

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Національний університет «Одеська юридична академія»
Кафедра кібербезпеки**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

"ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА"

(частина 1)

Методичні вказівки
до лекційних та практичних занять
для підготовки бакалаврів з галузі знань
12 "Інформаційні технології"

Автори:

Бакуніна О.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри кібербезпеки Національного університету «Одеська юридична академія»

**Рекомендовано навчально-методичною радою
Національного університету «Одеська юридична академія»,
протокол № 2 від 4 грудня 2020 р.**

Рецензенти:

Задерейко О.В. – кандидат технічних наук, доцент кафедри Інформаційних технологій Національного університету «Одеська юридична академія»

Глушков А.В. – академік, доктор фізико-математичних наук, професор, зав.кафедри вищої та прикладної математики Одеського Державного Екологічного університету.

Бакуніна О. В. Методичні вказівки до лекційних та практичних занять з дискретної математики / Бакуніна О. В., – Одеса, 2020. – 53 с.

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна “Дискретна математика” вивчається студентами академії за напрямом бакалаврської підготовки з галузі знань 12 «Інформаційні технології» за спеціальністю 125 «Кібербезпека» на першому курсі навчання є нормативною дисципліною та належить до професійного та практичного циклу підготовки.

Дисципліна “Дискретна математика” базується на знаннях, отриманих в шкільних та вузівських загальноосвітніх курсах математики. Отримані знання та вміння будуть використані при вивченні наступних навчальних дисциплін: «Об’єктно-орієнтоване моделювання», «Комп’ютерна схемотехніка», «Розробка прикладних систем баз даних» та інших.

Методичні вказівки містять рекомендації по вивченню розділів дисципліни, контрольні запитання та завдання. Контрольна робота підкріплена прикладами розв’язання типових задач.

Загальний обсяг навчального процесу в годинах, рівень знань та вмінь при вивченні дисципліни визначаються освітньо-професійними програмами.

З М І С Т

МІСЦЕ І ЗНАЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	5
ПРОГРАМА ЛЕКЦІЙНИХ ЗАВДАНЬ	8
ПРОГРАМА ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ	14
ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА	18
ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПО ВИВЧЕННЮ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ	22
ЛІТЕРАТУРА	25
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ.....	26
ЗАГАЛЬНІ ПОРАДИ ПО ВИКОНАННЮ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ.....	26
ВАРІАНТИ ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ.....	27
ПРИКЛАДИ ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ПИТАНЬ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ....	29
ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №1	29
ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №2	35
ВАРІАНТИ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ.....	41
ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ № 1	41
ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ № 2	48

МІСЦЕ І ЗНАЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою дисципліни є формування у студентів теоретичних знань та практичних навичок, необхідних для роботи у наукових та виробничих підрозділах, що здійснюють обслуговування та розробку комп'ютерних систем, а також програмних та програмно-технічних систем виготовлення, тестування, відлагодження та запровадження програмних продуктів.

Згідно з поставленою метою до **задач** дисципліни входить:

- Ознайомлення студентів з основними поняттями дискретної математики як інструментарію при обробці інформації в комп'ютерах.
- Надання студентам навичок перетворення алгебраїчних виразів, які описують обчислювальну систему.

У результаті вивчення дисципліни студенти повинні:

ЗНАТИ:

- Способи опису множини та її елементів. Операції над множинами.
- Злічені та незлічені множини, теореми Кантора, Кантора – Бернштейна.
 - Властивості відношень, області визначення та значення відношення, способи завдання відношення.
 - Типи, композиції відображень.
 - Способи завдання графів, операції над графами.
 - Властивості різних типів графів (зв'язні графи, дводольні графи, дерева, Ейлерові графи.
 - Теореми Ейлера, Кураторського, Жордана.
 - Властивості алгебраїчних операцій на множині і типів алгебри.
 - Сутності логіки, її ролі в діяльності людини.
 - Таблиці істинності і їх роль у встановленні істинності складних висловлень.
- Повний набір булевих функцій, типи булевих функцій.
- Способи перетворення булевих функцій.
- Властивості алгебри Жегалкіна.

- Прості і складені висловлювання, інтерпретації формул логіки висловлювань, доказ тавтологій.
- Основні властивості теорії предикатів.
- Класифікацію граматик та їх властивостей.
- Проблеми пустоти мови, алгебраїчні властивості мов, граматики мов програмування.
- Основи теорії автоматів, властивості автоматів, типи автоматів (скінчені автомати, автомати з магазинною пам'яттю, нескінчені автомати).
- Поняття лінійно-обмежених автоматів і машини Тьюринга.

ВМІТИ:

- Виконувати дії над елементами множини.
- Використовувати кола Ейлера, діаграми Венна.
- Описувати типи відношень.
- Визначати області значення та області визначення відношень.
- Використовувати графи для моделювання різних об'єктів.
- Виконувати операції над графами.
- Використовувати теореми Ейлера, Куратовського для розв'язування прикладних задач та розробки алгоритмів на графах.
- Перетворювати вирази та доказувати тотожності мулевої алгебри, алгебри Жегалкіна.
- Використовувати таблиці істинності для установлення істинності висловлень.
- Перевіряти повноту наборів булевих функцій, приводити формули до заданого базису, застосовувати теорему Поста.
- Використовувати таблиці істинності для установлення істинності висловлювань.
- Використовувати приклади скінчених автоматів для моделювання реальних об'єктів.
- Аналізувати мови, що допускаються автоматами з магазинною пам'яттю, лінійно-обмеженими автоматами та машиною Тьюринга.

Отримані студентами знання та вміння використовуються при курсовому та дипломному проектуванні, у низці магістерських дисциплін.

У методичних вказівках розглядаються питання, які відповідають навчальній програмі дисципліни.

В курсі **“Дискретної математики”** викладаються загальні поняття основ теорії множин, відношень, графів, автоматів, математичної логіки, алгебри висловлювань та теорії предикатів.

Перелік методичної літератури з дисципліни **“Дискретна математика”**, що є в наявності у бібліотеці університету.

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2001. – 304 с.
3. Бондаренко М.Ф. Комп’ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.
4. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
5. Нікольський Ю.В. Дискретна математика. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
6. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
7. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
8. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
9. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ПРОГРАМА ЛЕКЦІЙНИХ ЗАВДАНЬ

ЛЗ1

Основи теорії множин

1. Основні поняття теорії множин, способи опису множин та їх елементів.
2. Операції над множинами, діаграми Ейлера.
3. Основні тотожності теорії множин. Принцип двоїстості. Декартовий добуток множин.
4. Злічені та незлічені множини. Теореми Кантора, Кантора-Бернштейна.

Основи теорії відношень

1. Властивості відношень. Області визначення та значення відношень. Способи завдання відношень.
2. Рефлексивні, антирефлексивні, симетричні, асиметричні, антисиметричні, транзитивні відношення.
3. Відношення еквівалентності, толерантності та порядку.
4. Відображення і функції. Образ і прообраз відображення. Композиція відображень.

ЛЗ2

Алгебраїчні системи

1. Основні терміни і визначення. Підсистеми. Дільники нуля.
2. Групи підстановок і кільце множин.

Комбінаторний аналіз

1. Комбінаторика. Базові моделі. Вибірка елементів. Правило суми і добутку. Перестановки. Сполучення. Рекурентні співвідношення. Біном Ньютона.
2. Додаткові методи комбінаторики. Поліноміальні виробляючі функції. Експонентні виробляючі функції. Принцип включення і виключення. Розбивки.

ЛЗ3

Основи теорії графів

1. Неорієнтовані і орієнтовані графи. Способи завдання графів. Хроматичне число та ступені вершин графів.
2. Спрощення орієнтованих графів.
3. Підграфи. Шляхи. Ланцюги. Маршрути, Цикли. Операції над графами.
4. Древа. Символ дерева, коренева система дерева.

5. Планарність у графах. Визначення існування планарних графів. Теорема Ейлера, Кураторського. Теорема про властивості степенів планарних графів.
6. Мережі і задачі у мережах. Потоки у мережах.

ЛЗ4

Математична логіка

1. Основні булеві функції двох змінних. Таблиці істинності. Основні тотожності булевої алгебри, алгебри Жегалкіна.
2. Аналітичний метод перетворювання формул булевої алгебри, алгебри Жегалкіна.
3. Нормальні форми булевих функцій. Елементарні діз'юнкція та кон'юнкція.
4. Основні типи булевих функцій. Функціональна повнота. Теорема Посту. Приведення булевих функцій до заданого базису.

ЛЗ5

Теорія предикатів

1. Алфавіт і формули. Аксиоматика і правила виведення.
2. Основні властивості теорій першого порядку.

Теорія граматик

1. Визначення та класифікація граматик за Хомським. Автоматні граматики і регулярні мови.
2. Контекстно-вільні мови та їх властивості. Контекстно-вільні граматики. Контекстно-залежні граматики і граматики без обмежень.

ЛЗ6

Теорія автоматів

1. Скінчені автомати та їх властивості. Аналіз і синтез скінчених автоматів. Регулярні мови. Приклади скінчених автоматів для моделювання реальних автоматів.
2. Автомати з магазинною пам'яттю (МП-автомат). Детермінований і не детермінований МП-автомат. МП-автомат і контекстно-вільні мови. Машина Тьюринга. Визначення, властивості, функціонування.

Після вивчення лекційних змістовних модулів студенти мають оволодіти наступними **знаннями**.

ЛЗ1. Основні поняття теорії множин, способи опису множин та їх елементів. Операції над множинами, діаграми Ейлера. Основні тотожності теорії множин. Принцип двоїстості. Декартовий добуток множин. Злічені та незлічені множини. Теореми Кантора, Кантора-Бернштейна. Властивості відношень. Області визначення та значення відношень. Способи завдання відношень. Рефлексивні, антирефлексивні, симетричні, асиметричні, антисиметричні, транзитивні відношення. Відношення еквівалентності, толерантності та порядку. Відображення і функції. Образ і прообраз відображення. Композиція відображень.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ЛЗ1**:

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
3. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
4. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
5. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: "Компанія СМІТ", 2004. – 480 с.

