. Інтегрування раціональних дробів методом Остроградського. 3. Підстановки Ейлера. 4. Інтегрування ірраціональних виразів методом Остроградського. 5. Інтегрування диференціальних біномів. 6. Тригонометричні підстановки. 7. Застосування невизначеного інтеграла в інформаційних технологіях. <u>Індивідуальне завдання</u>
9	Тема 9. Визначений інтеграл 1. Обчислювання площі поверхні тіла обертання. 2. Застосування визначеного інтеграла в інформаційних технологіях. <u>Індивідуальне завдання</u>
10	Тема 10. Інтеграл по області 1. Деякі застосування подвійного інтеграла в інформаційних технологіях. 2. Невласні подвійні інтеграли. 3. Деякі застосування потрійного інтеграла в інформаційних технологіях. 4. Поверхневі інтеграли першого роду. 5. Деякі застосування поверхневих інтегралів першого роду. <u>Індивідуальне завдання</u>
11	Тема 11. Ряди 1. Функціональні ряди. 2. Застосування степеневих рядів до наближених обчислювань. 3. Інтеграл Фур'є у дійсній та комплексній формі. Пряме та обернене перетворення Фур'є. <u>Індивідуальне завдання</u>
12	Тема 12. Диференціальні рівняння 1. Диференціальні рівняння першого порядку у повних диференціалах. 2. Особливі точки та особливі розв'язки диференціального рівняння.

	<u>Індивідуальне завдання</u>
	Тема 13. Теорія функції комплексної змінної 1. Інтеграл Фур'є у дійсній та комплексній формі, його спектральні характеристики. Пряме та обернене перетворення Фур'є.

ВИДИ ТА МЕТОДИ КОНТРОЛЮ

Робоча програма навчальної дисципліни передбачає наступні види та методи контролю:

Види контролю	Складові оцінювання
поточний контроль , який здійснюється у ході: проведення практичних (лабораторних) занять, виконання самостійної роботи, індивідуальних завдань, дослідна робота здобувача тощо.	50%
підсумковий контроль	50%

Питання до підсумкового контролю

1. Уявні числа, піднесення уявних чисел до степеня.
2. Комплексні числа в алгебраїчній формі, дії над ними.
3. Комплексні числа в тригонометричній формі, дії над ними.
4. Комплексні числа в показниковій формі, дії над ними.
5. Властивості визначників.
6. Правило Крамера для розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
7. Розв'язування систм лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою матриць.
8. Метод Гауса. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
9. Скалярний добуток векторів та його властивості.
10. Векторний добуток векторів та його властивості.
11. Мішаний добуток векторів та його властивості.
12. Рівняння площини, яка проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору.
13. Рівняння площини, яка проходить через три задані точки.
14. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин.
15. Канонічні рівняння прямої на площині та у просторі.
16. Рівняння прямої, яка проходить через 3 задані точки.
17. Рівняння площини «у відрізках на осях».
18. Рівняння прямої на площині « у відрізках на осях».
19. Збіжні послідовності та їх властивості
20. Арифметичні теореми про границі функцій.
21. Перша «чудова» границя.
22. Друга «чудова» границя.
23. Похідна функції, її механічний та геометричний зміст.
24. Теорема про похідну складної функції.
25. Теорема про похідну оберненої функції
26. Перша та друга теорема Лопіталя.

27. Теорема Ролля.
28. Теорема Лагранжа.
29. Необхідна та достатня умова зростання функції.
30. Необхідна та достатня умова спадання функції.
31. Точки екстремума функції. Необхідна умова існування екстремума функції.
32. Достатня умова існування екстремума функції.
33. Необхідна та достатня умова опуклості графіка функції.
34. Необхідна та достатня умова угнутості графіка функції.
35. Точки перегину графіка функції. Необхідна умова існування точки перегину графіка функції.
36. Достатня умова існування точки перегину графіка функції.
37. Асимптоти графіка функції.
38. Частинні похідні функції двох змінних.
39. Похідна наявно заданої функції.
40. Екстремум функції двох змінних.
41. Первісна функція та її властивості.
42. Невизначений інтеграл та його властивості.
43. Метод заміни змінної у невизначеному інтегралі.
44. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
45. Інтегрування виразів, які утримують квадратний тричлен у знаменнику.
46. Інтегрування ірраціональних виразів.
47. Інтегрування тригонометричних виразів.
48. Тригонометричні підстановки.
49. Найпростіші властивості визначеного інтеграла.
50. Теорема про оцінку визначеного інтеграла.
51. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
52. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
53. Невласні інтеграли I роду та їхні властивості.
54. Невласні інтеграли II роду та їхні властивості.
55. Застосування визначеного інтеграла до знаходження площі плоскої фігури, границя якої задана у декартових координатах.
56. Застосування визначеного інтеграла до знаходження площі плоскої фігури, границя якої задана у параметричній формі
57. Криволінійний інтеграл по довжині дуги та його властивості.
58. Подвійний інтеграл та його властивості.
59. Потрійний інтеграл та його властивості.
60. Геометричні властивості подвійного та потрійного інтегралів.
61. Необхідні ознаки збіжності числових рядів.
62. Числові ряди, ознака порівняння для числових рядів з додатними членами.
63. Числові ряди з додатними членами, ознака збіжності Даламбера.
64. Числові ряди з додатними членами, радикальна ознака збіжності Коші.
65. Числові ряди з додатними членами, інтегральна ознака збіжності Коші-Маклорена.
66. Знакозмінні ряди, абсолютна та умовна збіжність рядів.
67. Знакопозаочеревні ряди, ознака збіжності Лейбніца.
68. Степеневі ряди, теорема Абеля.
69. Радіус збіжності степеневих рядів.
70. Властивості степеневих рядів.
71. Формула Тейлора.
72. Ряд Тейлора, умови розвинення функцій у ряд Тейлора.
73. Ряд Маклорена, розвинення у ряд Маклорена елементарних функцій.
74. Тригонометричний ряд та його коефіцієнти.
75. Теорема Діріхле про розвинення функцій у ряд Фур'є.

76. Розвинення у ряд Фур'є періодичної функції.
77. Розвинення у ряд Фур'є парної функції.
78. Розвинення у ряд Фур'є непарної функції.
79. Розвинення функцій у ряд Фур'є по косинусам.
80. Розвинення функцій у ряд Фур'є по синусам.
81. Ряд Фур'є у комплексній формі.
82. Спектральні характеристики ряду Фур'є у тригонометричній формі.
83. Спектральні характеристика ряду Фур'є у комплексній формі.
84. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.
85. Рівняння Бернуллі.
86. Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно незалежної змінної та невідомої функції.
87. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
88. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
89. Системи диференціальних рівнянь.
90. Аналітичні функції. Умови Коші-Рімана.
91. Інтеграл Коші. Диференціювання інтеграла типу Коші.
92. Розвинення функції комплексної змінної у ряд Лорана.
93. Типи особливих точок функції комплексної змінної. Лишок функції комплексної змінної.

Критерії підсумкової оцінки знань студентів

ОЦІНЮВАННЯ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ТА ФАХОВОЇ ПЕРДВИЩОЇ ОСВІТИ ЗА НАВЧАЛЬНУ ДИСЦИПЛІНУ У МІЖНАРОДНОМУ ГУМАНІТАРНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

(поточний контроль, підсумковий контроль, загальний результат оцінювання)

ЕКЗАМЕН

<i>Поточний контроль</i>			
Види роботи	Планові терміни виконання	Форми контролю та звітності	Максимальний відсоток оцінювання
Систематичність і активність роботи на практичних (лабораторних) заняттях			
1.1. Підготовка до практичних (лабораторних) занять	Відповідно до робочої програми та розкладу занять	Перевірка обсягу та якості засвоєного матеріалу під час практичних (лабораторних) занять	30
Виконання завдань для самостійного опрацювання			
1.2. Індивідуальне тестування, завдання, підготовка реферату (есе) за заданою тематикою	Відповідно до робочої програми тарозкладу занять	Розгляд відповідного матеріалу під час аудиторних занять або	10

		ІКР ¹ , перевірка конспектів навчальних текстів тощо	
Виконання індивідуальних завдань, дослідна робота здобувача			
1.3. Інші види індивідуальних завдань, в т.ч. підготовка наукових публікацій, участь у роботі круглих столів, конференцій тощо.	Відповідно до робочої програми тарозкладу занять	Обговорення результатів проведеної роботи під час аудиторних занять, наукових конференцій та круглих столів.	10
Разом балів за поточний контроль			50
Підсумковий контроль екзамен			50
<i>Загальний результат оцінювання</i>			100

Поточний контроль знань здобувачів освіти при формі контролю **екзамен** (максимум 50 балів) оцінюється за шкалою («2», «3», «4», «5»), з обов'язковим переведенням балів за кожний вид роботи таким чином:

- за підготовку до аудиторних занять (максимум 30 балів) здобувачу освіти необхідно мати не менше 1/2 оцінок від загальної кількості практичних (лабораторних) занять, для переведу балів за підготовку до аудиторних занять середньоарифметична оцінка множиться на коефіцієнт 6;
- за виконання завдань для самостійного опрацювання (тестування, завдання, підготовка реферату (есе) за заданою тематикою) (максимум 10 балів) здобувачу освіти необхідно мати не менше 1/2 оцінок від загальної кількості програмного матеріалу, що виноситься на самостійне вивчення, для переведу зазначених балів середньоарифметична оцінка множиться на коефіцієнт 2;
- за інші види індивідуальних завдань, в т.ч. підготовку наукових публікацій, участь у роботі круглих столів, конференцій тощо (максимум 10- балів) здобувачу освіти необхідно мати не менше 1/2 оцінок від загальної кількості інших видів індивідуальних завдань, для переведу балів за підготовку до аудиторних занять середньоарифметична оцінка множиться на коефіцієнт 2.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗА ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ

- «2»- виставляється за неправильну відповідь (письмову роботу), яка не відповідає змісту теми та свідчить про нерозуміння її основних положень;
- «3» -виставляється за відповідь (письмову роботу), яка відповідає змісту теми, але є неповною і неточною у визначенні понять, свідчить про неповне розуміння основних положень навчального матеріалу, свідчить про те, що знання здобувача мають фрагментарний, поверховий характер;

¹ Індивідуально-консультативна робота викладача зі здобувачами

- «4» - оцінюється правильна і обґрунтована відповідь (письмова робота), з якої видно, що здобувач знає й розуміє теоретичний матеріал в обсязі навчальної теми, володіє необхідними навичками, не допускає суттєвих помилок.
- «5» - оцінюється повна, правильна, ґрунтовна відповідь (письмова робота) на запитання теми, що передбачає логічність і послідовність викладу матеріалу, володіння термінологією, показує вміння повно й глибоко використовувати теоретичні знання в практичній площині.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ЗА ЕКЗАМЕН

(максимум 50 балів) Рівень знань оцінюється:

Рівень знань оцінюється:

- від 40 до 50 балів - здобувач виявляє особливі творчі здібності, вміє самостійно знаходити та опрацьовувати необхідну інформацію, демонструє знання матеріалу, проводить узагальнення і висновки;
- 30 до 40 балів - здобувач володіє знаннями матеріалу, але допускає незначні помилки у формуванні термінів, категорій, проте за допомогою викладача швидко орієнтується і знаходить правильні відповіді;
- 20 - 30 балів - здобувач відтворює значну частину теоретичного матеріалу, виявляє знання і розуміння основних положень, з допомогою викладача може аналізувати навчальний матеріал, але дає недостатньо обґрунтовані, невичерпні відповіді, допускає помилки.
- 10 - 20 балів - володіє навчальним матеріалом на середньому рівні, допускає помилки, серед яких є значна кількість суттєвих;
- 0 - 10 балів - володіє навчальним матеріалом на рівні, вищому за початковий, значну частину його відтворює на репродуктивному рівні, на всі запитання дає необґрунтовані, невичерпні відповіді, допускає помилки.

КРИТЕРІЇ ЗАГАЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ

(для екзамену / заліку)

Рівень знань оцінюється:

- «відмінно» / «зараховано» А - від 90 до 100 балів. Здобувач виявляє особливі творчі здібності, вміє самостійно знаходити та опрацьовувати необхідну інформацію, демонструє знання матеріалу, проводить узагальнення і висновки. Був присутній на лекціях та семінарських заняттях, під час яких давав вичерпні, обґрунтовані, теоретично і практично правильні відповіді, має конспект з виконаними завданнями до самостійної роботи, презентував реферат (есе) за заданою тематикою, проявляє активність і творчість у науково-дослідній роботі;
- «добре» / «зараховано» В - від 82 до 89 балів. Здобувач володіє знаннями матеріалу, але допускає незначні помилки у формуванні термінів, категорій, проте за допомогою викладача швидко орієнтується і знаходить правильні відповіді. Був присутній на лекціях та семінарських заняттях, має конспект з виконаними завданнями до самостійної роботи, презентував реферат (есе) за заданою тематикою, проявляє активність і творчість у науково-дослідній роботі;
- «добре» / «зараховано» С - від 74 до 81 балів. Здобувач відтворює значну частину теоретичного матеріалу, виявляє знання і розуміння основних положень, з допомогою викладача може аналізувати навчальний матеріал, але дає недостатньо обґрунтовані, невичерпні відповіді, допускає помилки. При цьому враховується наявність конспекту з виконаними завданнями до самостійної роботи, реферату та активність у науково-дослідній

роботі;

- «задовільно» / «зараховано» D - від 64 до 73 балів. Здобувач був присутній не на всіх лекціях та семінарських заняттях, володіє навчальним матеріалом на середньому рівні, допускає помилки, серед яких є значна кількість суттєвих. При цьому враховується наявність конспекту з виконаними завданнями до самостійної роботи, рефератів (есе);
- «задовільно» / «зараховано» E - від 60 до 63 балів. Здобувач був присутній не на всіх лекціях та семінарських заняттях, володіє навчальним матеріалом на рівні, вищому за початковий, значну частину його відтворює на репродуктивному рівні, на всі запитання дає необґрунтовані, невичерпні відповіді, допускає помилки, має неповний конспект з завданнями до самостійної роботи.
- «незадовільно з можливістю повторного складання» / «не зараховано» Fx – від 35 до 59 балів. Здобувач володіє матеріалом на рівні окремих фрагментів, що становлять незначну частину навчального матеріалу.
- «незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни» / «не зараховано» F – від 0 до 34 балів. Здобувач не володіє навчальним матеріалом.

Таблиця відповідності результатів контролю знань за різними шкалами

100-бальною шкалою	Шкала за ECTS	За національною шкалою	
		екзамен	залік
90-100 (10-12)	A	Відмінно	зараховано
82-89 (8-9)	B	Добре	
74-81(6-7)	C		
64-73 (5)	D	Задовільно	
60-63 (4)	E		
35-59 (3)	Fx	незадовільно	не зараховано
1-34 (2)	F		

ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

1. Задані комплексні числа $Z_1 = X_1 + iY_1$ та $Z_2 = X_2 + iY_2$.

а) Обчислити $Z = 3 \cdot Z_1^2 + 2 \cdot Z_1 \cdot Z_2 - Z_1/Z_2$. Дії виконати в алгебраїчній формі.

б) Знайти корені V_1 та V_2 квадратного рівняння $V^2 = Z_2$. Результати подати в алгебраїчній та тригонометричній формах.

№	X_1	Y_1	X_2	Y_2	№	X_1	Y_1	X_2	Y_2
01	1	-2	-3	-4	16	-3	2	8	6
02	-1	2	15	-8	17	-3	-2	7	24
03	2	-1	-3	4	18	2	3	-7	24
04	2	1	15	8	19	2	-3	7	-24
05	-2	1	3	4	20	-2	3	-7	-24
06	-1	-2	3	-4	21	-2	-3	12	16
07	-1	2	-15	-8	22	2	4	12	-16
08	-2	-1	-15	8	23	2	-4	-12	16
09	1	2	5	12	24	-2	4	-12	-16
10	2	3	-5	12	25	-2	-4	21	20
11	2	-3	5	-12	26	2	5	-21	20
12	-2	3	-5	-12	27	2	-5	21	-20
13	-2	-3	-8	-6	28	-2	5	24	10
14	3	2	-8	6	29	4	-3	24	-10
15	3	-2	8	-6	30	-4	3	-24	10

2. Розв'язати квадратне рівняння $z^2 - (a + ib)z + (c + id) = 0$.

№	a	b	c	d	№	a	b	c	d
01	5	5	-2	11	16	2	-4	-11	2
02	5	1	10	-5	17	-3	5	-10	-5
03	3	5	-10	5	18	3	1	2	-11
04	3	1	2	-11	19	-5	5	-2	-11
05	6	4	5	10	20	-5	1	10	5
06	6	2	11	2	21	-2	4	-11	2
07	2	2	-5	-10	22	-2	2	-5	10
08	2	4	-11	-2	23	-6	4	5	-10
09	5	-1	10	5	24	-6	2	11	2
10	5	-5	-2	-11	25	-3	-1	2	-11
11	3	1	2	11	26	-3	-5	-10	5
12	3	-5	-11	-5	27	-5	-1	10	-5
13	6	-2	11	-2	28	-5	-5	-2	11
14	6	-4	5	-10	29	-2	-2	-5	-10
15	2	-2	-5	10	30	-2	-4	-11	-2

3. Розв'язати бікватратне рівняння $z^4 + p \cdot z^2 + q = 0$. Корені цього рівняння зобразити на комплексній площині.

№	p	q
01	6	25
02	-6	25
03	16	100
04	-16	100
05	10	169
06	-10	169
07	14	625
08	-14	625
09	30	289
10	-30	289

№	p	q
11	24	400
12	-24	400
13	48	676
14	-48	676
15	70	1369
16	-70	1369
17	42	841
18	-42	841
19	64	1600
20	-64	1600

№	p	q
21	32	1156
22	-32	1156
23	54	2025
24	-54	2025
25	18	1762
26	-18	1762
27	40	3104
28	-40	3104
29	22	3721
30	-22	3721

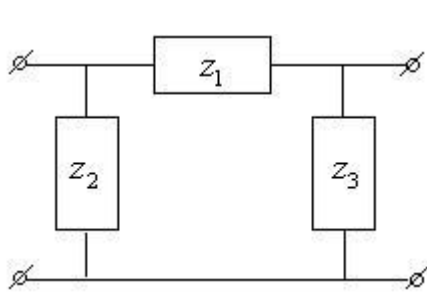
4. Знайти всі значення коренів n -го степеня з комплексного числа $z = a + ib$ та зобразити їх на комплексній площині.

№	n	a	b
01	6	-64	0
02	3	0	27
03	3	27	0
04	3	-2	2
05	4	16	0
06	3	-27	0
07	6	64	0
08	3	-1	1
09	3	0	-27
10	3	0	8

№	n	a	b
11	3	-16	16
12	3	0	-8
13	4	-1	0
14	6	1	0
15	6	-1	0
16	3	8	0
17	3	-64	0
18	3	0	1
19	3	0	-1
20	4	16	0

№	n	a	b
21	4	16	0
22	3	1	0
23	3	-1	0
24	4	16	0
25	3	-8	0
26	4	-81	0
27	4	81	0
28	3	64	0
29	3	0	125
30	4	256	0

5. Характеристичний опір чотирьохполюсника (рис. 1) обчислюють за формулою



$Z_C = \sqrt{Z_{K3} \cdot Z_{XX}}$, де Z_{K3} – опір короткого замикання, Z_{XX} – опір холостого ходу, які для схеми рис. 1 дорівнюють:

Рис. 1

$$Z_{XX} = Z_2 \cdot (Z_1 + Z_2) / (Z_1 + Z_2 + Z_3).$$

Знайти $\operatorname{Re} Z_c > 0$ і $\operatorname{Im} Z_c$, якщо $Z_1 = R_1 + jX_1$, $Z_2 = R_2 + jX_2$,

$Z_3 = R_3 + jX_3$, де $R_1 = (12 + N) \cdot 10^3$; $R_2 = (2N + 1) \cdot 10^3$; $R_3 = N^2 \cdot 10^3$;

$$X_1 = 3 \cdot N \cdot 10^2; \quad X_2 = (N + 5) \cdot 10^2; \quad X_3 = (N + 3) \cdot 10^2.$$

ВИЗНАЧНИКИ ТА РОЗВ'ЯЗОК СЛАР

1. Обчислити визначник третього порядку: $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$

№	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
01	1	4	7	2	5	8	3	6	10
02	1	1	1	3	-1	2	1	-3	0
03	2	1	3	5	3	2	1	4	3
04	1	2	-1	2	3	5	3	5	4
05	2	-3	1	1	1	1	3	1	-2
06	1	-1	1	2	-2	2	3	5	8
07	2	0	1	1	-4	-1	-1	8	3
08	3	2	1	2	5	3	3	4	2
09	1	1	-1	2	8	5	3	9	4
10	4	2	4	10	2	12	1	2	2
11	4	-3	5	3	-2	8	1	-7	-5
12	3	4	2	7	5	1	3	2	4
13	3	2	-4	4	1	-2	5	2	-3
14	3	4	-5	8	7	-2	2	-1	8
15	4	2	-1	5	3	-2	3	2	-1
16	1	1	1	1	2	3	1	3	6
17	0	1	1	1	0	1	1	1	0

18	5	6	3	0	1	0	7	4	5
19	2	0	3	7	1	6	6	0	5
20	1	5	25	1	7	49	1	8	64
21	1	1	1	4	5	9	16	25	81
22	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	2	-3	1	3	-5	5	5	-8	6
24	2	-1	3	1	3	-2	3	2	1
25	5	-1	3	-1	3	-2	4	2	1
26	1	-3	2	-1	3	-2	4	2	1
27	1	-3	-1	3	5	4	4	2	3
28	3	1	-1	1	-1	2	4	1	1
29	3	2	-1	1	-3	2	6	5	3
30	3	-1	1	7	2	0	1	-3	1

2. Задана система лінійних алгебраїчних рівнянь.

Розв'язати її за правилом Крамера і методом Гауса:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3. \end{cases}$$

№	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_1	b_2	b_3
01	3	2	1	2	3	1	2	1	3	5	1	11
02	1	-2	3	2	3	-4	3	-2	-5	6	20	6
03	4	-3	2	2	5	-3	5	6	-2	9	4	18

04	1	1	2	2	-1	2	4	1	4	-1	-4	-2
05	2	-1	-1	3	4	-2	3	-2	4	4	11	11
06	3	2	2	2	-1	-3	1	5	1	8	-4	0
07	1	-1	-1	8	3	-6	4	1	-3	1	2	3
08	1	-2	-2	3	1	1	3	-5	-6	-3	-2	-9
09	7	0	0	4	0	11	2	3	4	31	-43	-8
10	1	4	4	5	1	2	3	-1	1	31	20	9
11	5	8	-1	2	-3	2	1	2	3	7	9	1
12	3	1	1	1	-4	-2	-3	5	6	21	-16	41
13	2	-1	5	5	2	13	3	-1	5	4	2	0
14	1	1	-1	4	-3	1	2	1	-1	-2	1	1
15	1	2	1	3	-5	3	2	7	-1	4	1	8
16	4	-3	2	2	5	-3	5	6	-2	8	11	13
17	3	2	1	1	1	-1	4	-1	5	5	0	3
18	2	1	-1	1	-2	2	7	1	1	5	-5	10
19	1	2	1	3	2	1	4	3	-2	8	10	4
20	5	-1	-1	1	2	3	4	3	2	0	14	16
21	2	1	1	1	3	1	1	1	5	2	5	-7
22	1	3	1	1	1	5	2	3	-3	5	-7	14
23	2	-1	3	3	1	-5	4	-1	1	3	0	3
24	3	1	-5	4	-1	1	1	3	-13	0	3	-6
25	2	-1	3	4	-1	1	1	3	-13	3	3	-6

26	3	-3	2	4	-5	2	5	-6	4	2	1	3
27	3	2	-4	2	4	-5	4	-3	2	8	11	1
28	2	1	1	5	1	3	2	1	2	2	14	5
29	2	-1	4	3	-1	1	-2	1	1	15	8	0
30	1	1	1	1	-1	2	4	1	4	1	-5	-2

3. Знайти ненульовий розв'язок системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 0, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

№	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
01	3	-2	1	5	4	2	8	2	3
02	1	2	3	-2	4	2	3	5	8
03	-1	3	-2	-4	1	2	-5	4	0
04	3	1	4	-2	2	0	-1	-4	-5
05	4	1	-5	-2	3	4	2	4	-1
06	-5	4	-1	1	3	4	4	-2	2
07	1	2	4	1	-1	1	2	1	5
08	4	1	5	2	-1	1	1	1	2
09	2	1	1	-1	5	4	1	6	5
10	1	4	5	1	5	6	2	-1	1
11	1	8	4	1	-3	1	2	5	5
12	4	1	5	8	-3	5	1	1	2
13	4	2	5	-3	5	-6	1	7	-1

14	5	-6	-1	2	5	7	4	-3	3
15	-1	-6	7	-2	2	5	-3	-4	12
16	7	5	12	-6	2	-4	1	2	3
17	3	2	9	3	-1	1	4	1	5
18	4	1	5	2	-1	1	1	3	4
19	1	-2	-4	3	1	1	4	-1	-3
20	4	-1	3	2	-1	1	1	3	4
21	9	1	8	3	-4	5	6	5	3
22	1	-4	5	8	5	3	9	3	6
23	-1	4	7	8	1	-1	7	5	0
24	7	-1	6	-1	8	7	4	1	5
25	3	4	-6	1	2	3	4	6	-3
26	4	2	6	-6	3	-3	3	1	4
27	2	3	4	1	-1	2	3	2	6
28	4	2	6	3	-1	2	2	1	3
29	-1	-4	3	3	1	-4	2	-3	-1
30	6	7	1	4	3	5	2	4	-4

4. Задані вектори $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$; $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$; $\vec{c}(c_1; c_2; c_3)$; $\vec{d}(d_1; d_2; d_3)$ в

деякому базисі. Показати, що вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють базис і знайти координати

вектора $\vec{d}$ в цьому базисі.

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	d_1	d_2	d_3
01	1	2	3	-1	3	2	7	-3	5	6	10	17
02	4	7	8	9	1	3	2	-4	1	1	-13	-13
03	8	2	3	4	6	10	3	-2	1	7	4	11
04	10	3	1	1	4	2	3	9	2	19	30	7
05	2	4	1	1	3	6	5	3	1	24	20	6
06	1	7	3	3	4	2	4	8	5	7	32	14
07	1	-2	3	4	7	2	6	4	2	14	18	6
08	1	4	3	6	8	5	3	1	4	21	18	33
09	2	7	3	3	1	8	2	-7	4	16	14	27
10	7	2	1	4	3	5	3	4	-2	2	-5	-13
11	4	5	2	3	0	1	-1	4	2	5	7	8
12	3	-5	2	4	5	1	-3	0	-4	-4	5	-16
13	-2	3	5	1	-3	4	7	8	-1	1	20	1
14	1	3	5	0	2	0	5	7	9	0	4	16
15	2	4	-6	1	3	5	0	-3	7	3	2	52
16	4	3	-1	5	0	4	2	1	2	0	12	-6
17	3	4	-3	-5	5	0	2	1	-4	8	-16	17
18	-2	1	7	3	-3	8	5	4	-1	18	25	1

19	1	0	5	3	2	7	5	0	9	-4	2	-12
20	2	1	0	4	3	-3	-6	5	7	34	5	-26
21	0	1	2	1	0	1	-1	2	4	-2	4	7
22	1	3	0	2	-1	1	0	-1	2	6	12	-1
23	2	1	-1	0	3	2	1	-1	1	1	-4	4
24	4	1	1	2	0	-3	-1	2	1	-9	5	5
25	-2	0	1	1	3	-1	0	4	1	-5	-5	5
26	5	1	0	2	-1	3	1	0	-1	13	2	7
27	0	1	1	-2	0	1	3	1	0	-19	-1	7
28	1	0	2	0	1	1	2	-1	4	3	-3	4
29	3	1	0	-1	2	1	-1	0	2	3	3	-1
30	-1	2	1	2	0	3	1	1	-1	-1	7	-4

5. Задані Координати вершин піраміди $ABCD$: $A(x_1; y_1; z_1)$; $B(x_2; y_2; z_2)$;

$C(x_3; y_3; z_3)$; $D(x_4; y_4; z_4)$.

Засобами векторної алгебри знайти: а) довжину ребра AB ; б) кут між ребрами AB і AD ; в) кут між ребром AD і гранню ABC ; г) площу грані ABC ; д) об'єм піраміди $ABCD$.

№	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3	x_4	y_4	z_4
01	4	0	0	-2	1	2	1	3	2	3	2	7
02	-2	1	2	4	0	0	3	2	7	1	3	2
03	1	3	2	3	2	7	4	0	0	-2	1	2
04	3	1	4	-1	6	1	-1	1	6	0	4	-1
05	3	3	9	6	9	1	1	7	3	8	5	8
06	3	5	4	5	8	3	1	9	9	6	4	8
07	2	4	3	7	6	3	4	9	3	3	6	7

08	9	5	5	-3	7	1	5	7	8	6	9	2
09	0	7	1	4	1	5	4	6	3	3	9	8
10	5	5	4	3	8	4	3	5	10	5	8	2
11	6	1	1	4	6	6	4	2	0	1	2	6
12	7	5	3	9	4	4	4	5	7	7	9	6
13	6	6	2	5	4	7	2	4	7	7	3	0
14	1	-3	1	-3	2	-3	-3	-3	3	-2	0	-4
15	1	-1	6	4	5	-2	-1	3	0	6	1	5
16	1	1	1	3	4	0	-1	5	6	4	0	5
17	7	1	2	-5	3	-2	3	3	5	4	5	-1
18	-2	3	-2	2	-3	2	2	2	0	1	5	5
19	3	1	1	1	4	1	1	1	7	3	4	-1
20	4	-3	-2	2	2	3	2	-2	-3	-1	-2	3
21	5	1	0	7	0	1	2	1	4	5	5	3
22	4	2	5	0	7	2	0	2	7	1	5	0
23	4	4	10	4	10	2	2	8	4	9	6	4
24	4	6	5	6	9	4	2	10	10	7	5	9
25	3	5	4	8	7	4	5	10	4	4	7	8
26	10	6	6	-2	8	2	6	8	9	7	10	3
27	1	8	2	5	2	6	5	7	4	4	10	9
28	6	6	5	4	9	5	4	6	11	6	9	3
29	7	2	2	5	7	7	5	3	1	2	3	7
30	8	6	4	10	5	5	5	6	8	8	10	7

6. Відомі координати точок $A(x_1; y_1; z_1); B(x_2; y_2; z_2); C(x_3; y_3; z_3);$

$D(x_4; y_4; z_4)$. а) З'ясувати, чи належать точки A, B, C, D до однієї площини;

б) знайти проекцію вектора $\overline{AB}$ на вектор $\overline{CD}$; в) обчислити напрямні конуси

вектора $\overline{BC}$.

№	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3	x_4	y_4	z_4
01	1	3	6	2	2	1	-1	0	1	-4	6	-3
02	-4	2	6	2	-3	0	-10	5	8	-5	2	-4
03	7	2	4	7	-1	-2	3	3	1	-4	2	1
04	2	1	4	-1	5	-2	-7	-3	2	-6	-3	6
05	-1	-5	2	-6	0	-3	3	6	-3	-10	6	7
06	0	-1	-1	-2	3	5	1	-5	-9	-1	-6	3
07	5	2	0	2	5	0	1	2	4	-1	1	1
08	2	-1	-2	1	2	1	5	0	-6	-10	9	-7
09	-2	0	-4	-1	7	1	4	-8	-4	1	-4	6
10	14	4	5	-5	-3	2	-2	-6	-3	-2	2	-1
11	1	2	0	3	0	-3	5	2	6	8	4	-9
12	2	-1	2	1	2	-1	3	2	1	-4	2	5
13	1	1	2	-1	1	3	2	-2	4	-1	0	-2
14	2	3	1	4	1	-2	6	3	7	7	5	-3
15	1	1	-1	2	3	1	3	2	1	5	9	-8
16	1	1	1	3	4	0	-1	5	6	4	0	5

17	7	1	2	-5	3	-2	3	3	5	4	5	-1
18	-2	3	-2	2	-3	2	2	2	0	1	5	5
19	4	-1	3	-2	1	0	0	-5	1	3	2	-6
20	1	-1	1	-2	0	3	2	1	-1	2	-2	-4
21	1	2	0	1	-1	2	0	1	-1	-3	0	1
22	1	0	2	1	2	-1	2	-2	1	2	1	0
23	1	2	-3	1	0	1	-2	-1	6	0	-5	-4
24	3	10	-1	-2	3	-5	-6	0	-3	1	-1	2
25	-1	2	4	-1	-2	-4	3	0	-1	7	-3	1
26	0	-3	1	-4	1	2	2	-1	5	3	1	-4
27	1	3	0	4	-1	2	3	0	1	-4	3	5
28	-2	-1	-1	0	3	2	3	1	-4	-4	7	3
29	-3	-5	6	2	1	-1	0	-3	-1	-5	2	-8
30	2	-4	-3	5	-6	0	-1	3	-3	-10	-8	7

7. Обчислити, яку роботу виконує сила $\vec{F}(f_1; f_2; f_3)$, коли її точка прикладання,

рухаючись прямолінійно, переміщується з точки $A(x_1; y_1; z_1)$ в точку

$B(x_2; y_2; z_2)$.

№	f_1	f_2	f_3	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2
01	1	-2	3	0	-1	2	3	-4	5
02	6	-3	0	-12	-3	-3	-9	-3	-6
03	2	-1	3	5	5	-2	4	1	1
04	-1	-3	2	3	4	-6	1	1	-1
05	-2	0	4	-1	-2	4	3	-2	1
06	5	3	-1	5	2	0	6	4	-1
07	-3	7	5	0	-1	-2	2	3	0
08	2	-4	6	0	-2	4	6	-8	10
09	5	1	-2	3	1	2	4	1	1
10	3	-1	3	1	5	-2	4	1	1
11	-1	1	2	6	-1	-4	4	2	1
12	-1	1	-2	-4	-2	5	-8	-2	2
13	6	2	-3	6	3	-2	7	3	-3
14	5	-3	-1	-3	-6	1	-5	-10	-1
15	-8	2	-1	4	-6	0	-2	-5	-1
16	3	-6	1	0	-3	6	9	-12	15
17	-4	0	2	8	2	2	6	2	4

18	-1	3	3	5	1	-2	4	1	1
19	0	-4	-3	0	1	3	-2	4	-2
20	1	0	-1	-2	-1	4	8	-1	-1
21	0	-2	-7	7	1	3	8	-1	2
22	-2	-3	-2	-1	-3	-1	-3	-7	-3
23	2	2	7	0	0	6	-2	5	7
24	-1	2	-3	0	1	-2	-3	4	-5
25	1	2	-6	9	3	6	12	3	3
26	-3	3	-1	5	1	-2	4	1	-3
27	-2	3	1	2	3	-2	0	0	3
28	4	1	1	-2	4	-5	8	4	0
29	4	-1	-6	0	2	-4	-6	8	-10
30	4	-2	4	-1	6	7	1	10	9

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

1. Задані координати точок $A(x_1; y_1; z_1)$; $B(x_2; y_2; z_2)$; $C(x_3; y_3; z_3)$; $D(x_4; y_4; z_4)$.

1) Скласти рівняння площин, які проходять: а) через точку A перпендикулярно до вектора $\overrightarrow{AB}$; б) через точки A і B паралельно вектору $\overrightarrow{CD}$; в) через точку A

паралельно векторам $\overrightarrow{BD}$ і $\overrightarrow{CD}$; г) через три точки A , B , C ; д) знайти кут між

площинами ABC та ABD .

2) Скласти: а) рівняння прямої, що проходить через точки A і D ; б) рівняння

перпендикуляра, опущеного з вершини D на площину ABC ; в) загальне рівняння

прямої AB ; г) знайти основу перпендикуляра, опущеного з точки D на площину ABC

№	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3	x_4	y_4	z_4
01	4	0	0	-2	1	2	1	3	2	3	2	7
02	-2	1	2	4	0	0	3	2	7	1	3	2
03	1	3	2	3	2	7	4	0	0	-2	1	2
04	3	1	4	-1	6	1	-1	1	6	0	4	-1
05	3	3	9	6	9	1	1	7	3	8	5	8
06	3	5	4	5	8	3	1	9	9	6	4	8
07	2	4	3	7	6	3	4	9	3	3	6	7
08	9	5	5	-3	7	1	5	7	8	6	9	2
09	0	7	1	4	1	5	4	6	3	3	9	8
10	5	5	4	3	8	4	3	5	10	5	8	2
11	6	1	1	4	6	6	4	2	0	1	2	6

12	7	5	3	9	4	4	4	5	7	7	9	6
13	6	6	2	5	4	7	2	4	7	7	3	0
14	1	-3	1	-3	2	-3	-3	-3	3	-2	0	-4
15	1	-1	6	4	5	-2	-1	3	0	6	1	5
16	1	1	1	3	4	0	-1	5	6	4	0	5
17	7	1	2	-5	3	-2	3	3	5	4	5	-1
18	-2	3	-2	2	-3	2	2	2	0	1	5	5
19	3	1	1	1	4	1	1	1	7	3	4	-1
20	4	-3	-2	2	2	3	2	-2	-3	-1	-2	3
21	5	1	0	7	0	1	2	1	4	5	5	3
22	4	2	5	0	7	2	0	2	7	1	5	0
23	4	4	10	4	10	2	2	8	4	9	6	4
24	4	6	5	6	9	4	2	10	10	7	5	9
25	3	5	4	8	7	4	5	10	4	4	7	8
26	10	6	6	-2	8	2	6	8	9	7	10	3
27	1	8	2	5	2	6	5	7	4	4	10	9
28	6	6	5	4	9	5	4	6	11	6	9	3
29	7	2	2	5	7	7	5	3	1	2	3	7
30	8	6	4	10	5	5	5	6	8	8	10	7

2. Відомі координати вершин трикутника $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2); C(x_3; y_3)$.

1) Скласти рівняння: а) прямої AB ; б) прямих, що проходять через точку C

паралельно і перпендикулярно до прямої AB ; в) медіани BE .

2) Знайти координати точки D , такої, щоб чотирикутник $ABCD$ був

паралелограмом.

3) Знайти кут між прямими AB і BE .

№	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	№	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
01	6	2	30	-5	12	19	16	-1	5	11	0	17	8
02	4	3	-12	-9	-5	15	17	6	5	-6	0	-10	3
03	-1	7	11	2	17	10	18	-2	6	10	1	16	9
04	1	1	-15	11	-8	13	19	10	-5	-2	0	1	4
05	-14	10	10	3	-8	27	20	-7	3	5	-2	8	2
06	7	1	-5	-1	-9	-1	21	4	1	0	-2	-5	10
07	-2	1	-18	-11	-11	13	22	2	8	-2	5	3	-7
08	10	-1	-2	-6	-6	-3	23	5	-1	1	-4	-4	8
09	-12	6	12	-1	-6	23	24	-14	6	-2	1	1	5
10	8	0	-4	-5	-8	-2	25	6	0	2	-3	-3	9
11	7	1	-5	-4	-9	-1	26	-9	2	3	-3	6	1
12	0	5	12	0	18	8	27	7	-4	3	-7	-2	5
13	8	0	-4	-5	-8	-2	28	-8	4	4	-1	7	3
14	1	5	13	0	19	8	29	3	-3	-1	-6	-6	6
15	6	1	-6	-4	-10	-1	30	-6	5	6	0	9	4

3. Пряма (L) задана загальним рівнянням: $(L) \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$

Скласти канонічне рівняння прямої (L) , а також рівняння площини, що проходить через пряму (L) і точку $M_1(x_1; y_1; z_1)$.