ЛЗ2. Основні терміни і визначення. Підсистеми. Дільники нуля. Групи підстановок і кільце множин. Комбінаторика. Базові моделі. Вибірка елементів. Правило суми і добутку. Перестановки. Сполучення. Рекурентні співвідношення. Біном Ньютона. Додаткові методи комбінаторики. Поліноміальні виробляючі функції. Експонентні виробляючі функції. Принцип включення і виключення. Розбивки.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ЛЗ2**:

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020.

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
3. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
4. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
5. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.

ЛЗ3. Неорієнтовані і орієнтовані графи. Способи завдання графів. Хроматичне число та ступені вершин графів. Спрощення орієнтованих графів. Підграфи. Шляхи. Ланцюги. Маршрути, Цикли. Операції над графами. Деревя. Символ дерева, коренева система дерева. Планарність у графах. Визначення існування планарних графів. Теореми Ейлера, Кураторського. Теореми про властивості степенів планарних графів. Мережі і задачі у мережах. Потоки у мережах.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ЗМ-Л2:**

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020.
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
3. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
4. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
5. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с
6. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
7. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ЛЗ4. Основні булеві функції двох змінних. Таблиці істинності. Основні тотожності мулевої алгебри, алгебри Жегалкіна. Аналітичний метод перетворювання формул мулевої алгебри, алгебри Жегалкіна. Нормальні форми

мулевих функцій. Елементарні діз'юнкція та кон'юнкція. Основні типи булевих функцій. Функціональна повнота. Теорема Посту. Приведення булевих функцій до заданого базису.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ЛЗ4**:

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
2. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
3. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
4. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
5. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.
6. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.

ЛЗ5. Теорія предикатів. Алфавіт і формули. Аксиоматика і правила виведення. Основні властивості теорій першого порядку. Теорія граматик. Визначення та класифікація граматик за Хомським. Автоматні граматика і регулярні мови. Контекстно-вільні мови та їх властивості. Контекстно-вільні граматика. Контекстно-залежні граматика і граматика без обмежень.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ЛЗ5**:

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
2. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
3. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
4. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.

6. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ЛЗ6. Скінчені автомати та їх властивості. Аналіз і синтез скінчених автоматів. Регулярні мови. Приклади скінчених автоматів для моделювання реальних автоматів. Автомати з магазинною пам'яттю (МП-автомат). Детермінований і не детермінований МП-автомати. МП-автомати і контекстно-вільні мови. Машина Тьюринга. Визначення, властивості, функціонування.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ЛЗ6**:

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
2. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
3. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.
4. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
6. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ПРОГРАМА ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ

ПЗ1

1. Основні поняття теорії множин, способи опису множин та їх елементів.
2. Операції над множинами, діаграми Ейлера.
3. Основні тотожності теорії множин. Принцип двоїстості. Декартовий добуток множин.
4. Злічені та незлічені множини. Теореми Кантора, Кантора-Бернштейна.
5. Властивості відношень. Області визначення та значення відношень. Способи завдання відношень.
6. Рефлексивні, антирефлексивні, симетричні, асиметричні, антисиметричні, транзитивні відношення.
7. Відношення еквівалентності, толерантності та порядку.
8. Відображення і функції. Образ і прообраз відображення. Композиція відображень.

ПЗ2

1. Неорієнтовані і орієнтовані графи. Способи завдання графів. Хроматичне число та ступені вершин графів.
2. Спрощення орієнтованих графів.
3. Підграфи. Шляхи. Ланцюги. Маршрути, Цикли. Операції над графами.
4. Деревя. Символ дерева, коренева система дерева.
5. Планарність у графах. Визначення існування планарних графів. Теореми Ейлера, Кураторського. Теореми про властивості степенів планарних графів.
6. Мережі і задачі у мережах. Потоки у мережах.

ПЗ3

1. Основні булеві функції двох змінних. Таблиці істинності. Основні тотожності булевої алгебри, алгебри Жегалкіна.
2. Аналітичний метод перетворювання формул булевої алгебри, алгебри Жегалкіна.
3. Нормальні форми булевих функцій. Елементарні діз'юнкція та кон'юнкція.

4. Основні типи булевих функцій. Функціональна повнота. Теорема Посту. Приведення булевих функцій до заданого базису.

ПЗ4

1. Скінчені автомати та їх властивості. Аналіз і синтез скінчених автоматів. Регулярні мови. Приклади скінчених автоматів для моделювання реальних автоматів.

2. Автомати з магазинною пам'яттю (МП-автомат). Детермінований і не детермінований МП-автомат. МП-автомати і контекстно-вільні мови. Машина Тьюринга. Визначення, властивості, функціонування.

3. Визначення та класифікація граматик за Хомським. Автоматні граматика і регулярні мови.

4. Контекстно-вільні мови та їх властивості. Контекстно-вільні граматика. Контекстно-залежні граматика і граматика без обмежень.

Після вивчення практичних змістовних модулів студенти мають оволодіти наступними **вміннями**.

ПЗ1. Основні поняття теорії множин, способи опису множин та їх елементів. Операції над множинами, діаграми Ейлера. Основні тотожності теорії множин. Принцип двоїстості. Декартовий добуток множин. Злічені та незлічені множини. Теореми Кантора, Кантора-Бернштейна. Властивості відношень. Області визначення та значення відношень. Способи завдання відношень. Рефлексивні, антирефлексивні, симетричні, асиметричні, антисиметричні, транзитивні відношення. Відношення еквівалентності, толерантності та порядку. Відображення і функції. Образ і прообраз відображення. Композиція відображень.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ПЗ1**:

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.

3. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.

4. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: «Компанія СМІТ», 2004. – 480 с.

5. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)

ПЗ2. Неорієнтовані і орієнтовані графи. Способи завдання графів. Хроматичне число та ступені вершин графів. Спрощення орієнтованих графів. Підграфи. Шляхи. Ланцюги. Маршрути, Цикли. Операції над графами. Деревя. Символ дерева, коренева система дерева. Планарність у графах. Визначення існування планарних графів. Теореми Ейлера, Кураторського. Теореми про властивості степенів планарних графів. Мережі і задачі у мережах. Потоки у мережах.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ПЗ2:**

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020.

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.

3. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с. (10 екз.)

4. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: "Компанія СМІТ", 2004. – 480 с.

5. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)

6. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.

7. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ПЗ3. Основні булеві функції двох змінних. Таблиці істинності. Основні тотожності мулевої алгебри, алгебри Жегалкіна. Аналітичний метод перетворювання формул мулевої алгебри, алгебри Жегалкіна. Нормальні форми мулевих функцій. Елементарні діз'юнкція та кон'юнкція. Основні типи булевих функцій. Функціональна повнота. Теорема Посту. Приведення булевих функцій до заданого базису.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ПЗ4:**

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
3. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.
4. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
5. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
6. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
7. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ПЗ4. Скінчені автомати та їх властивості. Аналіз і синтез скінчених автоматів. Регулярні мови. Приклади скінчених автоматів для моделювання реальних автоматів. Автомати з магазинною пам'яттю (МП-автомат). Детермінований і не детермінований МП-автомати. МП-автомати і контекстно-вільні мови. Машина Тьюринга. Визначення, властивості, функціонування.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовного модуля **ПЗ4**:

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
3. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
4. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с. (50 екз.)
5. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
6. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
7. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА

Змістовний модуль	РОЗДІЛИ (РОБОТИ)	ЗАВДАННЯ	Кількість годин СРС	Контрольні заходи
Лекційний модуль				
ЗМ-Л1	Основи теорії множин Основи теорії відношень	Підготовка теоретичної частини контрольної роботи Вивчення розділів теорет. матеріалу	4	КР
ЗМ-Л2	Комбінаторний аналіз	Підготовка теоретичної частини контрольної роботи Вивчення розділів теорет. матеріалу	10	КР
ЗМ-Л3	Основи теорії графів	Підготовка теоретичної частини контрольної роботи Вивчення розділів теорет. матеріалу	10	КР
ЗМ-Л4	Математична логіка	Підготовка теоретичної частини контрольної роботи Вивчення розділів теорет. матеріалу	6	КР
ЗМ-Л5	Теорія предикатів Теорія граматик	Підготовка теоретичної частини контрольної роботи Вивчення розділів теорет. матеріалу	2	КР
ЗМ-Л6	Теорія автоматів	Підготовка теоретичної частини контрольної роботи Підготовка сесійної контр. роботи Вивчення розділів теорет. матеріалу	2	КР
Разом			34	

Практичний модуль				
ЗМ-П1	Основи теорії множин Основи теорії відношень	Підготовка практичної частини контрольної роботи Підготовка до усного опитування	6	КР
ЗМ-П2	Основи теорії графів	Підготовка практичної частини контрольної роботи Підготовка до усного опитування	10	КР
ЗМ-П3	Математична логіка	Підготовка практичної частини контрольної роботи Підготовка до усного опитування	4	КР
ЗМ-П4	Теорія автоматів Теорія граматик	Підготовка практичної частини контрольної роботи Підготовка до усного опитування	6	КР
Разом:			26	

Інтегральна сума балів	Якісна оцінка з екзамену	Якісна оцінка з заліку
< 60% від максимальної суми	незадовільно	незараховано
60-73,9% від максимальної суми	задовільно	зараховано
74-89,9% від максимальної суми	добре	
90-100% від максимальної суми	відмінно	

Питання для підготовки до надані у додатку А (стор.54).