№	A_1	B_1	C_1	D_1	A_2	B_2	C_2	D_2	x_1	y_1	z_1
01	2	-1	-3	1	1	5	1	0	3	0	2
02	1	2	3	-1	2	-3	2	-9	1	2	0
03	1	1	-1	-1	8	3	-6	-2	-1	2	1
04	1	1	-1	2	4	-3	1	-1	2	-3	0
05	2	5	-3	-4	4	-3	2	-9	0	4	-2
06	2	7	-1	-8	1	2	1	-4	-3	0	5
07	3	4	2	-8	1	5	1	0	1	3	0
08	1	-4	-2	3	3	1	1	-5	5	1	-2
09	1	1	-1	-1	1	2	1	-4	-2	0	1
10	3	1	1	-5	4	-3	1	-1	0	-5	2
11	2	1	1	-2	2	-1	-3	6	0	2	3
12	1	-3	2	2	1	3	1	14	4	1	2
13	1	-2	1	-4	2	2	-1	-8	4	2	1
14	1	1	1	-2	1	-1	-2	2	2	3	5
15	2	3	1	6	1	-3	-2	3	10	-9	5

16	3	1	-1	-6	3	-1	2	0	-7	6	2
17	1	5	2	11	-1	-1	-1	-1	15	-10	2
18	3	4	-2	1	2	-4	3	4	2	6	10
19	5	1	-3	4	1	-1	2	2	2	8	10
20	1	-1	-1	-2	1	-2	1	4	2	4	6
21	4	1	3	2	2	-1	1	-8	3	7	11
22	3	3	-2	-1	2	-3	1	6	1	2	3
23	6	-7	-4	-2	1	7	-1	-5	2	0	4
24	8	-1	-3	-1	1	1	1	10	1	2	2
25	6	-5	-4	8	6	5	3	4	7	0	-1
26	1	5	-1	-5	2	-5	2	5	3	5	2
27	2	-3	1	6	1	-3	-2	3	2	5	1
28	5	1	2	4	1	-1	-3	2	5	1	3
29	4	1	1	2	2	-1	-3	-8	4	0	-3
30	2	1	-3	-2	2	1	1	6	-4	6	3

4. Знайти відстань від точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$ до площини, що проходить через три

точки $M_1(x_1; y_1; z_1); M_2(x_2; y_2; z_2); M_3(x_3; y_3; z_3)$.

№	x_0	y_0	z_0	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3
01	-12	7	-1	-3	4	-7	1	5	-4	-5	-2	0
02	1	-6	-5	-1	2	-3	4	-1	0	2	1	-2
03	-7	0	-1	-3	-1	1	-9	1	-2	3	-5	4
04	-2	4	2	1	-1	1	-2	0	3	2	1	-1

05	2	-1	4	1	2	0	1	-1	2	0	1	-1
06	-5	-9	1	1	0	2	1	2	-1	2	-2	1
07	3	-2	-9	1	2	-3	1	0	1	-2	-1	6
08	-6	7	-10	3	10	-1	-2	3	-5	-6	0	-3
09	-2	3	5	-1	2	4	-1	-2	-4	3	0	-1
10	-3	4	-5	0	-3	1	-4	1	2	2	-1	5
11	4	3	0	1	3	0	4	-1	2	3	0	1
12	-21	20	-16	-2	-1	-1	0	3	2	3	1	-4
13	3	6	68	-3	-5	6	2	1	-4	0	-3	-1
14	2	-10	8	2	4	-3	5	-6	0	-1	3	-3
15	-3	2	7	1	-1	2	2	1	2	1	1	4
16	5	-4	5	1	3	6	2	2	1	-1	0	1
17	-12	1	8	-4	2	6	2	-3	0	-10	5	8
18	10	1	8	7	2	4	7	-1	-2	-5	-2	-1
19	-3	1	8	2	1	4	3	5	-2	-7	-3	2
20	10	-8	-7	-1	-5	2	-6	0	-3	3	6	-3
21	-4	-13	6	0	-1	-1	-2	3	5	1	-5	-9
22	-3	-6	-8	5	2	0	2	5	0	1	2	4
23	14	-3	7	2	-1	-2	1	2	1	5	0	-6
24	-6	5	5	-2	0	-4	-1	7	1	4	-8	4
25	-13	-8	16	1	2	0	3	0	-3	5	2	6
26	16	-8	-13	0	2	1	-3	0	3	6	2	5

27	5	5	-6	-4	0	-2	1	7	-1	-4	-8	4
28	7	-3	14	-2	-1	2	1	2	1	-6	0	5
29	-8	-6	-3	0	2	5	0	5	2	4	2	1
30	6	-13	-4	-1	-1	0	5	3	-2	-9	-5	1

5. Знайти точку перетину прямої $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ і площини

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

№	x_0	y_0	z_0	l	m	n	A	B	C	D
01	2	3	-1	-1	-1	4	1	2	3	-14
02	-1	3	-1	3	-4	5	1	2	-5	20
03	1	-5	1	-1	4	2	1	-3	7	-24
04	1	0	-3	1	0	2	2	-1	4	0
05	5	3	2	1	-1	0	3	1	-5	-12
06	-1	-2	3	-3	2	-2	1	3	-5	9
07	1	2	-1	-2	1	-1	1	-2	5	17
08	1	2	4	2	0	1	1	-2	4	-19
09	-2	1	-4	-1	1	-1	2	-1	3	23
10	-2	2	-3	1	0	0	2	-3	-5	-7
11	1	1	-2	2	-1	3	4	2	-1	-11
12	1	-1	1	1	0	-1	3	-2	-4	-8
13	-2	1	-3	-1	1	2	1	2	-1	-2
14	-3	2	-2	1	-5	3	5	-1	4	3

15	2	2	4	2	-1	3	1	3	5	-42
16	3	4	4	-1	5	2	7	1	4	-47
17	5	2	-4	-2	0	-1	2	-5	4	24
18	1	8	-5	8	-5	12	1	-2	-3	18
19	3	1	-5	1	-1	0	1	7	3	11
20	5	-3	1	-1	5	2	3	7	-5	-11
21	1	2	6	7	1	-1	4	1	-6	-5
22	3	-2	8	1	-1	0	5	9	4	-25
23	-2	-3	3	-5	1	4	-1	5	3	3
24	4	2	2	3	-1	2	5	3	1	-42
25	4	4	3	2	5	-1	4	1	7	-47
26	-4	2	5	-1	0	-2	4	-5	2	24
27	-5	8	1	12	-5	8	-3	-2	1	18
28	-5	1	3	0	-1	1	3	7	1	11
29	1	-3	5	2	5	-1	-5	7	3	-11
30	6	2	1	-1	1	7	6	-1	-4	5

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

1. Користуючись означенням збіжної послідовності, довести справедливості заданих рівностей

1.01. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+9}{4n+132} = \frac{5}{4}.$	1.02. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-40+11n}{7n-27\,648} = \frac{11}{7}.$	1.03. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+10}{4n+143} = \frac{5}{4}.$
1.04. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-42+11n}{7n-30\,000} = \frac{11}{7}.$	1.05. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+11}{4n+154} = \frac{5}{4}.$	1.06. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{19n+56}{59-19n} = -1.$
1.07. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+12}{4n+165} = \frac{5}{4}.$	1.08. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{19n+58}{61-19n} = -1.$	1.09. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{60n+900}{n} = 60.$
1.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{19n+60}{63-19n} = -1.$	1.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{35+4n}{4\,096+96n} = \frac{1}{24}.$	1.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{19n+62}{65-19n} = -1.$
1.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{37+4n}{4\,624+102n} = \frac{2}{51}.$	1.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{52n+676}{n} = 52.$	1.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{39+4n}{4\,900+108n} = \frac{1}{27}.$
1.16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{54n+739}{n} = 54.$	1.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{41+4n}{5\,776+114n} = \frac{2}{57}.$	1.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{56n+784}{n} = 56.$
1.19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{43+4n}{6\,400+120n} = \frac{1}{30}.$	1.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{58n+841}{n} = 58.$	1.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-34+11n}{7n-21\,168} = \frac{11}{7}.$
1.22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{62n+961}{n} = 62.$	1.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-36+11n}{7n-23\,232} = \frac{11}{7}.$	1.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{36+4n}{4\,356+99n} = \frac{4}{99}.$
1.25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-38+11n}{7n-25\,392} = \frac{11}{7}.$		

2. Знайти границі функцій при заданих значеннях α і β .

2.01. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^\alpha + 4x^2 + 7x - 11}{3x^\beta - 5x^2 + x - 7}$	2.02. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^\alpha + 4x^2 - 21}{3x^\beta - 5x^2 + 2x + 4}$
1) $\alpha = 3; \beta = 3;$	1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
2) $\alpha = 7; \beta = 3;$	2) $\alpha = 5; \beta = 4;$
3) $\alpha = 5; \beta = 7.$	3) $\alpha = 8; \beta = 10.$

$$2.03. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^\alpha + x^2 + x + 9}{6x^\beta - 3x^2 + 15x - 3}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 10; \beta = 5;$
- 3) $\alpha = 3; \beta = 9.$

$$2.05. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^\alpha + x^2 + x + 24}{x^\beta - x^2 + 3x - 25}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 4; \beta = 3;$
- 3) $\alpha = 4; \beta = 5.$

$$2.07. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^\alpha + x^2 + 35}{x^\beta - 14x^2 + 15x - 13}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 8; \beta = 4;$
- 3) $\alpha = 3; \beta = 8.$

$$2.09. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^\alpha + 6x^2 + x - 7}{x^\beta - x^2 + x - 1}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 7; \beta = 6;$
- 3) $\alpha = 6; \beta = 9.$

$$2.11. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^\alpha + 15x^2 + 10x - 12}{8x^\beta - 9x^2 + 7x + 13}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 9; \beta = 4;$
- 3) $\alpha = 8; \beta = 9.$

$$2.13. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^\alpha + 2x^2 + 7x - 11}{3x^\beta - 11x^2 + x + 6}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 10; \beta = 6;$
- 3) $\alpha = 7; \beta = 8.$

$$2.04. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^\alpha + 3x^2 + 2x - 7}{3x^\beta - x^2 + 7x + 11}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 10; \beta = 6;$
- 3) $\alpha = 7; \beta = 10.$

$$2.06. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^\alpha + 8x^2 + 2x - 11}{5x^\beta - 3x^2 + 2x + 3}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 5; \beta = 4;$
- 3) $\alpha = 9; \beta = 10.$

$$2.08. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^\alpha + 4x^2 + 2x - 3}{2x^\beta - 5x^2 + x - 7}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 10; \beta = 6;$
- 3) $\alpha = 4; \beta = 5.$

$$2.10. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^\alpha + 3x^2 + 7x - 3}{4x^\beta - 6x^2 + 2x + 7}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 9; \beta = 8;$
- 3) $\alpha = 3; \beta = 10.$

$$2.12. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^\alpha + 5x^2 + 7x + 2}{7x^\beta - 7x^2 + x - 6}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 8; \beta = 3;$
- 3) $\alpha = 5; \beta = 6.$

$$2.14. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^\alpha + 3x^2 + x - 3}{9x^\beta - 4x^2 + 9x + 7}$$

- 1) $\alpha = 3; \beta = 3;$
- 2) $\alpha = 10; \beta = 8;$
- 3) $\alpha = 3; \beta = 4.$

3. Знайти границі послідовностей.

$$3.01. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{5+n^2} + \sqrt{4n+12}}{\sqrt[6]{9n^5+4}}.$$

$$3.02. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{7+4n^4} + n\sqrt{n}}{\sqrt[8]{n^9+2}}.$$

$$3.03. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n^7+5}}{\sqrt[6]{n^6+9} + \sqrt[3]{n^2+24}}.$$

$$3.04. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16+n+\sqrt{16n^2+1}}{\sqrt[4]{4+n^5}}.$$

$$3.05. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{15+n^7+4n^6+n}}{n^2+\sqrt{n^2+25}}.$$

$$3.06. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{36+n^2} + \sqrt{n^2+36}}{\sqrt[6]{n^6+6n^5+12n^4}}.$$

$$3.07. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[8]{8n^8+7n^7+6n^6+5n^5+4n^4+3n^3+2n^2+n}}{\sqrt[4]{2401+n^4} + \sqrt{n^3+343}}.$$

$$3.08. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{3n^3+2n^2+n+1}}{\sqrt{64+n^2} + \sqrt[6]{n^6+1}}.$$

$$3.09. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{59049n^5+1}}{\sqrt[6]{9n^3+729} + \sqrt[3]{n^6+1}}.$$

$$3.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n^2+2} + \sqrt[4]{n^3+3}}{\sqrt[5]{n^4+10}}.$$

$$3.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{6+n^4} + n\sqrt{n}}{\sqrt[8]{n^9+1}}.$$

$$3.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n^7+7}}{\sqrt[6]{n^6+4} + \sqrt[3]{n^2+16}}.$$

$$3.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12+n+\sqrt{9n^2+1}}{\sqrt[4]{3+n^5}}.$$

$$3.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{12+n^7+4n^6+n}}{n^2+\sqrt{n^2+16}}.$$

$$3.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{25+n^2} + \sqrt{25+n^2}}{\sqrt[6]{n^6+5n^5+10n^4}}.$$

$$3.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[8]{8n^8+7n^7+6n^6+5n^5+4n^4+3n^3+2n^2+n}}{\sqrt[4]{1296+n^4} + \sqrt{n^3+216}}.$$

$$3.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt[3]{n^2+2} + \sqrt[4]{n^3+3}}{\sqrt[5]{n^4+9}}.$$

$$3.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{50+n^2} + \sqrt{40n+21}}{\sqrt[6]{9n^5+13}}.$$

$$3.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n^7+3}}{\sqrt[6]{n^6+1} + \sqrt[3]{n^2+8}}.$$

$$3.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8+n+\sqrt{4n^2+1}}{\sqrt[4]{2+n^5}}.$$

$$3.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{9+n^7+4n^6+n}}{n^2+\sqrt{n^2+9}}.$$

$$3.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16+n^2} + \sqrt[3]{16+n^2}}{\sqrt[6]{n^6+4n^5+8n^4}}.$$

$$3.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[8]{8n^8+7n^7+6n^6+5n^5+4n^4+3n^3+2n^2+n}}{\sqrt[4]{625+n^4} + \sqrt{n^3+125}}.$$

4. Знайти границі функцій, не користуючись правилом Лопіталю.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} ((a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4) / (b_1 x^3 + b_2 x^2 + b_3 x + b_4)),$

де $a_1 = 2N - 19; \quad a_2 = N - 26; \quad a_3 = 18 - N; \quad a_4 = 3N - 40;$

$b_1 = N - 20; \quad b_2 = 3N - 37; \quad b_3 = 2N - 1; \quad b_4 = 30 - N.$

б) $\lim_{x \rightarrow N} ((x^2 - 3Nx + 2N^2) / (x^2 - 4Nx + 3N^2));$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{a + bx} - \sqrt{cx + a}) / (x^2 + sx),$

де $a = N^2; \quad b = 3N - 15; \quad c = 2N + 1; \quad s = 19 - N.$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos ax - \cos bx) / x^2, \text{ де } a = 15 - N; \quad b = N + 1.$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} ((x + a) / (x + b))^x, \text{ де } a = 2N + 5; \quad b = 16 - N.$

N – номер варіанта.

5. Знайти похідні dy/dx , якщо: а) $y = f(x)$; б) $y = g(x)$.

№	$f(x)$	$g(x)$
01	$(1 + \exp(3 \sin 2x))^3$	$\ln \operatorname{tg}(2x + 5)$
02	$4 \cos^3 x / \sin^2 x$	$\operatorname{arctg}(\exp(5x))$
03	$\exp(\operatorname{ctg} 5x)$	$\arcsin((1 - 3x)/(1 + 3x))$
04	$(3 + 6x) / \sqrt{3 - 4x + 5x}$	$\sin^3 x - x^2 \cos 2x$
05	$\sin^2 2x / (2 + 3 \cos^2 2x)$	$\ln \ln \sin(1 + 1/x)$
06	$\operatorname{tg}^4((1 + x)/(1 - x))$	$\exp(2 \operatorname{arctg}(x))$
07	$((1 + x^2)/(1 - x^2))$	$\operatorname{ctg}^2 x + 2 \ln \cos x$

08	$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$	$\ln \operatorname{ctg} 3x - \arcsin \sqrt{x}$
09	$\exp(\arccos 2x)$	$\arcsin x / \sqrt{1+x^2}$
10	$\operatorname{tg}^3 5x - 3 \operatorname{tg}^2 5x + 3x$	$\arccos^2(3-x^2)/(x^2-2)$
11	$\ln((3+\sqrt{9-x^2})/x)$	$\operatorname{ctg}^3 2x - \exp(-x/2)$
12	$x \arcsin((2x+1)/5)$	$\ln \operatorname{ctg} 3x + \exp(5x^2)$
13	$\operatorname{arctg}(x^2) - x^3 \ln x$	$\ln \operatorname{tg}(x^2) + 2 \ln \ln x$
14	$(1 + \operatorname{tg} 2x)/(1 - \operatorname{tg} 2x)$	$\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$
15	$x \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$	$x \operatorname{arctg} x + x^2 \ln 2x$

№	$f(x)$	$g(x)$
16	$\sqrt{(1+x^2)/(1-x^2)}$	$\operatorname{arctg}(1/x) - \ln^2 3x$
17	$x \sqrt{(1+x^2)/(1-x)}$	$\ln(\operatorname{arctg}(x/3))$
18	$x + 1/(x + \sqrt{1+x^2})$	$\ln \operatorname{tg} \sqrt[3]{x} - \exp(\sin^2 x)$
19	$\operatorname{arctg}(x + \sqrt{1+x^2})$	$(\exp(\sin x) - \cos \ln x)^2$
20	$(1 + \sin 3x)/(1 - \sin 3x)$	$\arcsin(x^2) + \cos^3(2x+5)$
21	$2/\sqrt[3]{3x^2+x-3}$	$\operatorname{arctg}^3 \ln x$
22	$\cos^2 3x / \sin^3 2x$	$\ln \sin^2(3x-1)$
23	$x \sqrt{(1-2x^2)/(1+x)}$	$\arccos \sqrt[3]{(2-3x^2)}$

24	$(2 - 3x^2)/\sqrt{2 - 5x^2 - x^3}$	$\cos^4 2x - x^3 \sin^2 3x$
25	$(x^2 + 2)/\sqrt{2 - 5x^2 - x^3}$	$\operatorname{tg}^2 3x/(3 - 2\sin^2 3x)$
26	$\operatorname{ctg}^5(2x^3 + x + 2)$	$x \ln \sin x - 5\sqrt{x}$
27	$\operatorname{tg}^3 2x + 2 \ln \sin (x^2/2)$	$\arcsin^3 (x/(1 + \sqrt{1 - x^2}))$
28	$2 \operatorname{tg}^2 (1 - x) + \exp (x \cos^2 x)$	$2 \sin x/(1 + \cos x)$
29	$(1 + \sin^3 2x)^{\frac{2}{3}}$	$\ln (\exp x + \sqrt{1 + \exp 2x})$
30	$\arcsin x/(1 + \operatorname{tg} x)$	$\ln (\operatorname{ctg} x)/(1 + \cos^2 2x)$

6. Знайти $d^2 y/dx^2$: а) $y = f(x)$; б) $x = x(t)$, $y = y(t)$.

№	$f(x)$	$x(t)$	$y(t)$
01	$x/(x^2 - 1)$	$\cos (t/2)$	$t - \sin t$
02	$\ln \operatorname{tg} (x/2)$	$t^4 + 8t^2$	$t^6 + 2t$
03	$x^4 \ln x$	$t^2 - \sin 2t$	$t - \cos 2t$
04	$x \operatorname{arctg} x$	$\exp (3 t)$	$\sin 3t$
05	$\operatorname{arctg} 5x$	$3 \sin^2 t$	$2 \cos^3 t$
06	$\exp (\operatorname{tg} 2x)$	$3 \sin t$	$5 \cos^2 t$
07	$(\cos x) \exp (2x)$	$3 t^2 - t^3$	$4 t^2$
08	$(\sin 3x) \exp (-2x)$	$2 t^4 - t^2$	$3 t^3$

09	$x \sqrt{1-x^2}$	$t + \ln \sin t$	$t - \ln \sin t$
----	------------------	------------------	------------------

№	$f(x)$	$x(t)$	$y(t)$
10	$x \exp(-x^3)$	$\ln t$	$(t+1/t^2)/3$
11	$x^2/(x^2-1)$	$\sin(t/3)$	$t^2 - \cos t$
10	$x \exp(-x^3)$	$\ln t$	$(t+1/t^2)/3$
12	$\ln \operatorname{ctg} 2x$	$\sqrt{t^3-1}$	$\ln t$
13	$x \sqrt{1+x^2}$	$tg t$	$\operatorname{cosec} 2t$
14	$x^2/(x^2-4)$	$\cos t + t \sin t$	$\sin t - t \sin t$
15	$x/\sqrt{1+x^2}$	$\cos^2 t$	$tg^2 t$
16	$x^3/(x^2-4)$	$(\cos t) \exp t$	$(\sin t) \exp t$
17	$x^3/(1-x^2)$	$\operatorname{arctg} t$	$t^2/2$
18	$x^2 \exp(3x)$	$\ln(1+t^2)$	$t - \operatorname{arctg} t$
19	$x^3 \ln 2x$	$t^3 - \cos(t/2)$	$t^2 - \sin(t/2)$
20	$x^2 \operatorname{arctg}(x/2)$	$\exp(2t^2/3)$	$\operatorname{ctg} 3t$
21	$\operatorname{arctg}(5x^3/3)$	$3 \cos^3 t$	$2 \sin^2 t$
22	$\exp(\cos^2 5x)$	$3 \cos^2 t$	$-2 \sin^3(t/2)$
23	$x/(x^2-1)$	$\exp(-t)$	$\exp(2t)$
24	$x^2 \sqrt{1+x^3}$	$t^2 + \ln \cos t$	$t^2 - \ln \sin t$

25	$x/\sqrt{1-x^2}$	$3/t + 1/t^3$	$3t^2 + t$
26	$x^3/(1+2x)$	$3t^2 - 1/t^4$	$3t^2 + t^4$
27	$x \exp(-2x)$	$t - \sin 3t$	$t^2 + \cos 3t$
28	$\exp(\operatorname{ctg} 3x)$	$-2\cos 3t$	$5 \sin^3 3t$
29	$x^2/(1+x^3)$	$t + 1/t$	$t^6 + 2t^3$
30	$x^2 \exp(-2x)$	$(t^2 + t)/2$	$\ln(1+t)$

7. Скласти рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = f(x)$ в точці $M_0(x_0; f(x_0))$.

№	x_0	$f(x)$	№	x_0	$f(x)$
01	-2	$4x - x^2$	16	3	$(x-1)/(x^3+3)$
02	4	$x^2 - 2x - 3$	17	1	$(x^8+2)/(x^4+1)$
03	-2	$8/(4+x^2)$	18	-1	$(x-1)/(3+x^3)$
04	1	$x^4 + 4x$	19	4	$2 + (x-3)^4$
05	2	$x/(1+x^2)$	20	3	$(x^2-3x+6)/x$
06	1	$(1+3x^2)/(3+x^2)$	21	3	$(x^2-3x+3)/3$
07	1	$x + \sqrt{x^3}$	22	-1	$(x+1)/(3+x^2)$
08	-1	$(4-x^2)/(4+x^2)$	23	1	$3x^4 - 16x^3$
09	2	$x^3 - 6x^2 + 9x$	24	2	$1/(3x+2)$
10	-1	$x - x^3$	25	2	$x^3 - 3x$

11	1	$2x - 1/x$	26	3	$x^3 - 12x + 7$
12	1	$(x^9 + 6)/(1 + x^4)$	27	-2	$2x/(2x^2 + 1)$
13	-8	$\sqrt[3]{x^2} - 20$	28	1	$\ln(1 + x^2)$
14	1	$(x^5 + 1)/(1 + x^4)$	29	2	$(x^3 + 5)/(x^3 - 2)$
15	1	$2x/(1 + x^2)$	30	π	$x - \sin x$

8. Знайти границі функцій.

$$8.01. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{\frac{1}{x \sin \pi x}}.$$

$$8.02. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right)^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$8.03. \lim_{x \rightarrow 0} \left(6 - \frac{5}{\cos x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$8.04. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 2x}{1 + \sin x \cos 3x} \right)^{\frac{1}{\sin x^3}}.$$

$$8.05. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}.$$

$$8.06. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{\frac{1}{x-a}}.$$

$$8.07. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}}.$$

$$8.08. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sin x}{\sin 3} \right)^{\frac{1}{x-3}}.$$

$$8.09. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{\cos x}}.$$

$$8.10. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6-x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$$

$$8.11. \lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}.$$

$$8.12. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$8.13. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{6 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 3x}.$$

$$8.14. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos 3x)^{-\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

$$8.15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}.$$

$$8.16. \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt[3]{2 - \cos x}.$$

$$8.17. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x \cos 2x}{1 + \operatorname{tg} \cos 5x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$8.18. \lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}.$$

$$8.19. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x - \frac{\pi}{2}}}.$$

$$8.20. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{\sin x}{x - \sin x}}.$$

$$8.21. \lim_{x \rightarrow 2} (5 - 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}}.$$

$$8.22. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}.$$

$$8.23. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{9-2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$$

$$8.24. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 3x)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

$$8.25. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{18 \sin x}{\operatorname{ctg} x}}.$$

9. Дослідити функцію $y = f(x)$ та побудувати її графік.

№	$f(x)$	№	$f(x)$
01	$x^2 / (x-1)$	16	$(x^2 - 2x + 2) / (x-1)$
02	$x^3 / (1 + x^2)$	17	$(3x^4 + 1) / x^3$
03	$(x^3 + 4) / x^2$	18	$x^3 / (x^2 + 2x - 3)$
04	$(x^2 - x + 1) / (x-1)$	19	$(x-2)^3 / (x-1)^2$
05	$(x^2 - 5) / (x-3)$	20	$4x / (4 + x^2)$
06	$x^4 / (x^3 - 1)$	21	$(x^2 - 5) / (x-3)$
07	$4x^3 / (x^2 - 1)$	22	$4x^3 / (x^3 - 1)$
08	$(x^2 - 4) / x$	23	$(4x^2 + 5) / x$
09	$(x^3 - 4) / x$	24	$(2 - 4x^2) / (1 - 4x^2)$
10	$(x^3 - 1) / (x+1)$	25	$(x^4 - 3) / x$

11	$(x^2 - 1)/(1 + x^2)$	26	$(4x - 12)/(x - 2)^2$
12	$(2x^2 - 1)/(x + 1)$	27	$x/(x^2 + 4)$
13	$x^3/(x - 4)$	28	$x + 8x/(x^2 + 1)$
14	$(x^3 + 1)/(x^2 - 4)$	29	$4x^2/(2 - x)$
15	$(3x^2 + 1)/x$	30	$x/(x^2 - 4)$

10. Для функції $u=F(x,y)$ знайти частинні похідні 1-го та 2-го порядків та диференціали 1-го та 2-го порядків.

№	$F(x,y)$	№	$F(x; y; z)$
01	$y/(x^2 - y^2)^5$	16	$(2x + y) \exp(-x y)$
02	$\exp(x y)$	17	$\arctg(x/y)$
03	$x \cos^2(x y)$	18	$\ln((x - y)/(x + y))$
04	$\sqrt{x} \sin(y/x)$	19	$\cos^2(3x - 4y)$
05	$\frac{x}{(x^2 + y^2)} \operatorname{tg}(x/y)$	20	$x \exp(y/x)$
06	$\ln(x^2 + y^2)$	21	$\arcsin((x - y)/(x + y))$
07	$\exp(x/y)$	22	$\exp(x + y)$
08	$\sin^2(3x - 4y)$	23	$(x^2 + y^2)/(x - y)$
09	$y \ln x + x \ln y$	24	$x \ln(y/x)$
10	$x^2 - 3y^2$	25	$x^3 - y^3 + \ln(x/y)$
11	$\operatorname{tg}^3(2x - 3y)$	26	$(x^2 + y^2) \operatorname{tg}(x/y)$

12	$xy/(x+y)$	27	$y\sqrt{y/x}$
13	$\ln(x^2 - y^2)$	28	$\sqrt{2x - y}$
14	$\sqrt[3]{2y^2 - x}$	29	$\cos^2(xy)$
15	$\sin^2(y - ax)$	30	$\ln(x + \exp(-y))$

11. Задана функція $z = f(x; y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$ та дві точки $M_0(x_0; y_0)$ та $M_1(x_1; y_1)$. Потрібно: а) обчислити значення $z_0 = f(x_0; y_0)$ функції в точці M_0 ; б) обчислити значення $z_1 = f(x_1; y_1)$ функції в точці M_1 ; в) обчислити наближене значення $\overline{z}_1 = f(x_1; y_1)$ в точці M_1 , виходячи із значення z_0 функції при переході від точки M_0 до точки M_1 диференціалом; оцінити у відсотках відносну похибку, що виникає при заміні приросту функції її диференціалом; г) скласти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні $z = f(x; y)$ в точці $M_2(x_0; y_0; z_0)$.

№	A	B	C	D	E	F	x_0	y_0	x_1	y_1
01	1	1	1	0	0	0	1	2	1.02	1.96
02	1	3	1	0	0	0	1	2	1.03	1.97
03	5	-1	3	5	2	-1	1	2	1.01	2.02
04	1	3	0	-6	0	5	4	1	3.96	1.03
05	1	0	-1	6	3	-1	2	3	2.02	2.97
06	1	2	3	0	0	5	2	1	1.96	1.04
07	1	0	1	2	1	-2	2	4	1.98	3.94
08	1	0	-1	5	4	-1	3	2	3.02	1.98
09	3	-5	2	0	0	11	1	2	1.03	1.97
10	-1	2	0	0	0	4	-3	1	-3.02	1.01

11	1	0	1	0	0	3	4	2	4.03	1.96
12	2	3	4	0	0	0	2	1	1.94	1.03
13	0	2	0	3	-2	0	2	2	1.93	2.05
14	2	2	-1	0	0	0	1	3	0.95	2.94
15	2	-3	0	4	0	0	1	3	1.07	2.94
16	0	3	0	2	0	4	1	2	1.05	1.93
17	1	2	3	0	0	0	2	1	1.96	1.04
18	1	0	1	-2	2	0	1	2	1.08	1.94
19	2	0	1	0	3	0	2	-2	1.93	-2.04
20	1	-2	1	0	0	0	4	-3	4.05	-2.94
21	-1	3	2	0	0	0	-1	1	-0.94	1.07
22	3	0	1	18	-1	0	-3	4	-2.95	4.06
23	1	0	1	-4	2	0	3	2	2.97	2.05
24	0	1	0	2	-1	0	2	2	1.98	2.04
25	0	2	-1	1	0	0	1	1	1.05	0.98
26	1	2	0	0	-1	0	2	3	1.95	3.05
27	1	0	1	-2	0	0	2	1	2.04	1.08
28	2	2	-1	0	0	0	1	3	1.05	3.04
29	0	-5	0	4	3	0	2	-1	2.02	-1.03
30	0	5	0	-3	-6	6	3	2	3.03	2.02

НЕВИЗНАЧЕНИЙ ИНТЕГРАЛ

1.Обчислити невизначений інтеграл.

Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3	
1.	$\int \frac{dx}{\sqrt{4+9x^2}}$ $\int (2x+3)^3 dx$	1.	$\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ $\int \frac{dx}{4x^2-9}$	1.	$\int \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x-2}}\right) dx$ $\int e^{2x-4} dx$
2.	$\int \frac{dx}{(x+2)\ln(x+2)}$ $\int \frac{xdx}{\cos^2(3x^2+5)}$	2.	$\int \frac{(1+\operatorname{tg} 5x)^3}{\cos^2 5x} dx$ $\int \frac{\sin 2x}{5+\cos^2 x} dx$	2.	$\int \frac{dx}{x\sqrt{4+\ln x}}$ $\int \frac{\sin 2x}{4-3\sin^2 x} dx$
3.	$\int x \sin x dx$ $\int x \ln x dx$	3.	$\int x^2 e^{-x} dx$ $\int \sqrt{9-x^2} dx$	3.	$\int x^2 \ln x dx$ $\int x^2 \sin 3x dx$
4.	$\int \frac{1}{x^2+6x-7} dx$	4.	$\int \frac{1}{x^2+4x+2} dx$	4.	$\int \frac{1}{x^2+3x-7} dx$
5.	$\int \sin 2x \sin 4x dx$ $\int \sin 5x \cos 4x dx$	5.	$\int \sin 5x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{3} \sin 2x dx$	5.	$\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{3} dx$ $\int \cos 5x \cdot \sin 7x dx$
Варіант 4		Варіант 5		Варіант 6	
1	$\int \frac{3}{\sqrt{4x^2-9}} dx$ $\int (5x-7)^5 dx$	1	$\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+5}}$ $\int 5e^{2-x} dx$	1	$\int \frac{dx}{(x+2)^2}$ $\int e^{7x-1} dx$
2	$\int \sin\left(\frac{4}{x}+5\right) \frac{dx}{x^2}$ $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	2	$\int e^{\frac{4}{x}} \frac{dx}{x^2}$ $\int \frac{\cos 3x}{3\sin 3x-5} dx$	2	$\int \sqrt[4]{\sin^3 2x} \cdot \cos 2x dx$ $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
3	$\int \arccos 2x dx$ $\int x \cdot \cos 2x dx$	3	$\int x^2 \cdot 2^x dx$ $\int (4x-2) \cos 2x dx.$	3	$\int e^{2x} \cdot \cos x dx$ $\int x \cdot 3^x dx$

	$\int \frac{1}{x^2 - 6x - 4} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 4x - 6} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 8x - 7} dx$
	$\int \sin x \sin 4x dx$ $\int \sin 5x \cos 2x dx$	5	$\int \sin 7x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{3} \sin x dx$	5	$\int \cos \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{3} dx$ $\int \cos 6x \cdot \sin 7x dx$
Варіант 7		Варіант 8		Варіант 9	
	$\int \frac{dx}{16 - 9x^2}$ $\int \left(\frac{1}{\sin^2(5-x)} - 2 \right) dx$	1	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 8}}$ $\int \left(\frac{5}{4 - 7x} + \cos(4 - 3x) \right) dx$	1	$\int (\sqrt[3]{x} - 2)^3 dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 9x^2}}$
	$\int \frac{e^{3x}}{4 + e^{3x}} dx$ $\int \sin(\ln x - 5) \cdot \frac{1}{x} dx$	2	$\int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$ $\int \cos(\ln x + 5) \frac{dx}{x}$	2	$\int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} dx$ $\int e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$
	$\int x^2 \cdot e^{-3x} dx$ $\int e^{-3x} \cdot \cos x dx$	3	$\int (9x^2 + 1) \cdot e^{3x} dx$ $\int x^7 \cdot \ln 2x dx$	3	$\int x^2 \cdot e^{-x} dx$ $\int \arctg 5x dx$
	$\int \frac{1}{x^2 - 8x - 4} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 12} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 3x - 5} dx$
	$\int \sin 5x \sin 4x dx$ $\int \sin 9x \cos 4x dx$	5	$\int \sin 15x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{3} \sin 3x dx$	5	$\int \cos \frac{x}{4} \sin \frac{x}{3} dx$ $\int \cos 5x \cdot \sin 9x dx$
Варіант 10		Варіант 11		Варіант 12	
	$\int \frac{dx}{16 - 9x}$ $\int \left(\frac{1}{\sin^2(5-x)} \right) dx$	1	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 16}}$ $\int (\cos(4 - 3x)) dx$	1	$\int (\sqrt[4]{x} - 2)^3 dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 9x^2}}$
	$\int e^{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$	2	$\int \ln^2 x \frac{dx}{x}$	2	$\int \frac{x^3 dx}{5 - 4x^4}$

	$\int \frac{dx}{x \cdot \cos^2(4 - \ln x)}$		$\int e^{\frac{4}{x}} \cdot \frac{dx}{x^2}$		$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x} - 4}}$
	$\int x \cdot \ln^2 5x dx$ $\int x^2 \cdot 4^{-x} dx$	3	$\int x \cdot e^{-2x} dx$ $\int (6x^2 + 1) \cdot \sin 2x dx$	3	$\int x^2 \cdot e^{-3x} dx$ $\int e^{-\frac{x}{2}} \cdot \sin x dx$
	$\int \frac{1}{x^2 - 12x - 7} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 14} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 14x - 7} dx$
	$\int \sin \frac{3x}{2} \sin x dx$ $\int \sin 6x \cos 4x dx$	5	$\int \sin x \cos 8x dx$ $\int \sin \frac{-x}{3} \sin 2x dx$	5	$\int \cos \frac{-x}{2} \sin \frac{x}{3} dx$ $\int \cos 3x \cdot \sin 7x dx$
Варіант 13		Варіант 14		Варіант 15	
	$\int \frac{dx}{4 - 9x^2}$ $\int \frac{dx}{9x - 3}$	1	$\int \frac{dx}{1 - 2x}$ $\int e^{-2x} dx$	1	$\int \frac{dx}{4 - 2x}$ $\int 3^{-2x} dx$
	$\int \frac{3\sqrt{\ln 3x - 1}}{2x} dx$ $\int \sin(4 + \operatorname{tg} x) \cdot \frac{dx}{\cos^2 x}$	2	$\int \frac{dx}{x \cdot (4 \ln^2 x + 9)}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}$	2	$\int e^{2x} \cdot \cos(e^{2x} + 3) dx$ $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{4 - e^{4x}}} dx$
	$\int x \cdot \ln^2 x dx$ $\int e^x \cdot \sin 3x dx$	3	$\int x \cdot \sin \frac{x}{2} dx$ $\int x^2 \cdot e^{-x} dx$	3	$\int x^3 \cdot \ln x dx$ $\int x^2 \cdot \cos x dx$
	$\int \frac{1}{x^2 + 6x - 6} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 16} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 10x - 7} dx$
	$\int \sin 22x \sin 4x dx$ $\int \sin 15x \cos 4x dx$	5	$\int \sin 5x \cos 17x dx$ $\int \sin \frac{x}{3} \sin 4x dx$	5	$\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{2x}{3} dx$ $\int \cos 5x \cdot \sin 13x dx$
Варіант 16		Варіант 17		Варіант 18	

$\int \frac{dx}{x^5}$ $\int \frac{dx}{x-3}$	1	$\int \frac{dx}{1-x}$ $\int e^{3-2x} dx$	1	$\int \frac{dx}{4-x}$ $\int 3^{1-2x} dx$
$\int x^3 \cdot \sqrt[4]{5x^4-3} dx$ $\int 2^{-x^3+4} \cdot 3x^2 dx$	2	$\int \cos(3-e^x) \cdot e^x dx$ $\int e^{\arctg 2x} \frac{dx}{1+4x^2}$	2	$\int \sin(4+\sqrt{5-x}) \cdot \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$ $\int e^{\arctg x} \cdot \frac{dx}{9+9x^2}$
$\int x \cdot \ln^2 x dx$ $\int e^{-x} \cdot \cos 2x dx$	3	$\int x \cdot \cos \frac{x}{2} dx$ $\int x^2 \cdot \ln^2 x dx$	3	$\int e^{2x} \cdot \sin x dx$ $\int x \cdot 2^x dx$
$\int \frac{1}{x^2+16x-4} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2+4x+20} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2+12x-18} dx$
$\int \sin 2x \sin 14x dx$ $\int \sin 5x \cos 14x dx$	5	$\int \sin 11x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{3} \sin 6x dx$	5	$\int \cos \frac{x}{4} \sin \frac{x}{2} dx$ $\int \cos 15x \cdot \sin 7x dx$
Варіант 19		Варіант 20		Варіант 21
$\int \frac{dx}{4-x^2}$ $\int \frac{dx}{9x}$	1	$\int \frac{dx}{4-2x}$ $\int e^{-2x-3} dx$	1	$\int \frac{dx}{2x^5}$ $\int 3^{4x} dx$
$\int \sqrt{\sin^3 6x} \cdot \cos 6x dx$ $\int \frac{x^2 dx}{4x^3-5}$	2	$\int x \cdot \sin(3-4x^2) dx$ $\int 2^{\sin(x)+5} \cdot \cos x dx$	2	$\int (1+\ln x)^5 \frac{dx}{x}$ $\int \frac{3^x}{9^x+4} dx$
$\int x \cdot e^{3x} dx$ $\int e^x \cdot \sin \frac{3}{2} x dx$	3	$\int \arcsin \frac{x}{2} dx$ $\int e^{-2x} \cdot \sin \frac{x}{2} dx$	3	$\int \arctg \frac{3x}{2} dx$ $\int x^3 \cdot e^{3x} dx$
$\int \frac{1}{x^2+2x-4} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2+4x-20} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2+12x+18} dx$