Для підготовки необхідно скористатися наступними базовими знаннями:

- Основні поняття теорії множин, способи опису множин та їх елементів.
- Операції над множинами, діаграми Ейлера.
- Основні тотожності теорії множин. Принцип двоїстості.
- Декартовий добуток множин. Злічені та незлічені множини.
- Теореми Кантора, Кантора-Бернштейна.
- Властивості відношень. Области визначення та значення відношень.
- Способи завдання відношень.
- Рефлексивні, антирефлексивні, симетричні, асиметричні, антисиметричні, транзитивні відношення.
- Відношення еквівалентності, толерантності та порядку.
- Відображення і функції. Образ і прообраз відображення.
- Композиція відображень.
- Неорієнтовані і орієнтовані графи. Способи завдання графів.
- Хроматичне число та ступені вершин графів.
- Спрощення орієнтованих графів.
- Підграфи. Шляхи. Ланцюги. Маршрути, Цикли.
- Операції над графами.
- Планарність у графах. Визначення існування планарних графів.
- Теореми Ейлера, Кураторського. Теореми про властивості степенів планарних графів.
- Деревя. Символ дерева, коренева система дерева.
- Мережі і задачі у мережах. Потоки у мережах.

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПО ВИВЧЕННЮ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Основною формою навчання студента є самостійна робота (СРС) над навчальним матеріалом. СРС повинна сприяти активізації творчого мислення студентів, формуванню високої культури розумової праці, підвищенню самостійності студентів та індивідуалізації процесу навчання. СРС складається з наступних елементів: вивчення матеріалу по підручниках, конспектах лекцій, виконання лабораторних та контрольних робіт. Студент може звертатися до викладача з питаннями для одержання письмової чи усної консультації. Однак студент повинен пам'ятати, що тільки при систематичній і завнятій самостійній роботі допомога викладача виявиться досить ефективною.

Загальні поради:

- зміст кожної теми курсу вивчається за допомогою наведеного у розділі І переліку навчальної та методичної літератури, в першу чергу використовується основна та методична література;
- після засвоєння змісту кожної теми курсу треба відповісти на „Питання для самоперевірки”, які наведені у цих методичних вказівках;
- завдання з контрольної роботи виконувати згідно з наведених вимог;
- якщо виникли питання при вивченні теоретичного матеріалу або при виконанні контрольної роботи, можна звернутися до викладача, який читав установчі лекції, письмово на адресу університету звичайною або електронною поштою: kaf-inf@ogmi.farlep.odessa.ua або dean-comp@ogmi.farlep.odessa.ua

При вивченні теоретичного матеріалу студент повинен здобути знання по темах ЗМ-Л1 і ЗМ-Л2 [1-9].

ТЕМИ ЗМ-Л1. Основи теорії множин. Основи теорії відношень.

При вивченні тем ЗМ-Л1 студент повинен звернути увагу на питання.

Питання до самоконтролю:

- 1) Дати визначення множини. Навести приклади відомих вам множин [1, с.6-7].
- 2) Способи задання множин. Поняття предиката. [1, с.7-8].

- 3) Яка множина називається підмножиною іншої множини? Які множини називають рівними? [1, с.9]
- 4) Яка множина називається пустою? Універсальною? [1, с.9-10]
- 5) Що таке булеан (множина-ступінь) множини A ? Скільки елементів має булеан деякої множини A ? [1, с.10]
- 6) Як побудувати діаграму Ейлера-Венна? [1, с.11]
- 7) Як визначається об'єднання множин? Як визначається перетин множин? Як визначається різниця множин? Як визначається доповнення множини? [1, с.12-14]
- 8) Якими властивостями характеризуються операції об'єднання і перетину множин? [1, с.15-17]
- 9) Як визначається прямий (декартовий) добуток множин? Яку геометричну інтерпретацію він має? [1, с.20-21]
- 10) Що називається бінарним відношенням? Як визначається ліва, права область бінарного відношення та поле бінарного відношення? [1, с.22]
- 11) Які бінарні відношення називають рефлексивними? Антірефлексивними? [1, с.26]
- 12) Які бінарні відношення називають симетричними? Антисиметричними? Асиметричними? [1, с.26]
- 13) Які бінарні відношення називають транзитивними? Що таке клас еквівалентності? Як визначається відношення порядку? Яке відношення порядку називається строгим? [1, с.26-29]
- 14) Що називається оберненим бінарним відношенням? Як визначити перетин бінарного відношення по елементу поля цього відношення? [1, с.34]
- 15) Як визначається композиція бінарних відношень? [1, с.34]
- 16) Яке бінарне відношення називається відображенням? Яке бінарне відношення називається функцією? Яка різниця між відображенням і функцією? [1, с.39-45]

ТЕМИ ЗМ-ЛЗ. Основи теорії графів

При вивченні тем ЗМ-Л2 студент повинен звернути увагу на питання.

Питання для самоперевірки:

1. Дати визначення графа. Які вершини називаються кінцевими? Яке ребро називається орієнтованим? [1, с.70-71]

2. Які графи називаються орієнтованими? Неорієнтованими? Змішаними? [1, с. 71]
3. Поняття відношення інцидентності. Суміжні (сусідні) вершини. Ізольована вершина. [1, с. 72]
4. Що таке локальний степінь вершини? Який граф називають однорідним? [1, с. 73]
5. Які графи називаються ізоморфними? [1, с. 75]
6. Який граф називають мультиграфом? Повним? Порожнім? 0-графом? Псевдографом? Двудольним графом? [1, с. 76-77]
7. Способи задання графів. [1, с. 77-78]
8. Який вигляд має матриця суміжності орієнтованного і неорієнтованного графів? [1, с. 79-83]
9. Як строиться матриця інцидентності орієнтованого і неорієнтованого графів? [1, с. 79-80]
10. Як отримати об'єднання, перетин, доповнення графів? [1, с. 80-82]
11. Що таке композиція графів? [1, с. 80-82]
12. Що називається маршрутом? Довжина маршрута. [1, с. 83-85]
13. Який граф називають зв'язним? Компонента зв'язності. [1, с. 83-85]
14. Що таке ланцюг, простий ланцюг, путь, цикл, контур? [1, с. 83-85]
15. Який граф називається ейлеровим? Гамильтоновим? Критерій існування в графі ейлерова цикла. [1, с. 90-95]
16. Цикломатичне число. Хроматичне число графа. Число незалежності графа. [1, с. 101-102]
17. Дати визначення дерева і орієнтованого дерева. [1, с. 103-105]

При вивченні даного курсу використовується наступна **навчальна та методична** література:

ЛІТЕРАТУРА

1. Бакуніна О.В. Конспект лекцій з дисципліни «Дискретна математика» (електронний варіант), 2020.
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2001. – 304 с.
3. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.
4. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – С.-Пб.: Питер, 2006. – 364 с.
5. Нікольський Ю.В. Дискретна математика. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
6. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: «СОНАТ», 2000. – 360 с.
7. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. Изд. 2-е, стереотип. «Техніка», 1977, 768 с. (електр.варіант)
8. Иванов Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы: Учебное пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 288 с.
9. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

ЗАГАЛЬНІ ПОРАДИ ПО ВИКОНАННЮ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

1. За допомогою навчальної та методичної літератури, список якої наведено у попередній частині Методичних вказівок та повчань, необхідно вивчити зміст теоретичної частини тем курсу. Самоперевірка засвоєння знань здійснюється за допомогою „Питань для самоконтролю”, які наводяться по кожній темі.

2. Після засвоєння теоретичного матеріалу та ознайомлення з прикладами виконання завдань виконати контрольну роботу.

Контрольна робота складається з двох частин: теоретичної та практичної. Теоретична частина складається з трьох питань.

Практична частина контрольної роботи складається з двох завдань та виконується за номером свого варіанту, як і теоретична частина.

Звіт по контрольній роботі повинен містити:

- відповіді на питання теоретичної частини
- розв'язок задач практичної частини з повним описом їх виконання

ВАРІАНТИ ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Варіант № 1

- 1) Дати визначення множини. Навести приклади відомих вам множин.
- 2) Як визначається прямий (декартовий) добуток множин? Яку геометричну інтерпретацію він має?
- 3) Який вигляд має матриця суміжності орієнтованого і неорієнтованого графів?

Варіант № 2

- 1) Способи задання множин. Поняття предиката.
- 2) Що називається бінарним відношенням? Як визначається ліва, права область бінарного відношення та поле бінарного відношення?
- 3) Який вигляд має матриця інцидентності орієнтованого і неорієнтованого графів?

Варіант № 3

- 1) Яка множина називається підмножиною іншої множини? Які множини називають рівними? Навести приклади.
- 2) Що називається оберненим бінарним відношенням? Як визначити перетин бінарного відношення по елементу поля цього відношення?
- 3) Які графи називаються орієнтованими? Неорієнтованими? Змішаними? Поняття відношення інцидентності.

Варіант № 4

- 1) Яка множина називається пустою? Універсальною?
- 2) Які існують способи задання бінарного відношення?
- 3) Який граф називають мультиграфом? Повним? Порожнім? 0-графом? Псевдографом? Двудольним графом?

Варіант № 5

- 1) Що таке булеан (множина-ступінь) множини A ? Скільки елементів має булеан деякої множини A ?
- 2) Як визначається композиція бінарних відношень?
- 3) Способи завдання графів.

Варіант № 6

- 1) Як побудувати діаграму Ейлера-Венна?
- 2) Які бінарні відношення називають рефлексивними? Антірефлексивними?
- 3) Що таке підграф? Сугграф?

Варіант № 7

- 1) Як визначається об'єднання множин? Як визначається перетин множин? Дати визначення та побудувати діаграму Ейлера-Венна.
- 2) Які бінарні відношення називають симетричними? Антисиметричними? Асиметричними?
- 3) Як отримати об'єднання, перетин, доповнення графів?