	$\int \sin x \sin 7x dx$ $\int \sin 15x \cos 14x dx$	5	$\int \sin 25x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{6x}{3} \sin 2x dx$	5	$\int \cos \frac{3x}{2} \sin \frac{2x}{3} dx$ $\int \cos 25x \cdot \sin 7x dx$
Варіант 22		Варіант 23		Варіант 24	
	$\int \frac{dx}{6-9x}$ $\int \left(\frac{1}{\sin^2(4-x)} \right) dx$	1	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-25}}$ $\int (\cos(5-3x)) dx$	1	$\int (\sqrt[4]{x}-4)^3 dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{9x}}$
	$\int \sin(\ln x + 5) \frac{dx}{x}$ $\int \sin 5x \cdot (1 + \cos 5x)^7 dx$	2	$\int \frac{x^2+1}{x^3+3x+1} dx$ $\int e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{dx}{x^3}$	2	$\int \frac{x^3}{7-4x^4} dx$ $\int \frac{xdx}{\sqrt{7x^2-3}}$
	$\int e^{-3x} \cdot \sin x dx$ $\int \arctg 2x dx$	3	$\int x \cdot \sin 3x dx$ $\int x \cdot \ln^2 x dx$	3	$\int \cos x \cdot e^{2x} dx$ $\int \arcsin 2x dx$
	$\int \frac{1}{x^2-2x-4} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2-4x-18} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2+12x+22} dx$
	$\int \sin 8x \sin 4x dx$ $\int \sin 4x \cos 4x dx$	5	$\int \sin 6x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{2} \sin 2x dx$	5	$\int \cos \frac{x}{6} \sin \frac{x}{3} dx$ $\int \cos 6x \cdot \sin 9x dx$

Варіант 25		Варіант 26		Варіант 27	
1	$\int \frac{dx}{9x}$ $\int \left(\frac{1}{\cos^2(4-x)} \right) dx$	1	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-10}}$ $\int (\cos(5x-3)) dx$	1	$\int (\sqrt[4]{2x}-4)^3 dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{9x-2}}$
2	$\int \cos(\ln x + 5) \frac{dx}{x}$ $\int \cos 5x \cdot (1 + \sin 5x)^7 dx$	2	$\int \frac{x^2+6}{x^3-2} dx$ $\int e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{dx}{x^3}$	2	$\int \frac{x^3}{23-x^4} dx$ $\int \frac{2xdx}{\sqrt{x^2-3}}$

3	$\int e^{-x} \cdot \sin x dx$ $\int \operatorname{arctg} 6x dx$	3	$\int (x-1) \cdot \sin 3x dx$ $\int x^3 \cdot \ln^2 x dx$	3	$\int \cos x \cdot e^{3x} dx$ $\int \operatorname{arcsin} 2x dx$
4	$\int \frac{1}{x^2 + 2x - 5} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 18} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2 - 12x + 22} dx$
5	$\int \sin 5x \sin 4x dx$ $\int \sin(-4x) \cos 4x dx$	5	$\int \sin 5x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{2} \sin 3x dx$	5	$\int \cos \frac{x}{7} \sin \frac{x}{1} dx$ $\int \cos 5x \cdot \sin 2x dx$
Варіант 28		Варіант 29		Варіант 30	
1	$\int \frac{dx}{6-2x}$ $\int \left(\frac{1}{\sin^2(5-x)} \right) dx$	1	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2}}$ $\int (\cos(5-x)) dx$	1	$\int (\sqrt[5]{x}-4)^3 dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{6x}}$
2	$\int (\ln x + 5) \frac{dx}{x}$ $\int \sin 4x \cdot (1 + \cos 4x)^7 dx$	2	$\int \frac{x^2+1}{x^3+3x+3} dx$ $\int e^{\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{dx}{x^3}$	2	$\int \frac{x^3}{7-6x^4} dx$ $\int \frac{x dx}{5x^2-3}$
3	$\int e^{-3x} \cdot \cos x dx$ $\int \operatorname{arctg} 2x dx$	3	$\int x \cdot \sin 7x dx$ $\int 4x \cdot \ln^2 x dx$	3	$\int \cos 3x \cdot e^{2x} dx$ $\int \operatorname{arcsin} 2x dx$
4	$\int \frac{1}{x^2-2x-4} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2-4x-18} dx$	4	$\int \frac{1}{x^2+12x+22} dx$
5	$\int \sin(-8x) \sin 2x dx$ $\int \sin 2x \cos 4x dx$	5	$\int \sin 7x \cos 7x dx$ $\int \sin \frac{x}{2} \sin 2x dx$	5	$\int \cos \frac{4x}{6} \sin \frac{x}{3} dx$ $\int \cos 6x \cdot \sin x dx$

2.Знайти невизначені інтеграли, що мають вигляд:

а) $\int \frac{Ax^2 + Bx + D}{\sqrt{px^2 + qx + r}} dx$; б) $\int \sin^k x \cos^n x dx$.

№	A	B	D	p	q	r	k	n
01	1	2	-3	1	-2	7	3	3
02	2	1	4	1	4	1	2	3
03	2	5	2	1	4	-8	3	2
04	2	-3	1	1	2	-8	2	2
05	3	-2	2	1	-2	8	0	3
06	3	2	1	-1	2	8	3	0
07	4	3	2	1	2	3	6	0
08	3	1	-1	1	-2	3	0	4
09	1	1	1	1	-1	1	4	0
10	1	0	2	-1	2	3	0	6
11	1	3	-2	-1	-2	3	5	0
12	1	-3	2	1	4	3	0	5
13	1	6	-5	-2	3	2	3	4
14	1	3	-6	-1	-1	1	4	3
15	1	2	-8	1	-4	5	2	4
16	2	1	3	5	-2	1	4	2
17	1	3	-2	1	1	-1	2	5
18	1	3	4	-1	-1	2	5	2
19	1	4	3	1	-2	5	3	5
20	1	3	-5	-9	12	-2	5	3
21	1	-5	2	4	9	1	3	-4
22	1	8	-1	-1	2	5	-4	3
23	1	1	-3	-1	-2	3	-3	0

24	2	3	-1	1	2	2	0	-3
25	2	5	5	9	6	2	3	-5
26	1	1	2	3	-11	2	-5	3
27	1	1	-3	1	1	1	5	-3
28	1	2	-5	1	2	-1	-3	5
29	1	3	-1	1	4	-4	7	-5
30	1	3	2	-1	2	2	-5	7

ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

1. Обчислити

Варіант 1

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_1^8 \frac{2 + 5\sqrt[3]{x}}{x^3} dx.$

2. $\int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}.$

3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = \sqrt{x}, x = 9, y = 0.$

б) $y = (x+1)^2, y^2 = x, y = 1, y = 0.$

Варіант 2

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_0^{-1} \frac{x^4 - 4}{2 - x^2} dx.$

2. $\int_{-1}^0 2x(x^2 - 1)^{15} dx.$

3. $\int_0^1 xe^{-x} dx.$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = x^2 + 2x + 2, y = 0, x = 0, x = -3.$

б) $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0.$

Варіант 3

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 1) dx.$

2. $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx.$

3. $\int_1^e x \ln x dx.$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = \frac{1}{x^2}, y = x, x = 3.$

б) $y = \arccos x, x \geq 0, y \geq 0.$

Варіант 4

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx.$

2. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx.$

3. $\int_0^{\frac{1}{2}} \arctg 2x dx.$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = x^2, 4x - y = 0.$

б) $y = \frac{1}{x}, y = 1, x = 0, x = e, y = 0.$

Варіант 5

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx.$

2. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}.$

3. $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx.$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = \cos x, x=0, x=\frac{\pi}{2}, y=0.$

б) $y = \sqrt{x}, x=4, y=0.$

Варіант 6

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_0^4 (x^2 + 3)^2 dx.$

2. $\int_0^2 (e^x - 1)^{10} e^x dx.$

3. $\int_1^e x \ln x dx.$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = x^2, x=0, y=0.$

б) $y = e^x, x=4, x=0, y=0.$

Варіант 7

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_1^4 \frac{9x-1}{3\sqrt{x}+1} dx.$

2. $\int_2^9 \sqrt{x-1} dx.$

3. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = \sin x, y = \frac{3}{\pi} x.$

б) $y = x^2 - 2x + 3, y = 3x - 1, x = 0.$

Варіант 8

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_{-2}^0 \left(\frac{x}{2} + 1\right)^3 dx$

2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + 5 \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$

3. $\int_0^1 x \operatorname{arctg} 2x dx$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = (x+1)^2, y = 4.$

б) $y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = \frac{\pi}{3}.$

Варіант 9 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} dx$ $\int_0^{\sin 1} \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ $\int_0^1 \arcsin x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \sin x, x = \pi, y = -x$ $y = 4 - x^2, y = 2x + 1$.	Варіант 10 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{100}^{101} (\sqrt{x} + 2) dx$ $\int_2^6 \sqrt{x-2} dx$ $\int_0^3 \ln(x+3) dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = x^3, x = 1, y = 0$. $y = e^{-x}, x = 0, x = 1, y = 0$.
Варіант 11 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_4^9 \left(\frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$ $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$ $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^2 x}$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = 4 - x^2, y = 0$. $y = e^{2x}, y = e^{-2x}, y = 2$.	Варіант 12 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_4^9 \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ $\int_{\sqrt{\ln 2}}^{\sqrt{\ln 3}} x e^{x^2} dx$ $\int_0^{2\pi} (2x+1) \cos 3x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = 1 + e^x, x = 0, x = -4, y = 0$. $y = x^2 + 1, x = 0, y = 2x + 9, y = 0$.

Варіант 13 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{2x}}{x} dx$ $\int_{-\sqrt[3]{3}}^0 x^2 e^{\frac{1}{3}x^3 + 1} dx$ $\int_0^3 \ln(x+3) dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = 4x^2, y = x^2 + 3.$ $xy = 1, y = x^2, y = 4, x > 0.$	Варіант 14 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_1^8 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 3x + 5 \right) dx$ $\int_{\sqrt{\pi}/2}^{\sqrt{\pi}/4} \frac{1}{2} x \sin x^2 dx$ $\int_0^{\pi/4} x \cos 2x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = x^2 - 3x, y = x.$ $y = e^{2x}, x=1, x=2, y=0.$
Варіант 15 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_0^1 \left(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2} \right) dx$ $\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^0 \frac{x dx}{5\sqrt{1-x^2}}$ $\int_{-1}^0 x \sin 3x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = e^x, y = e, x = -1.$ $y = 4x - x^2, y = -3.$	Варіант 16 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{-2}^{-1} \left(x + \frac{1}{3x^5} + \frac{1}{2} \right) dx$ $\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}}$ $\int_0^{\pi/2} x \sin 2x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0.$ $y = \sqrt{x}, x = 4, y = 0.$
Варіант 17	Варіант 18

I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{-2}^2 (x^2 + x + 1) dx$ $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$ $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = -x, y = 2 - x, y = -4, y = 3.$ $y = -x^2 - 7x + 10, y = 0.$	I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_2^5 \left(\frac{1}{x} + 2^x - x \right) dx$ $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^2}$ $\int_{-1}^1 x \arctg x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0.$ $y = x, y = 4 - x, y = 0, x = 3.$
---	---

Варіант 19 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_3^5 \left(\frac{1}{x^2} + e^{2x} - x \right) dx$ $\int_{-2}^0 \frac{dx}{(5 + 2x)^5}$ $\int_0^1 \arctg 6x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = e^x, x = 4, x = 0, y = 0.$ $y = e^{2x}, x + y = 1, y = 2.$	Варіант 20 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_0^1 (x\sqrt{x} - 2x + 1) dx$ $\int_1^2 e^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^2}$ $\int_0^3 \ln(x + 1) dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0.$ $y = x^2, y = 2.$
Варіант 21	Варіант 22

I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{-1}^2 (x^3 + \sqrt[3]{x}) dx$ $\int_1^e \cos \ln x \frac{dx}{x}$ $\int_0^1 \arcsin 7x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = 6 - x^2, y = 0.$ $y = x, y = 1, y = 4, x = 0.$	I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_1^{27} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[3]{x} \right) dx$ $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{3(1 - 2e^x)}$ $\int_0^{\pi/2} x \operatorname{arctg} 2x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = -\frac{1}{x}, y = 0, x = 1, x = 2.$ $y = 2\sqrt{x}, x = 4, y = 0.$
Варіант 23 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{-1}^2 (3x^2 + 4x - 1) dx$ $\int_{1/\pi}^{2/\pi} \sin \frac{1}{x} \frac{dx}{x^2}$ $\int_0^3 x \ln(x + 17) dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \sin x, y = \frac{2}{\pi} x.$ $y = 2\sqrt{x}, y = x.$	Варіант 24 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{-1}^3 (2 + x - 3x^2) dx$ $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$ $\int_1^e \ln 7x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \sin x, y = 2 \sin x, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}.$ $y = x^2 - 1, y = 7x - 7.$

Варіант 25	Варіант 26
-------------------	-------------------

I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_{-1}^8 (\sqrt[3]{x} - x + 3x^2) dx$ $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$ $\int_0^1 \arcsin x dx$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \frac{1}{x^2}, y = x, x = 3.$ $y = x^3, 4x - y = 0.$	I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_1^4 \frac{4 + 3\sqrt{x}}{x^2} dx.$ $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} dx}{1 + e^{2x}}.$ $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}.$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = \frac{1}{x}, y = x, x = e.$ $y = 2\sin x, y = \sin x, x = 0, x = \pi.$
Варіант 27 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_0^{-2} \frac{x^4 - 4}{2 + x^2} dt.$ $\int_{-1}^0 3x^2 (x^3 + 6)^{11} dx.$ $\int_0^1 x e^{-2x} dx.$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = e^x, y = 0, x = -1, x + y = 1.$ $y = -x^2 + 3, y = x^2 + 1.$	Варіант 28 I. Обчислити визначений інтеграл: $\int_1^2 (4x^3 + 3x^2) dx.$ $\int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx.$ $\int_1^e x^3 \ln x dx.$ II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями: $y = 2\cos x, y = \cos x, x = 0, x = \pi/2.$ $y = -x^2 + 5x - 6, y = 0.$
Варіант 29	Варіант 30

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_0^{16} (\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}) dx.$

2. $\int_2^3 \frac{x dx}{x^4 - 4}.$

3. $\int_0^3 x \ln(x+17) dx$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = e^{2x}, x = -4, x = 0, y = 0.$

б) $y = \sqrt{x}, x + y = 2, x = 0.$

I. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int_1^{27} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[3]{x} \right) dx$

2. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{4(1 - 2e^x)}$

3. $\int_0^{\pi/2} x \operatorname{arctg} 2x dx$

II. Обчислити площі фігур, обмежених лініями:

а) $y = x^2, x = 2, y = 0.$

б) $y = e^{2x}, y = e^{-2x}, y = 2.$

2. Обчислити довжину дуги кривої, що задана рівнянням в параметричній формі:
 $x = x(t)$, $y = y(t)$; $a \leq t \leq b$.

N	$x(t)$	$y(t)$	a	b
01	$5(t - \sin t)$	$5(1 - \cos t)$	0	π
02	$3(2 \cos t - \cos 2t)$	$3(2 \sin t - \sin 2t)$	0	2π
03	$(t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$	$(2 - t^2) \sin t + 2t \cos t$	0	π
04	$10 \cos^3 t$	$10 \sin^3 t$	0	$\pi/2$
05	$4(\cos t + t \sin t)$	$4(\sin t - t \cos t)$	0	2π
06	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	0	π
07	$3(t - \sin t)$	$3(1 - \cos t)$	π	2π
08	$2 \cos t - \cos 2t$	$2 \sin t - \sin 2t$	$\pi/2$	$2\pi/3$
09	$3(\cos t + t \sin t)$	$3(\sin t - t \cos t)$	0	$\pi/3$
10	$(t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$	$(2 - t^2) \cos t + 2t \sin t$	0	$\pi/3$
11	$6 \cos^3 t$	$6 \sin^3 t$	0	$\pi/3$
12	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	$\pi/2$	π
13	$2.5(t - \sin t)$	$2.5(1 - \cos t)$	$\pi/2$	π
14	$3.5(2 \cos t - \cos 2t)$	$3.5(2 \sin t - \sin 2t)$	0	$\pi/2$
15	$6(\cos t + t \sin t)$	$6(\sin t - t \cos t)$	0	π
16	$(t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$	$(2 - t^2) \cos t + 2t \sin t$	0	$\pi/2$
17	$8 \cos^3 t$	$8 \sin^3 t$	0	$\pi/6$
18	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	0	2π
19	$4(t - \sin t)$	$4(1 - \cos t)$	$\pi/2$	$2\pi/3$
20	$2(2 \cos t - \cos 2t)$	$2(2 \sin t - \sin 2t)$	0	$\pi/3$

21	$8(\sin t - t \cos t)$	$8(\cos t + t \sin t)$	0	$\pi/4$
22	$(2 - t^2)\cos t + 2t \sin t$	$(t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t$	0	2π
23	$4\sin^3 t$	$4\cos^3 t$	$\pi/6$	$\pi/4$
24	$\exp t(\cos t - \sin t)$	$\exp t(\cos t + \sin t)$	0	$3\pi/2$
25	$2(1 - \cos t)$	$2(t - \sin t)$	0	$\pi/2$
26	$4(2\sin t - \sin 2t)$	$4(2\cos t - \cos 2t)$	0	π
27	$2(\sin t - t \cos t)$	$2(\cos t + t \sin t)$	0	$\pi/2$
28	$(2 - t^2)\cos t + 2t \sin t$	$(t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t$	0	3π
29	$2\cos^3 t$	$2\sin^3 t$	0	$\pi/4$
30	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	$\pi/6$	$\pi/4$

НЕВЛАСНІ ІНТЕГРАЛИ

3. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) від функції $f(x)$ з нескінченними межами інтегрування; б) від розривної функції $g(x)$ на проміжку $[b; c]$.

а) $\int_a^\infty f(x)dx$; б) $\int_b^c g(x)dx$.