Варіант № 8

- 1) Як визначається різниця множин? Дати визначення та побудувати діаграму Ейлера-Венна.
- 2) Які бінарні відношення називають транзитивними? Що таке клас еквівалентності?
- 3) Що таке композиція графів?

Варіант № 9

- 1) Як визначається доповнення множини? Дати визначення та побудувати діаграму Ейлера-Венна.
- 2) Як визначається відношення порядку? Яке відношення порядку називається строгим?
- 3) Що називається маршрутом? Довжина маршрута. Що таке ланцюг, простий ланцюг, путь, цикл, контур?

Варіант № 10

- 1) Якими властивостями характеризуються операції об'єднання і перетину множин?
- 2) Яке бінарне відношення називається відображенням? Яке бінарне відношення називається функцією? Яка різниця між відображенням і функцією?
- 3) Який граф називається ейлеровим? Гамильтоновим? Критерій існування в графі ейлерова цикла.

ПРИКЛАДИ ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ПИТАНЬ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №1

Тема: «Основи теорії множин. Основи теорії відношень»

Мета роботи

Метою завдання є ознайомлення студентів з основами теорії множин та теорії відношень.

Методичні вказівки

Завдання спирається на знання і уміння, отримані при вивченні наступних тем лекційного курсу:

- Основні поняття теорії множин, способи опису множин та їх елементів.
 - Операції над множинами, діаграми Ейлера. Основні тотожності теорії множин.
 - Властивості відношень. Області визначення та значення відношень.
- Способи завдання відношень.
- Рефлексивні, антирефлексивні, симетричні, асиметричні, антисиметричні, транзитивні відношення.

Приклад виконання задач практичного завдання 1.

Приклад 1.1. Які з наведених визначень множин A, B, C, D є коректними:

а) $A = \{1, 3, 5\}$, б) $B = \{4, 7, 7, 11\}$, в) $C = \{x | x \in A\}$, г) $D = \{A, 11\}$?

Чи належить число 5 множині D ?

Розв'язання:

- а) визначення множини A перерахуванням елементів коректно.
- б) відповідно до визначення множин, елементи її повинні бути різні, тому при перерахуванні елементів множини не слід указувати той самий елемент

кілька разів. Коректне визначення множини B виглядає в такий спосіб:
 $B = \{4, 7, 11\}$.

в) визначення множини C описом характеристичної властивості коректно.

г) визначення списком множини D коректно: елементами множини D є множина A і елемент 11, $D = \{1, 3, 5, 11\}$. Однак $5 \notin D$, тому що даний елемент не перерахований у списку.

Приклад 1.2. Нехай $A = \{2, 3, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 7, 9\}$. Знайти $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $A + B$.

Розв'язання:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}; \quad A \cap B = \{2, 3, 7\}; \quad A - B = \{5, 6\}; \quad A + B = \{1, 5, 6, 9\}.$$

Приклад 1.3. Нехай $A = \{a, b, c, d\}$. Визначити булеан множини A . Яка потужність множини $P(A)$?

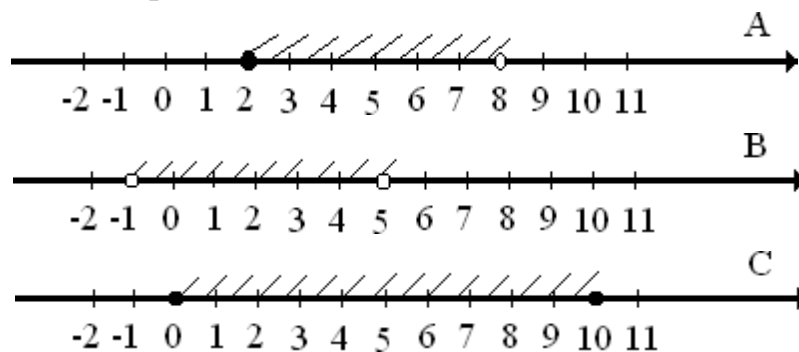
Розв'язання:

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \\ \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}.$$

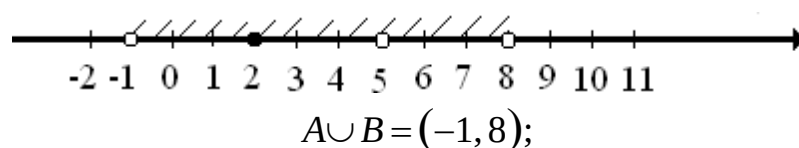
$$\text{Потужність } |P(A)| = 16.$$

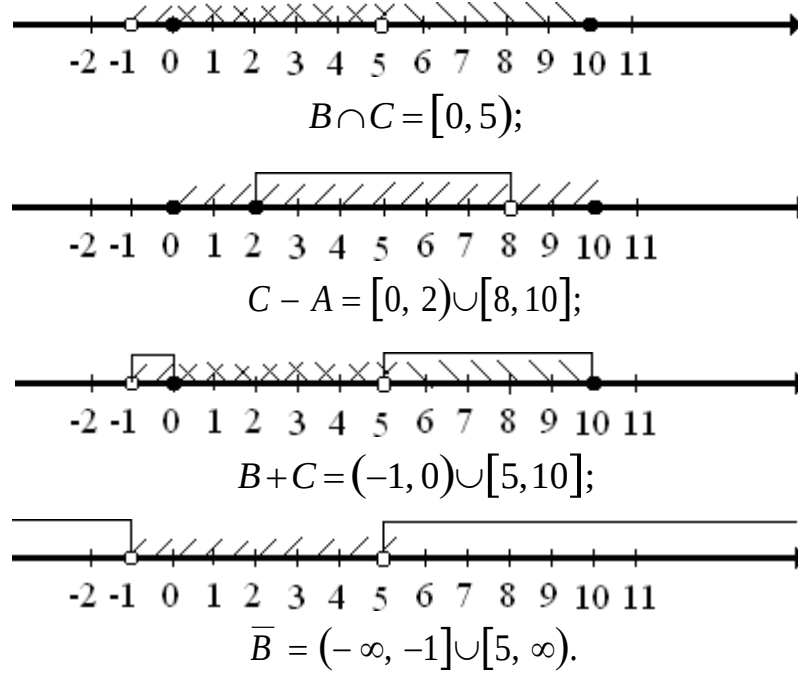
Приклад 1.4. Нехай $A = [2, 8)$, $B = (-1, 5)$; $C = [0, 10]$. Знайти $A \cup B$, $B \cap C$, $C - A$, $B + C$, $\bar{B}$. Зобразити задані множини на числовій осі.

Розв'язання: Зобразимо задані множини на числовій осі:



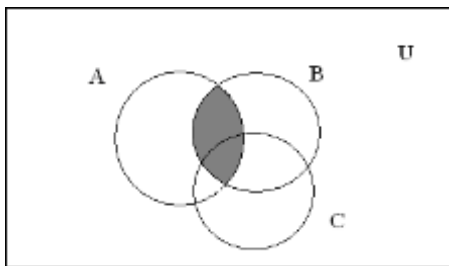
Тоді шукані множини будуть мати вигляд:



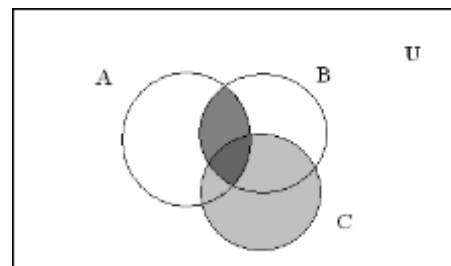


Приклад 1.5. Для множини $(A \cap B) \cap C$ використайте діаграми Ейлера-Венна і заштрихуйте ті її частини, які зображують задані множини.

Розв'язання:

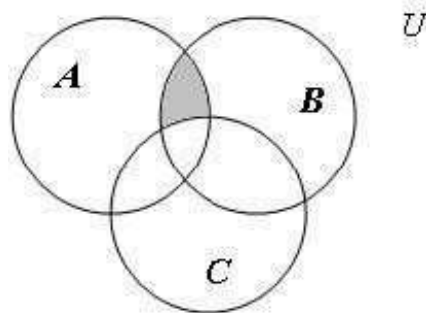


$A \cap B$



$(A \cap B) \cap C$

Приклад 1.6. Опишіть множини, що відповідають зафарбованій частині кожної діаграми Венна



Розв'язання:

Зафарбованої частині відповідають множини: $(A \cap B) \setminus C$.

Приклад 1.7. Нехай $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$. Знайти декартовий добуток множин $A \times B$ і $B \times A$. Записати $(A \times B) - (B \times A)$, $(A \times B) \cap (B \times A)$, $(A \times B) \cup (B \times A)$.

Розв'язання:

$$A \times B = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\};$$

$$B \times A = \{\langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\};$$

$$(A \times B) - (B \times A) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\};$$

$$(A \times B) \cap (B \times A) = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\};$$

$$(A \times B) \cup (B \times A) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}.$$

Приклад 1.8. Нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Задати в явному виді (списком) і матрицею відношення $R \subseteq A \times A$, якщо відношення R означає:

а) $R_1 = \{\langle x, y \rangle \in A \times A \mid x^3 \mid y\}$

б) $R_2 = \{\langle x, y \rangle \in A \times A \mid (x + y) \equiv 3 \pmod{3}\}$

Розв'язання:

а) Список відношення R_1 :

$$R_1 = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 2, 8 \rangle, \langle 2, 10 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 6 \rangle, \langle 4, 10 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 5, 10 \rangle, \langle 6, 2 \rangle, \langle 6, 3 \rangle, \langle 6, 4 \rangle, \langle 6, 6 \rangle, \langle 6, 8 \rangle, \langle 6, 10 \rangle, \langle 7, 7 \rangle, \langle 8, 2 \rangle, \langle 8, 4 \rangle, \langle 8, 6 \rangle, \langle 8, 8 \rangle, \langle 8, 10 \rangle, \langle 9, 3 \rangle, \langle 9, 6 \rangle, \langle 9, 9 \rangle, \langle 10, 2 \rangle, \langle 10, 4 \rangle, \langle 10, 5 \rangle, \langle 10, 6 \rangle, \langle 10, 8 \rangle, \langle 10, 10 \rangle\}.$$

Матриця відношення R_1 наведена на рис. 1.1(а).

б) Список відношення R_2 :

$$R_2 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 1, 8 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 7 \rangle, \langle 2, 10 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 4, 8 \rangle, \langle 5, 1 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 5, 7 \rangle, \langle 5, 10 \rangle, \langle 6, 3 \rangle, \langle 6, 6 \rangle, \langle 6, 9 \rangle, \langle 7, 2 \rangle, \langle 7, 5 \rangle, \langle 7, 8 \rangle, \langle 8, 1 \rangle, \langle 8, 4 \rangle, \langle 8, 7 \rangle, \langle 8, 10 \rangle, \langle 9, 3 \rangle, \langle 9, 6 \rangle, \langle 9, 9 \rangle, \langle 10, 2 \rangle, \langle 10, 5 \rangle, \langle 10, 8 \rangle\}.$$

Матриця відношення R_2 наведена на рис. 1.1(б).

Розглянувши всі можливі випадки методом безпосереднього перескладання (табл. 1.1(a)) можна показати, що відношення R_1 симетрично. Крім того, матриця відношення R_1 симетрична щодо головної діагоналі.

R_1 не є антисиметричне, тому що $\langle 3,5 \rangle \in R_1$ і $\langle 5,3 \rangle \in R_1$, але $3 \neq 5$.

Скориставшись методом безпосереднього перескладання (табл. 1.1(б)) можна також показати, що відношення R_1 транзитивне.

Таблиця 1.1

№	$\langle a,b \rangle \in R_1$	$\langle b,a \rangle$	$\langle b,a \rangle \in R_1?$
1	$\langle 1,2 \rangle$	$\langle 2,1 \rangle$	так
2	$\langle 1,4 \rangle$	$\langle 4,1 \rangle$	так
3	$\langle 2,1 \rangle$	$\langle 1,2 \rangle$	так
4	$\langle 2,4 \rangle$	$\langle 4,2 \rangle$	так
5	$\langle 3,5 \rangle$	$\langle 5,3 \rangle$	так
6	$\langle 5,3 \rangle$	$\langle 3,5 \rangle$	так
7	$\langle 4,1 \rangle$	$\langle 1,4 \rangle$	так
8	$\langle 4,2 \rangle$	$\langle 2,4 \rangle$	так

(a)

№	$\langle a,b \rangle \in R_1$	$\langle b,c \rangle \in R_1$	$\langle a,c \rangle$	$\langle a,c \rangle \in R_1?$
1	$\langle 1,2 \rangle$	$\langle 2,1 \rangle$	$\langle 1,1 \rangle$	так
2	$\langle 1,2 \rangle$	$\langle 2,2 \rangle$	$\langle 1,2 \rangle$	так
3	$\langle 1,2 \rangle$	$\langle 2,4 \rangle$	$\langle 1,4 \rangle$	так
4	$\langle 1,4 \rangle$	$\langle 4,1 \rangle$	$\langle 1,1 \rangle$	так
5	$\langle 1,4 \rangle$	$\langle 4,2 \rangle$	$\langle 1,2 \rangle$	так
6	$\langle 1,4 \rangle$	$\langle 4,4 \rangle$	$\langle 1,4 \rangle$	так
7	$\langle 2,1 \rangle$	$\langle 1,1 \rangle$	$\langle 2,1 \rangle$	так
8	$\langle 2,1 \rangle$	$\langle 1,2 \rangle$	$\langle 2,2 \rangle$	так
9	$\langle 2,1 \rangle$	$\langle 1,4 \rangle$	$\langle 2,4 \rangle$	так
10	$\langle 2,4 \rangle$	$\langle 4,1 \rangle$	$\langle 2,1 \rangle$	так
11	$\langle 2,4 \rangle$	$\langle 4,2 \rangle$	$\langle 2,2 \rangle$	так
12	$\langle 2,4 \rangle$	$\langle 4,4 \rangle$	$\langle 2,4 \rangle$	так
13	$\langle 3,5 \rangle$	$\langle 5,3 \rangle$	$\langle 3,3 \rangle$	так
14	$\langle 3,5 \rangle$	$\langle 5,5 \rangle$	$\langle 3,5 \rangle$	так
15	$\langle 4,1 \rangle$	$\langle 1,1 \rangle$	$\langle 4,1 \rangle$	так
16	$\langle 4,1 \rangle$	$\langle 1,2 \rangle$	$\langle 4,2 \rangle$	так
17	$\langle 4,1 \rangle$	$\langle 1,4 \rangle$	$\langle 4,4 \rangle$	так
18	$\langle 4,2 \rangle$	$\langle 2,1 \rangle$	$\langle 4,1 \rangle$	так
19	$\langle 4,2 \rangle$	$\langle 2,2 \rangle$	$\langle 4,2 \rangle$	так
20	$\langle 4,2 \rangle$	$\langle 2,4 \rangle$	$\langle 4,4 \rangle$	так
21	$\langle 5,3 \rangle$	$\langle 3,3 \rangle$	$\langle 5,3 \rangle$	так
22	$\langle 5,3 \rangle$	$\langle 3,5 \rangle$	$\langle 5,5 \rangle$	так

(б)

Приклад 1.10. Нехай $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{x, y, z\}$, $C = \{\Delta, O\}$, і нехай відношення R на $A \times B$ і S на $B \times C$ задані у вигляді

$$R = \{\langle 1,x \rangle, \langle 2,x \rangle, \langle 3,z \rangle, \langle 4,y \rangle\}; \quad S = \{\langle x,\Delta \rangle, \langle x,O \rangle, \langle y,\Delta \rangle, \langle y,O \rangle, \langle z,O \rangle\}.$$

Знайти композицію $S \circ R$.

Розв'язання:

$$\langle 1, x \rangle \in R \text{ і } \langle x, \Delta \rangle \in S; \langle 1, \Delta \rangle \in S \circ R;$$

$$\langle 1, x \rangle \in R \text{ і } \langle x, O \rangle \in S; \langle 1, O \rangle \in S \circ R;$$

$$\langle 2, x \rangle \in R \text{ і } \langle x, \Delta \rangle \in S; \langle 2, \Delta \rangle \in S \circ R;$$

$$\langle 2, x \rangle \in R \text{ і } \langle x, O \rangle \in S; \langle 2, O \rangle \in S \circ R;$$

$$\langle 3, z \rangle \in R \text{ і } \langle z, O \rangle \in S; \langle 3, O \rangle \in S \circ R;$$

$$\langle 4, y \rangle \in R \text{ і } \langle y, \Delta \rangle \in S; \langle 4, \Delta \rangle \in S \circ R;$$

$$\langle 4, y \rangle \in R \text{ і } \langle y, O \rangle \in S; \langle 4, O \rangle \in S \circ R.$$

$$\text{Отже, } S \circ R = \{ \langle 1, \Delta \rangle, \langle 1, O \rangle, \langle 2, \Delta \rangle, \langle 2, O \rangle, \langle 3, O \rangle, \langle 4, \Delta \rangle, \langle 4, O \rangle \}.$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №2**Тема: «Основи теорії графів»****Мета роботи****Метою завдання** є ознайомлення студентів з основами теорії графів.**Методичні вказівки**

Завдання спирається на знання і уміння, отримані при вивченні наступних тем лекційного курсу:

- Неорієнтовані і орієнтовані графи.
- Способи завдання графів: матриця суміжності, матриця інцидентності, список ребер, графічний спосіб.
- Шляхи. Ланцюги. Маршрути, Цикли.
- Ейлерові та гамільтонові цикли.
- Степені вершин графів.

Під час підготовки до завдання рекомендується повторити зазначені розділи дисципліни.

Приклад виконання задач практичного завдання 2.

Приклад 2.1. Задати матрицями інцидентності і суміжності, а також списком ребер, неорієнтований граф, зображений на рис. 2.1.

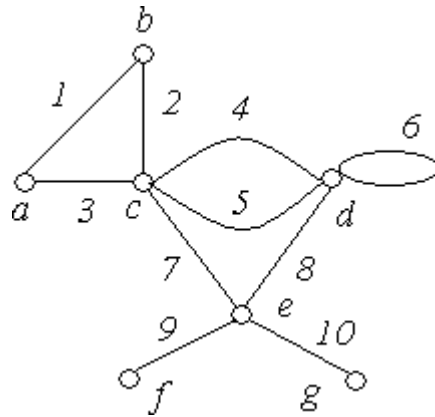


Рисунок 2.1 - Неорієнтований граф

Розв'язання:

Матриця інцидентності

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
b	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
d	0	0	0	1	1	2	0	1	0	0
e	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
f	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
g	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Матриця суміжності

	a	b	c	d	e	f	g
a	0	1	1	0	0	0	0
b	1	0	1	0	0	0	0
c	1	1	0	2	1	0	0
d	0	0	2	1	1	0	0
e	0	0	1	1	0	1	1
f	0	0	0	0	1	0	0
g	0	0	0	0	1	0	0

Тут $\alpha = 2$ (ступінь петлі).

Список ребер

Ребро	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відхилення										
початок	a	b	a	c	c	d	c	d	e	e
кінець	b	c	c	d	d	d	e	e	f	g

Як бачимо, у кожному стовпці матриці інцидентності є тільки два елементи, відмінних від нуля (або один, якщо ребро – петля).

Матриця суміжності симетрична щодо головної діагоналі.

Список ребер є найбільш компактним способом завдання графів.