N	a	f(x)	b	c	g(x)
01	1	$1/x^3$	0	1	$1/\sqrt{1-x^2}$
02	1	$1/\sqrt[3]{x}$	1	2	$1/\sqrt{4-x^2}$
03	-1	$1/(x^2 + 2x + 5)$	0	1	$1/\sqrt[3]{x}$
04	2	$1/(x \ln x)$	0	1	$1/x^2$
05	0	$\exp(-x)$	-3	2	$1/(x+3)^2$
06	-1	$1/(x^2 + x + 1)$	1	2	$1/(x-1)^3$

07	0	$1/(x^2 + 4x + 5)$	0	3	$1/\sqrt[3]{(x-3)^2}$
08	2	$1/(x \ln^2 x)$	0	1	$1/\sqrt{1-x^2}$
09	1	$1/(x+3)^3$	1	2	$1/\sqrt{2-x}$
10	2	$1/(x \ln^5 x)$	0	4	$1/\sqrt{4-x}$
11	3	$1/(x \ln^4 x)$	0	1	$1/x^3$
12	1	$1/(x^2 - 2x + 10)$	2	3	$1/\sqrt[3]{x-2}$
13	0	$x^2 \exp(-x^3)$	2	3	$1/(x-2)^2$
14	0	$1/(x^2 - x + 1)$	4	5	$1/(x-4)^3$
15	0	$1/(x^2 - 4x + 9)$	0	2	$1/\sqrt[3]{(x-2)^2}$
16	2	$1/(x \ln^3 x)$	-1	0	$1/\sqrt{1-x^2}$
17	2	$1/x^2$	-1	0	$1/(1+x)$
18	16	$1/\sqrt[4]{x}$	0	4	$1/\sqrt{16-x^2}$
19	1	$1/(\sqrt{x}(1+x))$	0	2	$1/\sqrt{4-x^2}$
20	-2	$1/(x^2 + 4x + 5)$	0	3	$1/\sqrt{9-x^2}$
21	-3	$1/(x^2 + 6x + 13)$	3	4	$1/\sqrt[3]{x-3}$
22	-1	$1/(x^2 + 2x + 2)$	1	2	$1/(x-1)^3$
23	0	$x \exp(-x)$	-2	5	$1/(x+2)^3$
24	1	$1/(x^2 - 2x + 2)$	1	2	$1/(x-1)^3$
25	2	$1/(x \ln^6 x)$	0	4	$1/\sqrt{4-x}$

26	1	$1/x^4$	-2	0	$1/(x+2)^2$
27	-1	$1/(x^2 + 2x + 10)$	-2	0	$1/(x+2)^3$
28	1	$1/x^5$	-4	0	$1/\sqrt{(x+4)^3}$
29	3	$1/(x^2 - 6x + 10)$	0	3	$1/\sqrt{9-x^2}$
30	1	$x^3 \exp(-x^4)$	0	1	$1/x^2$

ІНТЕГРАЛ ПО ОБЛАСТІ

1. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_{\Gamma} f(M)dl$ по довжині дуги.

N	$f(M)$	Контур $\Gamma(a>0)$	Межі контуру
01	$4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}$	$x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$	$0 \leq t \leq 2\pi$
02	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x - 2y = 4$	$0 \leq x \leq 4$
03	y^2	$x = a(t - \sin t); y = a(1 - \cos t)$	$0 \leq t \leq 2\pi$
04	$1/(x - y)$	$y = x/2 - 2$	$0 \leq x \leq 4$
05	$(x^2 + y^2)^2$	$x^2 + y^2 = a^2$	$0 \leq t \leq 2\pi$
06	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x = \cos t + t \sin t \quad x = \sin t - t \cos t$	$0 \leq t \leq 2\pi$
07	$x^2 + y^2 + z^2$	$x = \cos t \quad y = \sin t \quad z = ht$	$0 \leq t \leq 2\pi$
08	$x - y$	$y = 4x$	$0 \leq x \leq 4$
09	xy	$x = t, y = t^2 / \sqrt{2}, z = t^3 / 3$	$0 \leq t \leq 1$
10	x	$x = t - \sin t; y = 1 - \cos t$	$0 \leq t \leq \pi$
11	y	$x = t - \sin t; y = 1 - \cos t$	$0 \leq t \leq \pi$
12	$y / \sqrt{x}$	$y^2 = 4x^3 / 9$	$3 \leq x \leq 8$
13	xy	$x + y = 1$	$0 \leq x \leq 1$
14	$x + y$	$x = t, y = \sqrt{2}t^2, z = t^3$	$0 \leq t \leq 2$
15	y	$y^2 = 2x$	$0 \leq x \leq 2$
16	$\sqrt{2y}$	$x = a(t - \sin t); y = a(1 - \cos t)$	$0 \leq t \leq 2\pi$
17	$z^2 / (x^2 + y^2)$	$x = a \cos t \quad y = a \sin t \quad z = at$	$0 \leq t \leq 2\pi$
18	$2z - \sqrt{x^2 + y^2}$	$x = t \cos t \quad y = t \sin t \quad z = t$	$0 \leq t \leq 2\pi$
19	$1/(x + y)$	$y = x + 2$	$1 \leq x \leq 2$
20	xy	$x = acht; y = asht$	$0 \leq t \leq 2$

21	1	$x = 3t; y = 3t^2; z = 2t^3$	$0 \leq t \leq 1$
22	$1/z$	$x = e^{-t} \cos t \quad y = e^{-t} \sin t \quad z = e^{-t}$	$0 \leq t \leq 1$
23	z	$x = t \cos t \quad y = t \sin t \quad z = t$	$1 \leq x \leq 2$
24	$\sqrt{2y/a}$	$x = at; y = at^2 / \sqrt{2}; z = at^3 / 3$	$0 \leq t \leq 1$
25	$x^2 + y^2 + z^2$	$x = e^t \cos t \quad y = e^t \sin t \quad z = e^t$	$0 \leq t \leq 1$
26	x	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$	$0 \leq x \leq a$
27	y	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$	$0 \leq x \leq a$
28	yx^2	$x^2 + y^2 = a^2$	$0 \leq x \leq a$
29	$y - x$	$y = x^3$	$0 \leq x \leq 2$
30	x	$y = \ln x$	$1 \leq x \leq 2$

2. Проставити межі інтегрування в одному та другому порядку в подвійному інтегралі

$\iint_D f(x, y) dx dy$ для заданої області D, обмеженої лініями або заданої нерівностями.

№	Область D	#	№	Область D
01	$y = 3 - 2x - x^2; y = 0$	#	16	$y \leq 2x; 2y \geq x; xy \leq 2.$
02	$x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0; y = 0$	#	17	$y = x^3; x + y = 10; y = 0$
03	$y = x^2 - 8x + 12; 2x + y = 7$	#	18	$y = 2 - x^2 \quad y = 2x - 1$
04	$y = x^2 - 2x + 5; x + y = 7$	#	19	$y = -x^2 + 3x + 4; y = x + 1$
05	$y = -x^2 + 6x - 8; y = 2x - 5$	#	20	$y = x/3; y = \sqrt{x}; x = 1$
06	$y = x^2 - 4x + 4; y = x$	#	21	$y = 3 + 2x - x^2; y = 3x/2$
07	$y \geq x; x^2 + y^2 \leq 2; y \geq 0$	#	22	$y = x^2 - 2x + 5; x + y = 5$
08	$y = 2 - x^2, y = x; x \geq 0$	#	23	$xy = 2, y = 2x, y = x/2, x > 0$
09	$y = x^3, y = 2 - x^2, x = 0$	#	24	$y^2 = x, y = x + 2, y = 2, y = 0$

10	$y = x^2 - 8x + 12; y = 2x - 9$	#	25	$y = x^2, y = 2x - x^2$
11	$y^2 = 4ax, y = 3a - x, y = 0$	#	26	$y^2 = 2x, y = x$
12	$y^2 = 4x, x^2 = 4y$	#	27	$y = 4 - x^2, 3x - 2y = 0$
13	$y = x, y = 2 - x^2 \quad x \geq 0$	#	28	$y = -4 + 5x - x^2; y = 2x - 4$
14	$y = x - 4, y^2 = 2x$	#	29	$y = x^2 - 4x - 5; y = x - 2$
15	$y = x - 2, y^2 = x$	#	30	$y = x^2, y = x - 2$

3. Поміняти порядок інтегрування в подвійному інтегралі:

$$\int_a^b dx \int_{g(x)}^{h(x)} f(x, y) dy.$$

4. Обчислити подвійний інтеграл: $\int_a^b x dx \int_{g(x)}^{h(x)} y dy.$

N	a	b	g(x)	h(x)	#	N	a	b	g(x)	h(x)
01	0	1	$2x^2$	$3 - x$	#	16	0	1	0	$2 - x$
02	0	$3/2$	$2x^2$	$x + 3$	#	17	0	$1/2$	x	$\sqrt{x}$
03	-1	0	$2x^2$	$x + 3$	#	18	0	1	0	$x^2 + 1$
04	0	2	$4 - 2x^2$	$4 - x^2$	#	19	0	1	0	$4 - x^2$
05	0	3	$\sqrt{9 - x^2}$	$\sqrt{25 - x^2}$	#	20	1	2	0	x^2
06	0	2	x^2	$x^2 + 2$	#	21	1	4	0	$\sqrt{x}$
07	0	4	$2 - x/2$	$8 - x^2/2$	#	22	0	4	$3x^2$	$12x$
08	0	4	$1 + x/2$	$4 + 3x/2$	#	23	0	1	$2x$	$3x$
09	0	4	$3\sqrt{x}/2$	$\sqrt{25 - x^2}$	#	24	0	1	$-\sqrt{1 - x^2}$	$1 - x$

10	0	1	$2x+1$	$4-x^2$	#	25	0	1	$x^2/2$	$\sqrt{3-x^2}$
11	0	2	$x^2/4$	$2\sqrt{x}$	#	26	0	2	$x^2/4-1$	$6-x$
12	0	4	$3x/4$	$7-x$	#	27	-6	2	$x^2/4-1$	$2-x$
13	0	4	$3x/4$	$\sqrt{25-x^2}$	#	28	0	1	x	$2-x$
14	0	1	-1	x^2+1	#	29	0	4	$x/2$	$\sqrt{x}$
15	-1	0	$-\sqrt{9+x^2}$	$5x/4$	#	30	0	1	0	x

5. Обчислити об'єм тіла, обмеженого площиною $z=0$, поверхнею $z=f(x,y)$ і циліндричними поверхнями з твірними, паралельними вісі Oz . Зобразити дане тіло і його проекцію на площину xOy . Тут позначено $r^2 = x^2 + y^2$.

N	$f(x,y)$	Цил. поверхні	#	N	$f(x,y)$	Цил. поверхні
01	x	$r^2 = 25, y=0, y=4$	#	16	y^2	$2x+3y=6, x=0$
02	$9-y^2$	$x^2+y^2=9$	#	17	x^2	$y=2x, x=4, y=0$
03	$4-x-y$	$x^2+y^2=4$	#	18	$4-x^2$	$x^2+y^2=4$
04	y^2	$x^2+y^2=9$	#	19	y^2+1	$x+y=1, x=0, y=0$
05	$2-y$	$x^2+y^2=4$	#	20	y	$r^2=25, x=4, x=0$
06	$y^2/4$	$y=2x, x+y=9$	#	21	y	$y=\sqrt{4-x}, x-2y=1$
07	x^2+y^2	$x^2+y^2=4$	#	22	$2\sqrt{y}$	$x^2+y^2=4y$
08	$1-y^2$	$x=y^2, x=2y^2+1$	#	23	$\sqrt{1-x}$	$y=x, y=-x$
09	$1-x^2$	$y=3-x, y=0$	#	24	x^2	$x+y=2, y=0$
10	$4\sqrt{y}$	$x+y=4, x=0$	#	25	x	$x=4-y^2$
11	$2x$	$x+y=3, x=\sqrt{y/2}$	#	26	$5-x-y$	$x^2+y^2=9$

12	$\sqrt{1-y}$	$y = x^2$	#	27	$x^2 + y^2$	$x + y = 2, x = 0, y = 0$
13	y^2	$y = 2x, x = 3$	#	28	$2y$	$y = \sqrt{9 - x^2}$
14	x^2	$x + y = 9, y = 2x$	#	29	$3x$	$y^2 = 2 - x$
15	$2-x$	$y = 2\sqrt{x}, x^2 = 4y$	#	30	$\sqrt{y}$	$y = 3x, x = 2$

ТЕОРІЯ ПОЛЯ

1. Знайти похідну скалярного поля $U(x, y, z)$ в точці $M(x_0, y_0, z_0)$ в напрямку вектора $\vec{S}(a, b, c)$. Знайти градієнт скалярного поля $U(x, y, z)$ в точці M .

№	$U(x, y, z)$	x_0	y_0	z_0	a	b	c
01	$(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$	1	1	1	1	-1	1
02	$x + \ln(y^2 + z^2)$	2	1	1	-2	1	-1
03	$(x^2 y - \sqrt{xy + z^2})$	1	5	-2	0	2	-3
04	$y \cdot \ln(1 + x^2) - \arctg(z)$	0	1	1	2	-3	-2
05	$x \cdot (\ln(y) - \arctg(z))$	-2	1	-1	8	4	8
06	$\ln(3 - x^2) + xy^2 z$	1	3	2	-1	2	-2
07	$xy + \sqrt{xy + z}$	5	1	-2	0	-3	2
08	$x^2 + \sqrt{y^2 + z^2}$	1	-3	4	0	1	-1
09	$\sqrt{xy} + \sqrt{9 - z^2}$	1	1	0	-2	2	-1
10	$x^2 y^2 z^2 - \ln(z - 1)$	1	1	2	5	-6	2

11	$2\sqrt{x+y} + y \cdot \arctg(z)$	3	-2	1	4	0	-3
12	$z^2 + 2\arctg(x-y)$	1	2	-1	1	2	-2
13	$\ln(x^2 + y^2) + xyz$	1	-1	2	1	-1	5
14	$\ln(x + \sqrt{y^2 + x^2})$	1	-3	4	-2	-1	1
15	$x^2 + \arctg(y+z)$	2	1	1	0	3	-4
16	$4\ln(3+x^2) - 8xyz$	1	1	1	1	-2	2
17	$x\sqrt{y} + y\sqrt{z}$	2	4	4	4	2	-1
18	$-2\ln(x^2 - 5) - 4xyz$	1	1	1	1	2	-2
19	$xz^2 - \sqrt{yx^3} + 2z$	2	2	4	1	-1	-3
20	$x\sqrt{y} - yz^2$	2	1	-1	1	1	4
21	$7\ln(1+x^2) - 4xyz$	2	2	-1	-1	2	2
22	$\arctg(y/x) + xy$	2	2	-1	1	1	-2
23	$\sqrt{x^2 + y^2}$	3	4	1	2	1	-2
24	$x\sqrt{y - (z+y)\sqrt{x}}$	1	1	-2	1	-1	3
25	$\ln(1+x^2) - xy\sqrt{z}$	2	-2	4	4	-1	1
26	$\sqrt{xy} - \sqrt{4-z^2}$	1	1	0	1	-2	2
27	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	0	-3	4	2	-1	1
28	$\ln(1+x^2+y^2+z^2)$	3	0	4	1	4	1

29	$y + \ln(x^2 + z^2)$	1	2	1	1	-2	1
30	$xy^2 + \sqrt{xy + z^2}$	5	1	-2	0	2	-3

2. Знайти векторні лінії плоского векторного поля

$$\vec{F}(x, y) = P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}.$$

№	P	Q	№	P	Q	№	P	Q	№	P	Q
01	4y	-9x	09	4x	8y	17	x	4y	25	y	-x
02	2y	3x	10	3y	x	18	-x	y	26	5x	-7y
03	2x	4y	11	2x	8y	19	9y	-4x	27	7x	14y
04	-x	3y	12	X	3y	20	5y	7x	28	2x	6y
05	x	4y	13	4y	-9x	21	6x	12y	29	4y	x
06	3x	6y	14	2y	3x	22	2x	6y	30	-2y	3x
07	4x	-9y	15	5x	10y	23	4x	y	31	3x	2y
08	2y	3x	16	2x	-6y	24	9y	-2x	32	7y	5x

3. Обчислити роботу, яку виконує сила $\vec{F}(x, y) = P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}$, коли її точка прикладання переміщується уздовж лінії γ від точки $A(a, c)$ до точки $B(b, g)$.

№	P(x, y)	Q(x, y)	Контур γ	a	c	b	g
01	$x^2 - 2y$	$y^2 - 2x$	відрізок AB	-4	0	0	2
02	$x^2 + 2y$	$y^2 + 2x$	відрізок AB	-4	0	0	2
03	$x^2 + 2y$	$y^2 + 2x$	$y = 2 - x^2 / 8$	-4	0	0	2
04	$x + y$	$2x$	$x^2 + y^2 = 4; y \geq 0$	2	0	-2	0

05	x^3	$-y^3$	$x^2 + y^2 = 4$; 1 чверть	2	0	0	2
06	$x + y$	$x - y$	$y = x^2$	-1	1	1	1
07	$x^2 y$	$-y$	відрізок АВ	-1	0	0	1
08	$2xy - y$	$x^2 + x$	$x^2 + y^2 = 9$; $y \geq 0$	3	0	-3	0
09	$x + y$	xy	$x^2 + y^2 / 9 = 1$	1	0	0	3
10	y	$-x$	$x^2 + y^2 = 1$; $y \geq 0$	1	0	-1	0
11	$x^2 + y^2$	$x^2 - y^2$	$y = 2x - x^2$	2	0	0	0
12	y	$-x$	$x^2 + y^2 = 2$; $y \geq 0$	2	0	-2	0
13	xy	$2y$	$x^2 + y^2 = 1$; 1 чверть	1	0	0	1
14	y	$-x$	$x^2 + 2y^2 = 1$; $y \geq 0$	1	0	-1	0
15	$x^2 + y^2$	$2(x^2 + y^2)$	$x^2 + y^2 = R^2$; $y \geq 0$	R	0	-R	0
16	$x - y$	1	$x^2 + y^2 = 4$; $y \geq 0$	2	0	-2	0
17	$x^2 y$	$-xy^2$	$x^2 + y^2 = 4$; $y \geq 0$	2	0	0	2
18	$x^2 - y^2$	$x^2 + y^2$	$x^2 / 9 + y^2 / 4 = 1$	3	0	-3	0
19	y^2	$-x^2$	$x^2 + y^2 = 9$; 1 чверть	3	0	0	3
20	$(x + y)^2$	$-(x^2 + y^2)$	відрізок АВ	1	0	0	1
21	$x^2 + y^2$	y^2	відрізок АВ	2	0	0	2
22	0	x	$x^2 + y^2 = 9$; 1 чверть	3	0	0	3

23	$y^2 - y$	$2xy + x^2$	$x^2 + y^2 = 9; y \geq 0$	3	0	-3	0
24	xy	0	$y = \sin(x)$	π	0	0	0
25	$xy - y^2$	x	$y = 2x^2$	0	0	1	2
26	x	y	відрізок AB	1	0	0	3
27	$xy - x$	$x^2 / 2$	$y = 2\sqrt{x}$	0	0	1	2
28	$-y$	x	$y = x^3$	0	0	2	8
29	$x^2 - 2xy$	$y^2 - 2xy$	$y = x^2$	-1	1	1	1
30	$xy - x^2$	x	$y = 2x^2$	0	0	1	2

4. Знайти циркуляцію векторного поля $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ вздовж контура $\gamma : x=x(t); y=y(t); z=z(t)$ в напрямку, що відповідає зростанню параметра t .

№	P	Q	R	$x(t)$	$y(t)$	$z(t)$
01	y	$-x$	z^2	$\cos t$	$\cos t$	$\sqrt{2} \sin t$
02	$-x^2 y^3$	1	z	$\sqrt[3]{4} \cos t$	$\sqrt[3]{4} \cos t$	3
03	$y-z$	$z-x$	$x-y$	$\cos t$	$\sin t$	$2(1-\cos t)$
04	x^2	y	$-z$	$\cos t$	$\sin t/\sqrt{2}$	$\cos t/\sqrt{2}$
05	$y-z$	$z-x$	$x-y$	$4\cos t$	$4\sin t$	$1-\cos t$
06	$2y$	$-3x$	x	$2\cos t$	$2\sin t$	$2-x-y$
07	$2z$	$-x$	y	$2\cos t$	$2\sin t$	1
08	y	$-x$	z	$\cos t$	$\sin t$	3
09	x	z^2	y	$\cos t$	$2\sin t$	$2x-y-1$
10	$3y$	$-3x$	x	$3\cos t$	$3\sin t$	$3-x-y$
11	$-x^2 y^3$	2	xz	$\sqrt{2} \cos t$	$\sqrt{2} \sin t$	1
12	$6z$	$-x$	xy	$3\cos t$	$3\sin t$	3
13	z	y^2	$-x$	$\sqrt{2} \cos t$	$2\sin t$	$\sqrt{2} \cos t$
14	x	$2z^2$	y	$\cos t$	$3\sin t$	$2x-y-2$
15	x	$-z^2/3$	y	$\cos t/2$	$\sin t/3$	$2x-y-1/4$
16	$4y$	$-3x$	x	$4\cos t$	$4\sin t$	$4-x-y$
17	$-z$	$-x$	xz	$\cos t$	$\sin t$	4
18	z	x	y	$2\cos t$	$2\sin t$	0
19	$y-z$	$z-x$	$x-y$	$3\cos t$	$3\sin t$	$2(1-\cos t)$

20	$2y$	$-z$	x	$\cos t$	$\sin t$	$4-x-y$
21	xz	x	z^2	$\cos t$	$\sin t$	$\sin t$
22	$-x^2y^3$	3	y	$\cos t$	$\sin t$	5
23	$7z$	$-x$	yz	$6\cos t$	$6\sin t$	$1/3$
24	xy	x	y^2	$\cos t$	$\sin t$	$\sin t$
25	x	$-z^2$	y	$2\cos t$	$3\sin t$	$2x-y-3$
26	$y-z$	$z-x$	$x-y$	$2\cos t$	$2\sin t$	$3(1-\cos t)$
27	$-2z$	$-x$	x^2	$\cos t/3$	$\sin t/3$	8
28	x	$-3z^2$	y	$\cos t$	$4\sin t$	$2x-y+3$
29	x	$-2z^2$	y	$3\cos t$	$4\sin t$	$2x-y+1$
30	$-x^2y^3$	4	x	$2\cos t$	$2\sin t$	4

5. Обчислити потік векторного поля $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ через сторону трикутника, вирізаного із площини $Ax+By+Cz+D=0$ координатними площинами, в тому напрямку нормалі до площини, що утворює з віссю Oz гострий кут.

№	$P(x, y, z)$	$Q(x, y, z)$	$R(x, y, z)$	A	B	C	D
01	$2z-x$	$x-y$	$3x+z$	1	1	2	-2
02	$4z$	$x-y-z$	$3y+z$	1	-2	2	-2
03	$y-z$	$2x+y$	$x+y+z$	2	1	1	-2
04	$x-2z$	$y-2z$	$2x-y+2z$	-1	2	2	-2
05	$2x-z$	$y-x$	$x+2z$	1	-1	1	-2
06	$2z+x$	$x-3z$	$y+z$	-3	2	4	-6

07	$x+y$	$y+z$	$2x+2z$	3	-2	2	-6
08	$x+y+z$	$2z$	$y-7z$	2	3	1	-6
09	$4z$	$x-y-z$	$3y+2z$	-2	1	1	-4
10	$2z-x$	$x+2z$	$3z$	1	4	1	-4
11	$-4z$	$y-x-7$	$3x-7$	2	-1	2	2
12	$x+y$	$x-z$	$2y-2z$	2	-3	2	6
13	$x+y-z$	$-2z$	$x+7z$	3	2	-1	-6
14	$2y+z$	$x-y$	$y-2z$	1	-1	1	2
15	$2z+y$	$x+y$	$3x+z$	1	1	2	-2
16	$x+z$	$2y+x$	$x+y-z$	1	2	1	-2
17	$y+2z$	$x+2z$	$x-2y$	2	1	2	-2
18	$x+z$	$z-x$	$x+2y+z$	2	2	1	-2
19	z	$x+z$	$y+z$	3	3	1	-3
20	$x-z$	$x+z$	$y+z$	1	1	2	-4
21	$3z-7$	$x+y-z$	$-4x$	2	-1	2	2
22	$2y-2x$	$z-x$	$y+z$	2	-3	2	6
23	$7x+z$	$-2x$	$y+z-x$	-1	2	3	-6
24	$y-2x$	$z-x$	$x+2y$	1	-1	1	2
25	$x+3z$	$y+z$	$2x+y$	2	1	1	-2
26	$y+z-x$	$2y+z$	$x+z$	1	2	1	-2
27	$z-2y$	$2x+z$	$2x+y$	2	1	2	-2
28	$x+2y+z$	$x-z$	$x+z$	1	2	2	-2
29	$x+y$	$x+z$	x	1	3	3	-3
30	$x+z$	$y+z$	$z-x$	2	1	1	-4

6. Для векторного поля $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ обчислити $\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{F})$ та $\text{rot } \vec{F}$

№	P	Q	R	№	P	Q	R
01	x^2	$-xy^2$	z^2	16	xy	$-2yz$	$3zx^2$
02	xy	yz	xz	17	xyz	$-yz^2$	$2xz$
03	xy^2	yz^2	$-x^2$	18	xz^2	yx^2	zy^2
04	xz	z	yz	19	$3xz$	$-2xyz$	zx^2
05	xy	xyz	$-xz$	20	$2xz^2$	yzx^2	xz^2
06	yz	zy^2	xyz	21	$3xy$	$2zy^2$	$-x^2y^2$
07	y^2	$-xy$	z^2	22	$4xy^2$	$-3yz^2$	$2xz^2$
08	xz	$-xyz$	zx^2	23	x^2z^2	x^2y^2	y^2z^2
09	xy	$-zy^2$	$-xz$	24	$2xy$	$-3zy^2$	xz^2
10	xz	$-y$	yz	25	yzx^2	$-2x^2y^2$	y^2z^2
11	yx^2	$-2xy^2$	xz^2	26	$2xz$	$3yx^2$	$-zy^2$
12	$2xy$	$-yz$	xz	27	$4xy^2$	yz^2	$3xz$
13	xy^2	$3yz^2$	$-zx^2$	28	$3xz^2$	$-2yx^2$	zy^3
14	xz	xy^2	yz^3	29	$5xy$	$-yz^3$	$3zx^2$
15	$3xy$	$2xyz$	$-xz$	30	xyz	$-yx^2z^2$	zx^3

7. З'ясувати, чи являється потенціальним векторне поле $\vec{F} = (ax + byz)\vec{i} + (ay + bxz)\vec{j} + (az + bxy)\vec{k}$. У випадку позитивної відповіді знайти його скалярний потенціал $U(x, y, z)$ і перевірити, що $\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}} U$. Тут $a=N$, $b=2N-1$, де N - номер варіанта.

ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

1. Задана функція $U=f(z)$ і комплексне число $z_0 = x_0 + iy_0$. Обчислити значення $U_0 = f(z_0)$ в точці z_0 . Знайти модуль і аргумент комплексного числа U_0 . При добуванні квадратного кореня із двох його значень вибрати те, для якого $\text{Im} \sqrt{z} > 0$.

N	$f(z)$	x	y	N	$f(z)$	x	y
01	$2z + \sqrt{z}$	-3	-4	16	$z^2 + \sqrt{z}$	8	6
02	$3z - \sqrt{z}$	15	-8	17	$z^2 - \sqrt{z}$	7	24
03	$z^2 - \sqrt{z}$	-3	4	18	$(2z^2 + 1)/\sqrt{z}$	-7	24
04	$2z^2 - \sqrt{z}$	15	8	19	$(3z - 1)/\sqrt{z}$	7	-24
05	$-z + \sqrt{z}$	3	4	20	$(3z + 2)/\sqrt{z}$	-7	-24
06	$4z - \sqrt{z}$	3	-4	21	$(2z - 1)/\sqrt{z}$	12	16
07	$4z - 2\sqrt{z}$	-15	-8	22	$(3z + 2)/\sqrt{z}$	12	-16
08	$-3z + 2\sqrt{z}$	-15	8	23	$(3 - z^2)/\sqrt{z}$	-12	16
09	$-2z + \sqrt{z}$	5	12	24	$1 - z + \sqrt{z}$	-12	-16
10	$3z + \sqrt{z}$	-5	12	25	$(2 + z^2)/\sqrt{z}$	21	20
11	$-3z + \sqrt{z}$	5	-12	26	$(2z - z^2)/\sqrt{z}$	-21	20
12	$4z + 3\sqrt{z}$	-5	-12	27	$(z^2 + 1)/\sqrt{z}$	21	-20
13	$2z + 3\sqrt{z}$	-8	-6	28	$(3z + z^2)/\sqrt{z}$	24	10
14	$2z - 3\sqrt{z}$	-8	6	29	$(4z^2 + 1)/\sqrt{z}$	24	-10
15	$4z - \sqrt{z}$	8	6	30	$(z^2 + z + 1)/\sqrt{z}$	-24	10

2. Зобразити на комплексній площині множину всіх точок z , що задовільняють вказаним співвідношенням:

№	СПІВВІДНОШЕННЯ	№	СПІВВІДНОШЕННЯ
01	$ z+2 \leq 2, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$	16	$1 \leq z+2+i \leq 2, \operatorname{Im}(z+i) \geq 0$
02	$ z-1 \leq 1, \operatorname{Re} z \geq 1$	17	$1 \leq z-2+i \leq 3, \operatorname{Re}(z-2) \geq 0$
03	$\operatorname{Re}(z+2) \geq 0, 3\pi/4 < \arg(z-i) < 5\pi/4$	18	$ z-1-i , \operatorname{Im} z \geq 1, \operatorname{Re} z \geq 1$
04	$1 \leq z-i \leq 2, \pi/4 < \arg(z+i) < \pi/2$	19	$ z-2-i \leq 2, \operatorname{Im} z \leq 1, \operatorname{Re} z \geq 3$
05	$ z \leq 4, -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$	20	$ z-1+i \geq 1, \operatorname{Im} z \leq -1, \operatorname{Re} z \leq 1$
06	$ z \leq 2, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$	21	$ z-1-i \geq 1, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2,$ $0 \leq \operatorname{Im} z \leq 2$
07	$ z \geq 2 + \operatorname{Im} z, \operatorname{Re} z \leq 2, \operatorname{Im}(z+2) \geq 0$	22	$ z+i \leq 2, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1$
08	$ z \geq 2 + \operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z \leq 2, \operatorname{Re}(z+2) \geq 0$	23	$ z-i \leq 1, 0 \leq \arg z \leq \pi/4$
09	$\operatorname{Re}(1/z) \geq 1/4, -\pi/4 \leq \arg(z-2) \leq \pi/2$	24	$ z-i \leq 2, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 2$
10	$\operatorname{Im}(1/z) \geq 1/4, 0 \leq \arg(z+2i) \leq 3\pi/4$	25	$ z+i \geq 1, -\pi/4 \leq \arg z \leq 0$
11	$\operatorname{Re}(1+z) > z , \pi/2 \leq \arg(z-2) \leq \pi$	26	$ z-1-i \geq 1, \arg z \leq \pi/4$
12	$1 - \operatorname{Im} z > z , \pi/4 \leq \arg(z+i) \leq \pi$	27	$ z-1 \geq 1, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 0, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$
13	$ z < 3, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 2$	28	$ z+i \leq 1, -3\pi/4 \leq \arg z \leq -\pi/4$
14	$ z-1 \leq 1, \operatorname{Im} z \geq 0$	29	$ z-i \leq 1, \arg z \geq \pi/4, \arg(z+1-i) \leq \pi/4$
15	$2 + \operatorname{Re} z \geq z , \operatorname{Re}(z-2) \leq 0$	30	$ z-2-i \geq 1, 1 \leq \operatorname{Re} z \leq 3, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 3$

3. Подати задану функцію $w=f(z)$, де $z = x + iy$ у вигляді $w=u(x,y)+iv(x,y)$, перевірити умови Коші-Рімана.

N	$f(z)$	N	$f(z)$
01	$i z^2 + 2z - \exp(z)$	16	$2 z^3 - iz - \exp(-z)$
02	$2 z^3 - z^2 + \sin z$	17	$-z^3 + 2 z^2 + \sin z$
03	$3 z^2 - iz + \exp(iz)$	18	$3 z^3 - iz + \cos z$
04	$-i z^3 + 3z - \cos z$	19	$i z^2 + 3z + \exp(iz)$
05	$-2 z^3 + 3z - \sin iz$	20	$8 z^2 + \sin iz$
06	$4 z^3 + 5/z$	21	$4 z^3 - 3/(z-2)$
07	$-2 z^3 + iz + \cos iz$	22	$i z^2 - 2z + \cos iz$
08	$5 z^3 + 2 z^2 - iz + 2/z$	23	$2 z^3 + 5 z^2 + 3iz + 4/z$
09	$i z^3 - 2 z^2 + \operatorname{ch} z$	24	$-i z^3 + z^2 - 5z + \operatorname{ch} z$
10	$z^3 - i z^2 + 3z - \operatorname{sh} z$	25	$5 z^3 + 4z + \operatorname{ch} iz$
11	$4 z^3 + 5z - \operatorname{ch} iz$	26	$i z^3 + z^2 + 2\operatorname{sh} z$
12	$-3 z^3 + 2i z^2 + \operatorname{sh} iz$	27	$2i z^3 - 3 z^2 + 4\operatorname{sh} iz$
13	$i z^2 + 3z - 2 + \ln z$	28	$3 z^2 - iz + 7i - \ln z$
14	$3 z^2 - z + \ln iz$	29	$-z^2 + 3z + \ln iz$
15	$2i z^2 - 3z + 1/(z-i)$	30	$-3 z^2 + 2iz - 1/(z+2i)$

4. Користуючись основною теоремою про лишки, обчислити інтеграл по замкненому контуру Γ від функції $f(z)$

$$\oint_{\Gamma} f(z) dz$$

Γ -коло $|z - z_0| = R$ з центром в точці $z_0 = x_0 + iy_0$ радіуса R .

Розв'язок повинен супроводжуватись рисунком, на який наносять контур Γ і всі особливі точки функції $f(z)$.

N	$f(z)$	x_0	y_0	R	N	$f(z)$	x_0	y_0	R
01	$\frac{\exp(\pi z)}{z^2(z^2+4)}$	0	2	3	16	$\frac{1}{z^2(z^2+1)}$	0	1	3/2
02	$\frac{z^2}{(z^2+\pi^2)(z^2+2i)^2}$	0	π	2	17	$\frac{2}{z^2(z^2-1)}$	1	1	3/2
03	$\frac{\sin(\pi z/2)}{(z^2+1)(z-1)^2}$	1	1	2	18	$\frac{1}{z^2(z^2+4)}$	0	1	2
04	$\frac{\cos \pi z}{z^2(z^2-2z-3)}$	-1	1	2	19	$\frac{\exp(-\pi z)}{z^2(z^2+4)}$	0	-2	3
05	$\frac{\exp(iz)}{z^2(z^2-\pi^2/4)}$	$\pi/2$	0	2	20	$\frac{z}{(z-2i)(z^2+\pi^2)}$	0	π	2
06	$\frac{z}{(z^2+9)(z-i)^2}$	0	3	3	21	$\frac{\sin(\pi z/2)}{(z+1)^2(z^2+1)}$	-1	1	2
07	$\frac{z+2}{(z+1)^2(z^2+2iz-5)}$	-2	0	2	22	$\frac{\cos(z)}{z^2(z^2+2z-3)}$	1	1	2
08	$\frac{z^2}{(z+i)^2(z^2+1)}$	1	-1	2	23	$\frac{\exp(-iz)}{z^2(z^2-\pi^2/4)}$	$-\pi/2$	0	2

09	$\frac{\cos(\pi z/2)}{(z-2)^2(z^2+4)}$	2	1	3	24	$\frac{z}{(z+i)^2(z^2+9)}$	0	-3	3
10	$\frac{z}{(z+i\pi)^2(z^2+\pi^2/4)}$	0	-2	2	25	$\frac{\exp(z)}{z(z-1)^2}$	1	1	2
11	$\frac{\exp(z)}{(z-2i)z^2}$	0	0	3	26	$\frac{z}{(z-i)^2(z^2+4)}$	2	1	3
12	$\frac{\cos(z)}{(z-\pi/4)z^2}$	0	$\pi/4$	1	27	$\frac{\sin(z)}{z^2(z-\pi)}$	π	0	4
13	$\frac{z^3}{(z^2-1)(z-2)^2}$	2	0	2	28	$\frac{\cos(z)}{(z^2-\pi^2)(z-i)^2}$	π	1	4
14	$\frac{z^2}{(z-1)(z-2)^2}$	1	0	2	29	$\frac{\exp(-z)}{z^2(z^2+4)}$	0	2	3
15	$\frac{\sin(z)}{z^2(z^2+4\pi^2)}$	1	2π	3	30	$\frac{1}{(z-2)^2(z^2+1)}$	2	-2	3

5. Скориставшись основною теоремою про лишки, обчислити інтеграл:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + px^2 + q}$$

<i>N</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>N</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>N</i>	<i>p</i>	<i>q</i>
01	6	25	11	24	400	21	32	1156
02	-6	25	12	-24	400	22	-32	1156
03	16	100	13	48	676	23	54	2025
04	-16	100	14	-48	676	24	-54	2025
05	10	169	15	70	1369	25	18	1762
06	-10	169	16	-70	1369	26	-18	1762
07	14	625	17	42	841	27	40	3104
08	-14	625	18	-42	841	28	-40	3104
09	30	289	19	64	1600	29	22	3721
10	-30	289	20	-64	1600	30	-22	3721

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1. Знайти загальні розв'язки диференціальних рівнянь першого порядку

1. $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x.$

2. $x^2 + xy' = y,$

3. $(2x + 1)y' = 4x + 2y.$

4. $xy' - 2y = 2x^4.$

5. $(xy + e^x)dx - xdy = 0.$

6. $x^2y' + xy + 1 = 0.$

7. $y = x(y' - x \cos x).$

8. $y' \cos x - y \sin x = 2x,$

9. $2x(x^2 + y)dx = dy.$

10. $(xy' - 1) \ln x = 2y.$

11. $xy' + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}.$

12. $(x + y^2)dy = ydx.$

13. $y' + 2y = e^{-x}.$

14. $y' - 2xy = 2xe^{x^2}.$

15. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x},$

16. $y' + 2xy = e^{-x^2}.$

17. $xy' - 2y = x^3 \cos x.$

18. $(2x - y^2)y' = 2y.$

19. $y' + y \cos x = \cos x,$

20. $y'x \ln x - y = 3x^2 \ln^2 x.$

21. $(2e^y - x)y' = 1.$

22. $y' - \frac{y}{(1 - x^2)} - 1 - x = 0,$

23. $y' + \frac{2y}{x} = x^3.$

24. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x},$

25. $xy' - y = x^2 \cos x.$

26. $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$

27. $y' \cos x + y = 1 - \sin x.$

28. $xy' + y - e^x = 0,$

29. $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x.$

30. $y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x.$

2. Знайти загальні розв'язки лінійних однорідних диференціальних рівнянь (ЛОДР) другого порядку зі сталими коефіцієнтами:

а) $y'' + ay' + by = 0$; б) $y'' + py' + qy = 0$; в) $y'' + ry' + sy = 0$.