Кожний із наданих способів однозначно описує граф, зображений на рис. 2.1.

Приклад 2.2. Задати матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер орієнтований граф, зображений на рис. 2.2.

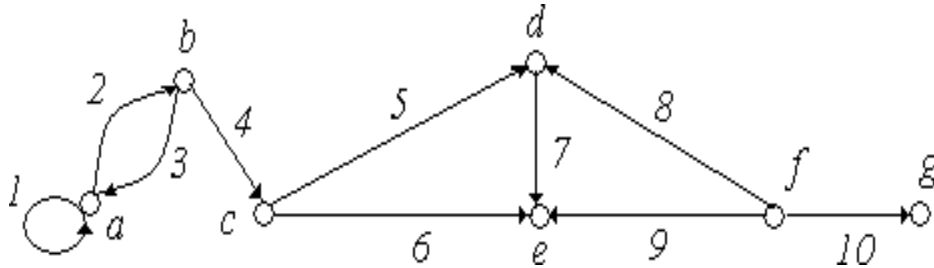


Рисунок 2.2 - Орієнтований граф

Розв'язання:

Матриця інцидентності

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>a</i>	2	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
<i>b</i>	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0
<i>c</i>	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0
<i>d</i>	0	0	0	0	1	0	-1	1	0	0
<i>e</i>	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
<i>f</i>	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1
<i>g</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

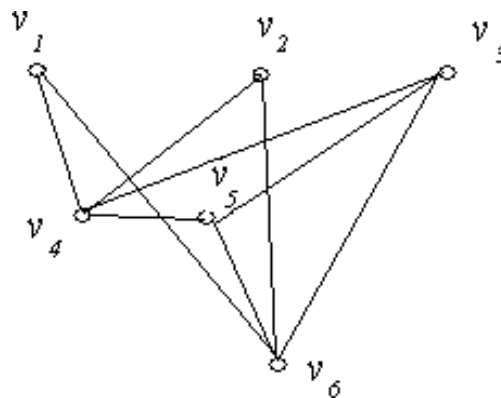
Матриця суміжності

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	1	1	0	0	0	0	0
<i>b</i>	1	0	1	0	0	0	0
<i>c</i>	0	0	0	1	1	0	0
<i>d</i>	0	0	0	0	1	0	0
<i>e</i>	0	0	0	0	0	0	0
<i>f</i>	0	0	0	1	1	0	1
<i>g</i>	0	0	0	0	0	0	0

Список ребер		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вершини	початок	a	a	b	b	c	c	d	f	f	f
	кінець	a	b	a	c	d	e	e	d	e	g

Відмінність матриці інцидентності орієнтованого графа від неорієнтованого складається у вказівці початку і кінця ребер. Матриця суміжності губить свою симетричність. У списку ребер важливий порядок вказівки вершин, що з'єднують зазначеним ребром (від початку до кінця).

Приклад 2.3. Визначити степені вершин графа, зображеного на наступному рисунку.

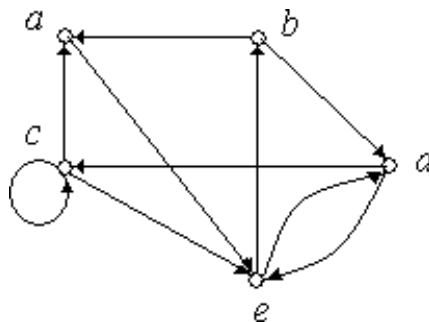


Розв'язання:

$$\deg v_1 = 2; \deg v_2 = 2; \deg v_3 = 3; \deg v_4 = 4; \deg v_5 = 3; \deg v_6 = 4.$$

$\sum_{v \in G} \deg v = 2 + 2 + 3 + 4 + 3 + 4 = 18 = 2 \cdot 9 = 2m$. У розглянутому графі дев'ять ребер, а вершин непарного степеня дві: v_3 ; v_5 .

Приклад 2.4. Визначити степені вершин орграфа, зображеного на наступному рисунку.



Розв'язання:

Для орієнтованого графа визначаються дві степені вершин: $\deg v'$ - кількість ребер, що виходять із вершини v і $\deg v''$ - кількість ребер, що входять у вершину v . Петля дає внесок по одиниці в обидві степені.

В орграфі суми степенів всіх вершин $\deg v'$ і $\deg v''$ рівні між собою і дорівнюють кількості ребер m цього графа: $\sum_{v \in G} \deg v' = \sum_{v \in G} \deg v'' = m$.

$$\deg a' = 1, \deg b' = 2; \deg c' = 3; \deg d' = 2; \deg e' = 2;$$

$$\deg a'' = 2, \deg b'' = 1; \deg c'' = 2; \deg d'' = 2; \deg e'' = 3;$$

$$\sum_{v \in G} \deg v' = 1 + 2 + 3 + 2 + 2 = 10 = \sum_{v \in G} \deg v'' = 2 + 1 + 2 + 2 + 3 = 10 = m.$$

Приклад 2.5. Чи мають графи, зображені на рис. 2.3 (а, б), ейлеров цикл.

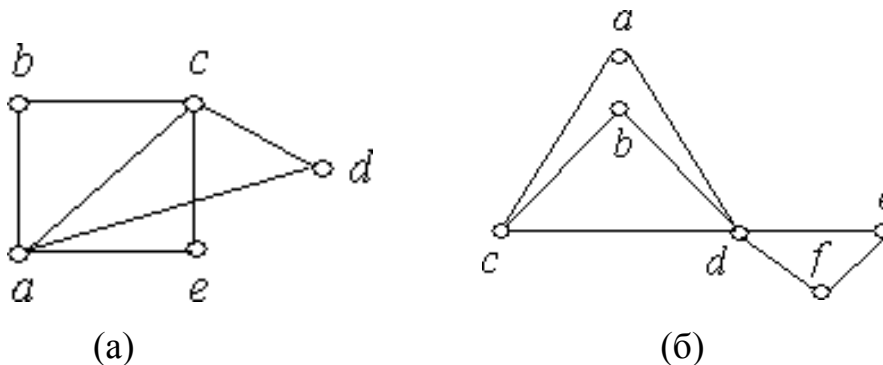


Рисунок 2.3 - Графи

Розв'язання:

Щоб відповісти на поставлене запитання, порахуємо степені вершин графа: а) $\deg(a)=4$; $\deg(b)=2$; $\deg(c)=4$; $\deg(d)=2$; $\deg(e)=2$.

Степені всіх вершин графа, зображеного на рис. 2.3,а, парні, отже, граф, має ейлеров цикл;

$$\text{б) } \deg(a)=2; \deg(b)=2; \deg(c)=3; \deg(d)=5; \deg(e)=2; \deg(f)=2.$$

Степені вершин c і d графа, зображеного на рис. 2.3,б, непарні, отже, граф не має ейлеров цикл.

Приклад 2.6. Знайдіть цикл Гамільтона, якщо він існує, для графа G , зображеного на рис. 2.4,а.

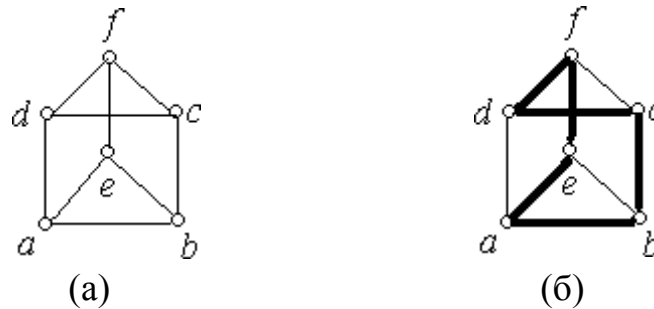


Рисунок 2.4 – Графи

Розв'язання:

Граф G - зв'язний, кількість вершин графа – $n=6$. Степінь кожної з вершин дорівнює 3, тобто кожна з вершин графа задовольняє умові $\deg v \geq \frac{n}{2}$. Отже, даний граф є гамільтонів, тобто існує цикл Гамільтона. Знайти його можемо тільки методом перебирання. Результати прямого перебирання – цикл $baefdcba$ (рис. 2.4,б).

ВАРІАНТИ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ.

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ № 1.

ЗАДАЧА 1.1.

Які з приведених співвідношень вірні, які ні? Пояснити чому.

- 1) $x \in \{2, a, x\}$;
- 2) $3 \in \{1, \{2, 3\}, 4\}$;
- 3) $x \in \{1, \sin x\}$;
- 4) $\{x, y\} \in \{a, \{x, y\}, b\}$;
- 5) $\{1, 2\} \in \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, 1, 2\}$;
- 6) $y \in \{0, y^2, 2\}$;
- 7) $\{x, y\} \in \{x, \{x, y\}, y\}$;
- 8) $x \in \{1, 2, 3, \ln x\}$;
- 9) $y \in \{x, \{x, y\}, y\}$;
- 10) $2 \in \{1, \{2, 3\}, 4\}$.

ЗАДАЧА 1.2.

- 1) Нехай $A = \{0, 3, 5, \{6, 9\}\}$, $B = \{2, 3, 9\}$, $C = \{0, 2, 3, 6\}$. Визначите наступні множини: $B - C$, $A \cap B$, $A + C$, $(A \cup B) - C$.
- 2) Нехай $A = \{1, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{0, \{3, 4\}, \{5, 6\}, 8\}$. Визначите наступні множини: $A - B$, $A \cup C$, $A + B$, $(A \cap B) \cup (B - C)$.
- 3) Нехай $A = \{2, 3, \{8, 9\}\}$, $B = \{0, \{1, 2\}, 3, 5\}$, $C = \{2, 5, 8\}$. Визначите наступні множини: $A \cup B$, $C - B$, $A + C$, $B + (A \cap C)$.
- 4) Нехай $A = \{1, 2, 6, \{5, 7\}\}$, $B = \{2, 3, 9\}$, $C = \{0, 1, 3, 6\}$. Визначите наступні множини: $B - C$, $A \cap B$, $A + C$, $(A \cup B) - C$.
- 5) Нехай $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{2, 5, 7\}$, $C = \{0, \{4, 7\}, \{5, 6\}, 8\}$. Визначите наступні множини: $A - B$, $A \cup C$, $A + B$, $(A \cap B) \cup (B - C)$.
- 6) Нехай $A = \{0, 4, \{8, 9\}\}$, $B = \{0, \{0, 1\}, 4, 5\}$, $C = \{0, 5, 8\}$. Визначите наступні множини: $A \cup B$, $C - B$, $A + C$, $B + (A \cap C)$.

- 7) Нехай $A = \{1, 2, 4, \{5, 7\}\}$, $B = \{2, 8, 9\}$, $C = \{0, 1, 4, 8\}$. Визначите наступні множини: $B - C$, $A \cap B$, $A + C$, $(A \cup B) - C$.
- 8) Нехай $A = \{3, 4, 8\}$, $B = \{3, 5, 9\}$, $C = \{0, \{4, 9\}, \{5, 6\}, 8\}$. Визначите наступні множини: $A - B$, $A \cup C$, $A + B$, $(A \cap B) \cup (B - C)$.
- 9) Нехай $A = \{0, 6, \{7, 9\}\}$, $B = \{0, \{0, 1\}, 4, 6\}$, $C = \{0, 6, 7\}$. Визначите наступні множини: $A \cup B$, $C - B$, $A + C$, $B + (A \cap C)$.
- 10) Нехай $A = \{0, 4, 5, \{6, 7\}\}$, $B = \{2, 4, 7\}$, $C = \{0, 2, 4, 6\}$. Визначите наступні множини: $B - C$, $A \cap B$, $A + C$, $(A \cup B) - C$.

ЗАДАЧА 1.3.

Задана множина A . Визначити булеан множини A . Яка потужність множини $P(A)$?

- 1) $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$;
- 2) $A = \{\{1, 2\}, \{3\}, 1\}$;
- 3) $A = \{a, b, \{a, b\}\}$;
- 4) $A = \{\{1, 2\}, 1, 3\}$;
- 5) $A = \{4, 5, \{4, 5\}\}$;
- 6) $A = \{\{a, b\}, \{c\}, a\}$;
- 7) $A = \{a, b, \{a, c\}\}$;
- 8) $A = \{\{2, 5\}, 4, 7\}$;
- 9) $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$;
- 10) $A = \{\{1, 2\}, \{3\}, a\}$.

ЗАДАЧА 1.4.

- 1) Нехай $A = [0, 6)$, $B = [1, 7)$, $C = [2, 8]$. Визначите наступні множини: $C - B$, $A + C$, $B \cap C$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 2) Нехай $A = (3, 7)$, $B = (1, 5]$, $C = [4, 8]$. Визначите наступні множини: $A - B$, $B + C$, $\overline{A \cup B}$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 3) Нехай $A = (5, 8)$, $B = [2, 6)$, $C = (4, 7]$. Визначите наступні множини: $\overline{A \cap C}$, $A - B$, $B \cup C$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 4) Нехай $A = [1, 6)$, $B = [2, 7)$, $C = [3, 8]$. Визначите наступні множини: $C - B$, $A + C$, $\overline{B \cap C}$. Зобразити задані множини на числовій осі.

- 5) Нехай $A = (4, 8)$, $B = (2, 6]$, $C = [5, 9]$. Визначите наступні множини: $A - B$, $B + C$, $\overline{A \cup B}$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 6) Нехай $A = (4, 8)$, $B = [3, 6)$, $C = (5, 7]$. Визначите наступні множини: $\overline{A \cap C}$, $A - B$, $B \cup C$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 7) Нехай $A = [2, 6)$, $B = [3, 7)$, $C = [4, 8]$. Визначите наступні множини: $C - B$, $A + C$, $\overline{B \cap C}$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 8) Нехай $A = (0, 4)$, $B = (1, 5]$, $C = [3, 7]$. Визначите наступні множини: $A - B$, $B + C$, $\overline{A \cup B}$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 9) Нехай $A = (3, 9)$, $B = [2, 6)$, $C = (4, 8]$. Визначите наступні множини: $\overline{A \cap C}$, $A - B$, $B \cup C$. Зобразити задані множини на числовій осі.
- 10) Нехай $A = [3, 6)$, $B = [4, 8)$, $C = [5, 9]$. Визначите наступні множини: $C - B$, $A + C$, $\overline{B \cap C}$. Зобразити задані множини на числовій осі.

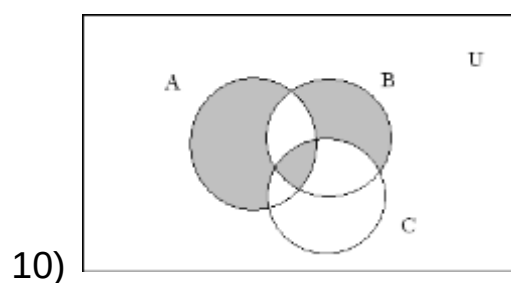
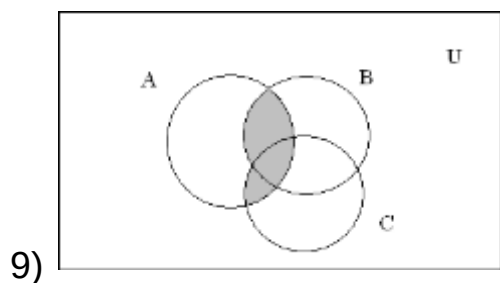
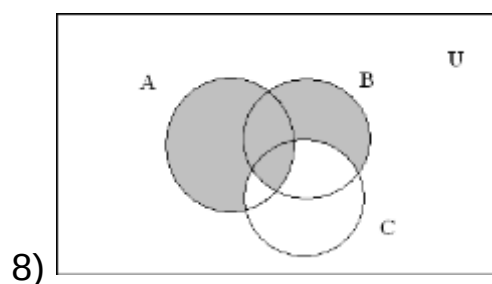
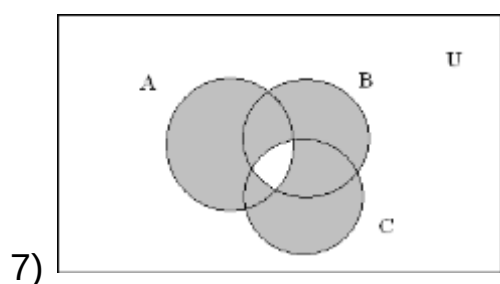
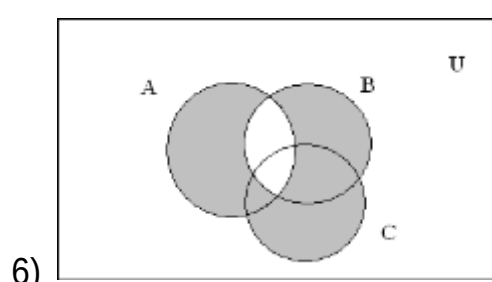
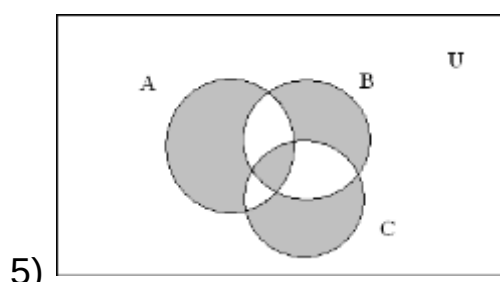
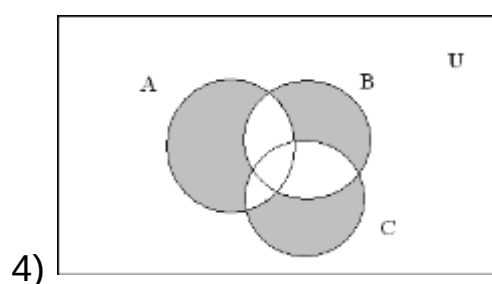
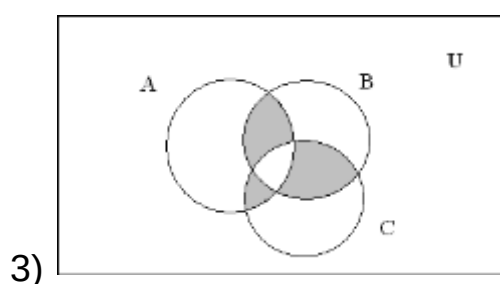
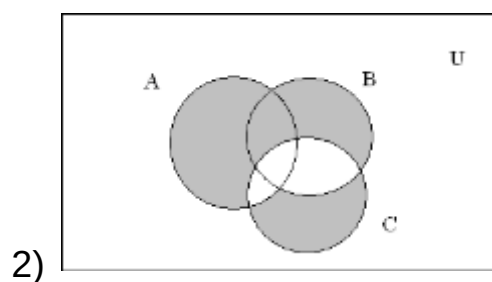
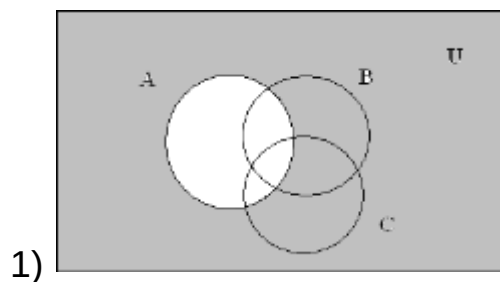
ЗАДАЧА 1.5.

Для кожної з наведених нижче множин за допомогою діаграми Венна заштрихуйте ті її частини, які зображують задані множини:

- 1) $\overline{(A \cap B)} \cap C$;
- 2) $\overline{(A \cup B)} \cap C$;
- 3) $(B - \bar{A}) \cup C$;
- 4) $(A \cup B) - (A \cap B \cap C)$;
- 5) $B - (A \cap B)$;
- 6) $\overline{(A \cap B \cap C)}$;
- 7) $A - (B \cap C)$;
- 8) $(A \cap B) + C$;
- 9) $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$;
- 10) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

ЗАДАЧА 1.6.

Опишіть множини, що відповідають зафарбованій частині кожної діаграми Венна:



ЗАДАЧА 1.7.

Нехай задані множини A і B . Знайти декартовий добуток множин $A \times B$ й $B \times A$. Записати $(A \times B) - (B \times A)$, $(A \times B) \cap (B \times A)$, $(A \times B) \cup (B \times A)$.

- 1) $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$;
- 2) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$;
- 3) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$;
- 4) $A = \{q, w, r\}$, $B = \{w, r, g\}$;
- 5) $A = \{4, 6, 8\}$, $B = \{6, 8, 9\}$;
- 6) $A = \{f, g, h\}$, $B = \{g, h, k\}$;
- 7) $A = \{5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6\}$;
- 8) $A = \{x, y, z\}$, $B = \{0, y, z\}$;
- 9) $A = \{1, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 8\}$;
- 10) $A = \{m, n, p\}$, $B = \{n, p, q\}$.

ЗАДАЧА 1.8.

Нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Задати в явному виді (списком) і матрицею відношення $R \subseteq A \times A$, якщо відношення R означає:

- 1) а) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid x \text{ і } y \text{ мають найменший спільний дільник } 2 \}$;
- б) $R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid (x + y) - \text{кратне } 5 \}$.
- 2) а) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid x \text{ і } y \text{ мають тільки загальний дільник } 1 \}$;
- б) $R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid (x + y) - \text{кратне } 4 \}$.
- 3) а) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid x \text{ і } y \text{ мають загальний дільник } 3 \}$;
- б) $R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid (x + y) - \text{просте число} \}$.
- 4) а) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid x \text{ і } y \text{ мають загальний дільник, відмінний від } 1 \}$;
- б) $R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid (x + y) - \text{складене число} \}$.
- 5) а) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid x \text{ і } y \text{ мають загальний дільник } 3 \}$;
- б) $R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid (x + y) - \text{парне число} \}$.
- 6) а) $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \times A \mid x \text{ і } y \text{ мають найменший спільний дільник } 2 \}$;

$$\text{б) } R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid (x + y) - \text{нечетное число} \}.$$

$$7) \text{ а) } R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid x - \text{делитель } (x + y) \};$$

$$\text{б) } R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid x + y \text{ кратно } 3 \}.$$

$$8) \text{ а) } R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid y - \text{делитель } (x + y) \};$$

$$\text{б) } R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid (x + y) - \text{кратно } 2 \}.$$

$$9) \text{ а) } R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid x \text{ делится на } y \text{ с остатком } 2 \};$$

$$\text{б) } R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid (x - y) - \text{кратно } 3 \}.$$

$$10) \text{ а) } R_1 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid (x + 2) - \text{делитель } (x + y) \};$$

$$\text{б) } R_2 = \{ \langle x, y \rangle \in A \mid (x - y) - \text{кратно } 2 \}.$$

ЗАДАЧА 1.9.

Нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ і задане відношення $R_1 \subseteq A \times A$. Побудувати матрицю відношення. За її виглядом з'ясувати, які властивості має задане відношення.

$$1) R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, a \rangle \};$$

$$2) R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle e, e \rangle, \langle d, e \rangle, \langle c, b \rangle \};$$

$$3) R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle e, e \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, c \rangle, \langle c, a \rangle \};$$

$$4) R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle e, e \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, c \rangle, \langle c, a \rangle \}.$$

$$5) R_1 = \{ \langle b, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, b \rangle \}$$

$$6) R_1 = \{ \langle b, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle e, e \rangle, \langle d, e \rangle, \langle c, a \rangle \};$$

$$7) R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle e, e \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, c \rangle, \langle c, a \rangle \};$$

$$8) R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle e, e \rangle, \langle b, a \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, a \rangle \}.$$

$$9) R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle d, d \rangle, \langle c, d \rangle, \langle c, c \rangle \}.$$

$$10) R_1 = \{ \langle c, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle b, c \rangle \}$$

ЗАДАЧА 1.10.

Нехай на множині $A = \{a, b, c, d, e\}$ визначені відношення R_1 і R_2 .

Знайти композицію $R_1 \circ R_2$.

$$1) R_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, a \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle e, e \rangle, \langle d, e \rangle, \langle c, b \rangle\}.$$

$$2) R_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, a \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$3) R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$4) R_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, a \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$5) R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$6) R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$7) R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$8) R_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, a \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$9) R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

$$10) R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle c, b \rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

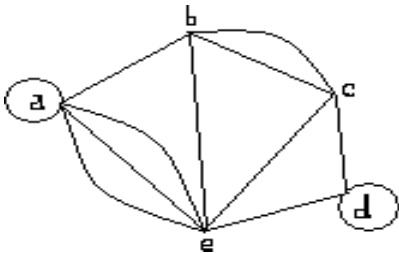
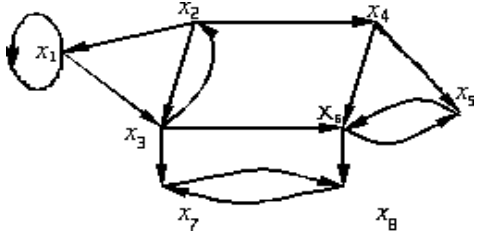
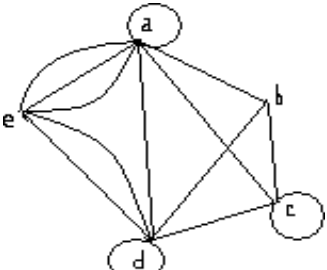
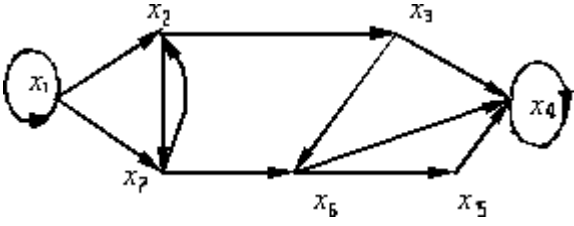
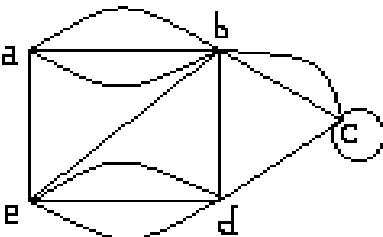
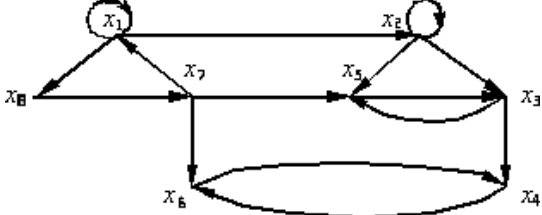
ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ № 2.

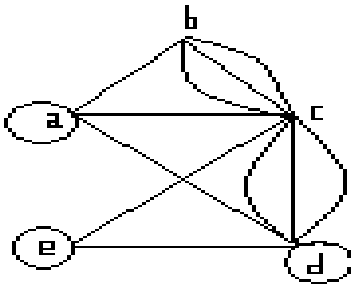
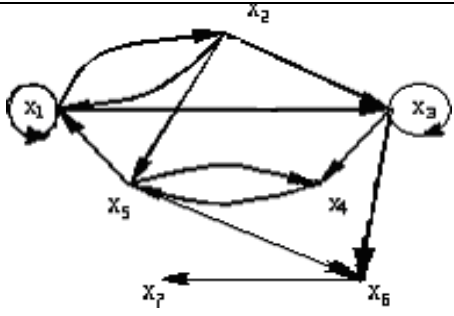
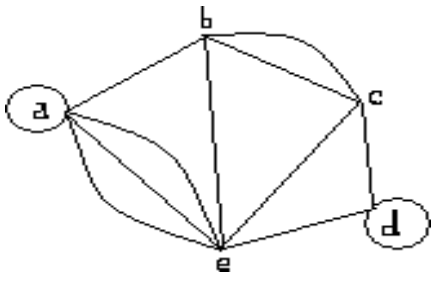
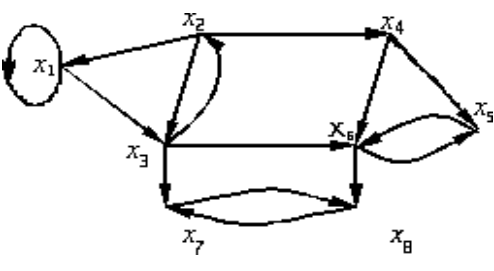
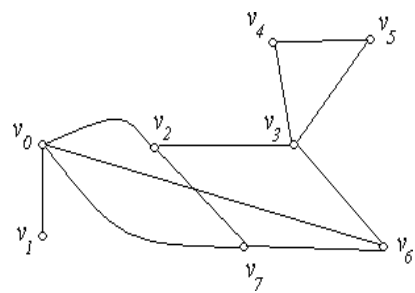
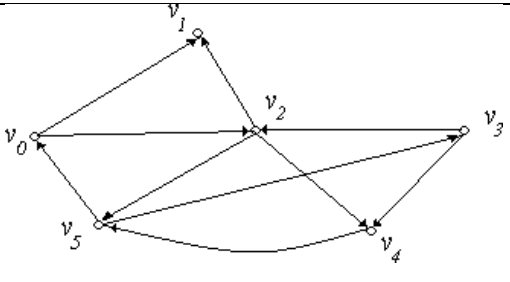