№	а)		б)		в)		*	№	а)		б)		в)	
	a	b	p	q	r	s	*		a	b	p	q	r	s
01	7	10	2	1	-10	26	*	16	5	4	-30	225	-2	2
02	6	8	4	4	-10	29	*	17	6	5	-28	196	-2	5
03	7	12	6	9	-10	34	*	18	5	6	-26	169	-2	10
04	1	-2	8	16	-8	25	*	19	10	9	-24	144	4	5
05	2	-3	10	25	-8	20	*	20	-7	10	-22	121	4	8
							*							
06	3	-4	12	36	-8	17	*	21	-6	8	-18	81	4	13
07	1	-6	14	49	-6	18	*	22	-7	12	-20	100	6	10
08	1	-12	16	64	-6	13	*	23	-1	-2	-16	64	6	18
09	1	-20	20	100	-6	10	*	24	-2	-3	-14	49	6	13
10	2	-15	18	81	-4	13	*	25	-3	-4	-12	36	8	17
							*							
11	4	-5	22	121	-4	8	*	26	-1	-6	-10	25	8	20
12	4	-12	24	144	-4	5	*	27	-1	-12	-8	16	8	25
13	5	-14	26	169	2	10	*	28	-4	-5	-6	9	10	26
14	3	2	28	196	2	5	*	29	-3	2	-4	4	10	29
15	4	3	30	225	2	2	*	30	-4	3	-2	1	10	34

3. а) Знайти розв'язки лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР) другого порядку зі сталими коефіцієнтами $y'' + py' + qy = (kx + c)\exp(ax)$, що задовольняє початковим умовам: $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$

б) Знайти загальний розв'язок ЛНДР другого порядку:

$$y'' + ry' + sy = A \cos bx + B \sin bx$$

№	p	q	k	c	a	r	s	A	B	b
01	-3	2	-4	3	1	-2	0	2	1	1
02	-4	15/4	-2	1	-3/2	0	9	0	-18	3
03	-3	2	5	6	2	-1	0	3	0	2
04	-2	3/4	-5/2	3/2	1/2	-5	0	15	0	5
05	-5	6	2	-3	2	4	0	32	-8	2
06	-6	35/4	-2	1	5/2	-9	0	-9	18	3
07	5	6	1	2	-2	-1	0	6	10	1
08	4	15/4	1/2	-3/2	-5/2	-1	0	2	0	1
09	3	2	-4	-3	-1	-4	0	16	0	2
10	2	3/4	-7/2	5/2	-3/2	0	25	20	-10	5
11	-7	12	-3	2	3	-4	0	4	8	2
12	6	35/4	-6	5	-7/2	-16	0	64	-64	4
13	7	12	-1	0	-3	0	16	16	0	4
14	-1	1/4	3	1/2	1/2	4	0	0	16	4
15	-9	20	-3	-4	4	0	1	-6	2	1
16	-3	9/4	3	3/2	3/2	0	64	-16	16	8
17	9	20	2	3	-4	-3	0	2	0	3
18	-5	25/4	-3	5/2	5/2	-49	0	49	49	7
19	-2	1	1	1	1	2	0	2	0	2
20	-7	49/4	3	7/2	7/2	5	0	50	0	5
21	-4	4	1	2	2	0	36	-12	24	6

22	1	1/4	1	-1/2	-1/2	0	81	3	9	9
23	-6	9	-1	3	3	-25	0	25	25	5
24	3	9/4	4	-3/2	-3/2	-64	0	128	0	8
25	2	1	1	-1	-1	3	0	0	2	3
26	5	25/4	4	-5/2	-5/2	1	0	2	0	1
27	4	4	1	-2	-2	0	49	7	14	7
28	7	49/4	4	-7/2	-7/2	0	100	-30	20	10
29	6	9	3	-3	-3	-36	0	72	72	6
30	-9	81/4	3	9/2	9/2	-81	0	0	81	9

4. Знайти загальний розв'язок системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

$$\begin{cases} x' = px + qy \\ y' = rx + sy \end{cases}$$

№	p	q	r	s	*	№	p	q	r	s
01	4	6	4	2	*	16	-5	8	3	-3
02	1	4	2	3	*	17	-7	5	4	-8
03	5	8	3	3	*	18	2	1	3	4
04	3	1	8	1	*	19	1	1	-2	3
05	4	1	8	2	*	20	1	-1	-4	1
06	5	4	2	3	*	21	-2	4	6	-4
07	1	3	3	1	*	22	-3	2	4	-1
08	2	8	1	4	*	23	-4	1	8	-2
09	1	5	7	3	*	24	-3	7	5	-1
10	2	3	1	4	*	25	-4	1	3	-2
11	3	1	5	-1	*	26	1	5	1	-3
12	6	3	-8	-5	*	27	-2	8	1	-4
13	-3	2	4	-5	*	28	-3	2	4	-5
14	3	-2	2	8	*	29	-1	8	1	-3
15	-4	6	4	-2	*	30	-3	3	8	-5

РЯДИ

1. Знайти суми числових рядів:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{an^2 + bn + c}$; б) $\sum_{n=k}^{\infty} \frac{Bn + D}{(n+p)(n+q)(n+r)}$.

N	A	a	b	c	k	B	D	p	q	r
01	6	9	12	-5	3	-5	4	0	-1	-2
02	6	9	6	-8	1	1	6	0	2	3
03	24	9	-12	-5	1	5	3	0	1	3
04	9	9	21	-8	3	4	-2	2	-1	1
05	2	4	8	3	1	0	14	0	1	3
06	14	40	-28	-45	2	3	-5	-1	0	1
07	3	9	3	-2	1	0	12	0	2	3
08	7	49	-7	-12	3	0	1	-2	0	2
09	6	1	1	-2	1	3	-2	2	1	0
10	14	49	-14	-48	3	1	2	-2	-1	0
11	6	36	-24	-5	2	5	-2	-1	0	2
12	14	49	-84	13	1	0	10	0	1	2
13	4	4	4	-3	1	3	2	0	1	2
14	7	49	35	-6	2	1	5	-1	1	2
15	9	9	3	-20	3	-8	10	-1	1	-2
16	14	49	-42	-40	2	3	-1	0	-1	1
17	8	16	-8	-15	3	1	-4	-1	0	-2
18	7	49	-21	-10	1	5	9	0	1	3
19	5	25	5	-6	1	3	8	0	1	2

20	7	49	-35	-6	2	5	-2	0	-1	2
21	2	1	3	2	1	1	-1	0	1	2
22	12	36	12	-35	1	-1	2	0	1	2
23	7	49	21	-10	1	1	6	0	1	2
24	3	9	-3	-2	2	1	-2	-1	0	1
25	5	25	-5	-6	2	0	1	-1	1	0
26	8	16	8	-15	1	-1	1	3	0	1
27	14	49	-56	-33	2	3	1	-1	-1	0
28	12	36	-12	-35	1	-1	4	0	1	2
29	7	49	7	-12	3	0	4	1	0	2
30	14	4	-70	-24	1	-1	3	0	1	3

2. Дослідити збіжність числових рядів: а) за ознакою Даламбера $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$;

б) за ознакою Коші $\sum_{n=2}^{\infty} b_n$;

с) для знакопозереджених рядів дослідити абсолютну або умовну збіжність $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n c_n$

№	a_n	b_n	c_n
01	$(3n-1)/3^{n-1}$	$n/(4n^2+25)$	$(\ln n)/n$
02	$(n+1)/2^n$	$1/((n+1)\ln^2(n+1))$	$n/\ln n$
03	$n!/2^n$	$1/((2n+1)\ln^3(2n+1))$	$\sqrt[4]{n}/(n+3)$
04	$2^{n+1}/(n+1)!$	$1/((2n+3)\ln^2(2n+3))$	$1/(2n+1)^2$
05	$(2n+2)!/2^n$	$1/((n+7)\ln^2(n+7))$	$1/(\sqrt{n}+1)$
06	$(n+5)/n!$	$1/((n+3)\sqrt{\ln(n+7)})$	$1/\sqrt{2n+3}$
07	$3^n/(n+1)!$	$1/((n+3)(n+2))$	$1/\sqrt[3]{n+3}$
08	$n^n/n!$	$1/((n+7)(n+7))$	$1/\sqrt[3]{n+2}$
09	$5^n/(2n)!$	$1/((n+3)(n+5))$	$n/(2n+5)$
10	$6^n/n!$	$1/((n+5)\sqrt{\ln(n+5)})$	$1/(\sqrt[5]{n}+4)$
11	$(n^2+5)/(n+2)!$	$(2n+5)/((n+4)(n+6))$	$n/\sqrt[3]{2n+3}$
12	$2^n/\sqrt{n+1}$	$n/((n+5)(n+7))$	$1/(n \ln n)$
13	$(n^3+7)/(n+3)!$	$1/((n+6)\ln^2(n+8))$	$1/\sqrt[4]{n^3}$
14	$7^{2n}/(n+2)!$	$(\ln(n+4))/(n+4)$	$\sqrt{n}/(n+2)$
15	$(2n-1)!/3^n$	$1/((n+6)\ln^3(n+6))$	$\sin(\pi/2^n)$
16	$n!/(n^3+3)$	$(n+4)/\sqrt{\ln(n+4)}$	$1/(3n-1)^2$
17	$n!/3^n(n^3+4)$	$(\ln^2(n+5))/(n+5)$	$1/\sqrt[3]{n+2}$

18	$n!/2^n$	$1/(n+2)\sqrt{\ln(n+2)}$	$1/\sqrt{3n+2}$
19	$(n+1)!/n^n$	$(\ln n)/((n+5)(n+7))$	$(n+1)/(n+5)$
20	$5^n/(n+1)!$	$1/((n+3)(n+5)(n+7))$	$n/(2n+1)$
21	$(2n)!/3^{n+1}$	$1/((n+4)\ln^2(n+4))$	$n/((n+1)(n+2))$
22	$n!/9^n$	$1/((n+6)\ln^3(n+6))$	$n^2/\sqrt[3]{n^4+5}$
23	$5^n/(n+2)!$	$1/((n+3)\sqrt[3]{\ln(n+3)})$	$n/\sqrt[3]{n^4+7}$
24	$7^n/(n+3)!$	$1/(n\sqrt{\ln n})$	$(n+2)/\sqrt[3]{n^2}$
25	$2^n/(n+4)!$	$1/((n+8)\ln^2(n+8))$	$\sqrt{n}/(2n+1)$
26	$(2n-1)!/5^n$	$1/((n+3)\ln^3(n+3))$	$n/\sqrt[4]{n^3+4}$
27	$n!/4^n$	$1/((n+5)\sqrt{\ln(n+5)})$	$n/\sqrt{n^5+2}$
28	$(2n)!/4^n$	$1/((n+8)\ln^3(n+8))$	$\sqrt[3]{n+2}/(n^2+6)$
29	$(2n)!/5^n$	$\sqrt{\ln(9n+5)}/(9n+5)$	$1/\sqrt[5]{3n+2}$
30	$n!/7^n$	$1/((n+5)\ln^2(n+5))$	$\sqrt{n}/(n+1)$

3. Знайти радіуси та інтервали збіжності степеневих рядів та дослідити їх збіжність на кінцях цих інтервалів:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-p)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n(x-q)^n$.

4. Обчислити інтеграл $\int_0^c f(x)dx$ з точністю до 0,0001, розклавши підінтегральну функцію $f(x)$ в степеневий ряд і почленно проінтегрувати його.

№	p	a_n	q	b_n	c	f(x)
01	1	$1/(2n+5)$	-3	$1/2^{n+1}$	1/2	$1/(\sqrt{1+x^4})$
02	-1	$1/\sqrt[3]{8n^3+2}$	2	$1/(n4^n)$	1/3	$x^3 \arctg x$
03	1	$1/(10n+6)$	-4	$1/(2^n(n+1))$	0.1	$\exp(-6x^2)$

04	2	$1/\sqrt{n+7}$	-7	$1/(5^n n^2)$	1	$\cos(x^2)$
05	-1	$1/(4n+5)$	4	$1/(2^n(n+3))$	1/9	$\sqrt{x} \exp(x)$
06	2	$1/\sqrt[3]{n^3+9}$	7	$1/(n2^n)$	0.1	$\sin(100x^2)$
07	-1	$1/(3n+8)$	-2	$1/(n^2 3^n)$	1	$(\ln(1+x/5))/x$
08	3	$1/(5n+8)$	5	$1/(4^n(n+1))$	0.2	$\exp(-3x^2)$
09	-2	$1/(2n+7)$	-6	$1/(5^n(n+1))$	1	$1/(\sqrt{16+x^4})$
10	1	$1/((2n+9)n)$	1	$1/(3^n n)$	0.2	$(1-\exp(-x))/x$
11	2	$1/\sqrt{3n^2+5}$	-3	$1/(4^n \sqrt{n})$	0.4	$(\ln(1+x/2))/x$
12	1	$1/(7n+2)$	4	$1/(5^n n^2)$	0.2	$\cos(0.25x^2)$
13	-3	$1/(9n+5)$	-2	$1/(7^n(n+3))$	2.5	$1/\sqrt[3]{125+x^3}$
14	2	$1/(6n+5)$	1	$1/(3^n(n+2))$	0.4	$\exp(-3x^2/4)$
15	1	$1/(4n+7)$	5	$1/(5^n(n+1))$	0.5	$1/\sqrt[3]{1+x^3}$
16	2	$1/(8n+5)$	-1	$1/(2^n(n+3))$	1	$1/\sqrt[3]{8+x^3}$
17	1	$1/((8n+3)n)$	-6	$1/(3^n(n^2+4))$	0.4	$\cos((5x/2)^2)$
18	0	$1/(2n+5)$	-2	$1/(4^n(n+2))$	1	$(1-\cos x)/x^2$
19	-2	$1/(7n+4)$	-4	$1/(5^n(n+3))$	0.4	$(1-\exp(x/2))$
20	-1	$1/(3n+5)$	2	$1/(4^n \sqrt{n+3})$	1/3	$x \arctg(x^2)$
21	-2	$1/\sqrt{n+7}$	3	$1/(5^n(n+5))$	0.5	$1/\sqrt[3]{27+x^3}$
22	1	$1/\sqrt{n+3}$	7	$1/(6^n(n^2+1))$	1	$\exp(-x^2/3)$
23	3	$1/(2n+3)$	5	$1/(2^n(n+3))$	0.5	$x \arctg x$
24	2	$1/(6n+3)$	-4	$1/(3^n \sqrt{n+2})$	1	$\cos(x^2/3)$
25	-2	$1/\sqrt{5n+4}$	3	$1/(4^n \sqrt[3]{n+3})$	0.5	$\ln(1+x^2)$
26	1	$1/(5n+9)$	-5	$1/(5^n \sqrt{n+6})$	0.5	$x \ln(1-x^2)$

27	2	$1/\sqrt[3]{2n+3}$	-2	$1/(3^n(n+3))$	1	$(\sin(x^2))/x$
28	1	$1/(5n+6)$	2	$1/(4^n(n+4))$	0.5	$x \exp(-x^3)$
29	2	$1/\sqrt{6n+5}$	3	$1/(3^n \sqrt[3]{n+2})$	1	$\exp(-x^3)$
30	-5	$1/(2n+7)$	-5	$1/(4^n \sqrt{n+4})$	0.5	$\sqrt{1+x^2}$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Стрелковська І.В. Визначений інтеграл / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. – Одеса: Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова, 2009. – 84 с.
2. Стрелковська І.В., Буслаєв А.Г., Паскаленко В.М. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку. Ч. 1. Одеса ВМВ, 2010. – 620 с.
3. Стрелковська І.В., Буслаєв А.Г. Паскаленко В.М. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку. Ч. 2. Одеса ВМВ, 2010. – 594 с.
4. Стрелковська І.В., Паскаленко В.М. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку. Ч. 3. Одеса ВМВ, 2012. – 496 с.
5. Стрелковська І.В., Паскаленко В.М. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку. Ч. 4. Одеса ВМВ, 2015. – 668 с.
6. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Операційне числення для фахівців у галузі зв'язку (для студентів та аспірантів). Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2017. – 120 с.
7. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Рівняння математичної фізики для фахівців у галузі зв'язку (для студентів та аспірантів). Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2017. – 104 с.
8. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Диференціальні рівняння для фахівців в галузі ІТ-галузі. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2018. – 188 с.
9. Стрелковська І.В., Паскаленко В.М. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку. Ч. 5. Одеса ВМВ, 2018. – 508 с.
10. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Навчальний посібник. – Одеса. Державний університет інтелектуальних технологій та зв'язку. – Одеса, 2021. – 122 с.
11. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Векторний аналіз. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2021. – 122 с.
12. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Векторна алгебра. Навчальний посібник для фахівців у галузі інформаційних технологій. – Міжнародний гуманітарний університет. – Одеса, 2023. – 79 с.
13. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Лінійна алгебра. Навчальний посібник для фахівців у галузі інформаційних технологій. – Міжнародний гуманітарний університет. – Одеса, 2023. – 182 с.
14. Стрелковська І.В., Паскаленко В.М. Операційне числення для фахівців ІТ-галузі: навчальний посібник для магістрів та аспірантів, які навчаються за спеціальностями галузі 12 - Інформаційні технології. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. – Одеса: МГУ, 2023. – 120 с.

15. Стрелковська І.В., Паскаленко В.М. Диференціальні рівняння для фахівців в галузі ІТ: навчальний посібник для магістрів та аспірантів, які навчаються за спеціальностями галузі 12 - Інформаційні технології. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету. – Одеса: МГУ, 2023. – 190 с.
16. Стрелковська І.В., Паскаленко В.М. Ряди Фур'є. Навчальний посібник для фахівців у галузі інформаційних технологій. Кафедра інформаційних технологій Міжнародного гуманітарного університету – Одеса: МГУ, 2025. – 100 с.

Допоміжна

1. Стрелковська І.В. Інтеграли та ряди. Методичні вказівки та зразки розв'язків комплексного індивідуального завдання для студентів першого курсу всіх спеціальностей / І.В. Стрелковська, В.О. Бойко, В.М. Паскаленко, О.М. Харсун та ін. – Одеса: ОНАЗ, 2000. – 46 с.
2. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник. Ч. 2. Київ, «Техніка», 2000.–792 с.
3. Овчинников П.П. Вища математика. Збірник задач. Ч. 1 – К.: Техніка, 2000.
4. Овчинников П.П., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник. Ч. 1 Київ, «Техніка», 2000. – 592 с.
5. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Вступ до математичного аналізу. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2005. – 119 с.
6. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М., Шкуліпа А.В. Комплексні числа. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2005. – 42 с.
7. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Визначений інтеграл. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2005. – 81 с.
8. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Невизначений інтеграл. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2005. – 139 с.
9. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Диференціальне числення функцій декількох змінних. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2005. – 72 с.
10. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Аналітична геометрія. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2006. – 130 с.
11. Стрелковська І. В., Паскаленко В. М. Лінійні простори. Основні поняття. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2006. – 55 с.
12. Стрелковська І. В., Буслаєв А.Г., Григор'єва Т.І. та інші. Розрахункові завдання з вищої математики. Модуль №3. Інтегральне числення. Модуль №4. Диференціальні рівняння та ряди. Навчальний посібник. – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова. – Одеса, 2007. – 32 с.
13. Strelkovskaya I., Solovskaya I., Makoganiuk A. Different extrapolation methods in Problems of Forecasting. Advances in Information and Communication Technology and Systems. Lecture Notes in

- Networks and Systems. 2020. Vol. 152. Springer. P. 217-228. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58359-0_12
14. Strelkovskaya I., Solovskaya I., Makoganiuk A. Different Approaches to Studying the Extreme Properties of Signal Functions Synthesized With Splines. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies (LNDECT). 2020. Vol. 48. Springer. P. 17-33. https://doi.org/10.1007/978-3-030-43070-2_2
 15. Strelkovskaya I., Solovskaya I., Strelkovska J. Spline-approximation and Spline-extrapolation methods in telecommunication problems. Current Trends in Communication and Information Technologies. Lecture Notes in Networks and Systems. 2021. Vol. 212. Springer. P. 3-20.
 16. Стрелковська І.В., Соловська І.М., Стрелковська Ю.О. Застосування дійсних та комплексних сплайнів в задачах інфокомунікацій. Проблеми телекомунікацій. – 2021. – № 1(28). – С. 3-19.
 17. Стрелковська І.В., Соловська І.М., Стрелковська Ю.О. Визначення місцезнаходження користувача в мережі 5G на базі комплексних сплайн-функцій. Інфокомунікаційні та комп'ютерні технології. – 2022. – № 1 (03). – С. 64-73.
 18. Strelkovskaya I., Solovskaya I., Strelkovskaya J., Paskalenko V. Complex spline approximation in positioning problems. Radioelectronics and Communications Systems. 2022. Vol. 65 (7). P. 376–385.
 19. Стрелковська І.В., Соловська І.М., Стрелковська Ю.О. Застосування параметричних сплайн-функцій в моделюванні Вісник Хмельницького університету, 2024, Т.1, Вип. 3, С. 228-233.

Інформаційні ресурси

1. Національна бібліотека України ім. В.І. Вернадського: веб-сайт. URL: <http://www.nbuv.gov.ua>.

ЗМІСТ

1. Опис навчальної дисципліни.....	3
2. Програма навчальної дисципліни.....	5
3. Структура навчальної дисципліни.....	7
4. Питання до практичних занять.....	9
5. Самостійна робота.....	11
6. Види та методи контролю.....	13
7. Питання до підсумкового контролю.....	13
8. Критерії підсумкової оцінки знань студентів.....	15
9. Варіанти індивідуальних завдань для самостійної роботи	19
10. Рекомендована література.....	105

Навчальне видання

Стрелковська Ірина Вікторівна
Григор'єва Тетяна Ігорівна
Паскаленко Вікторія Миколаївна

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів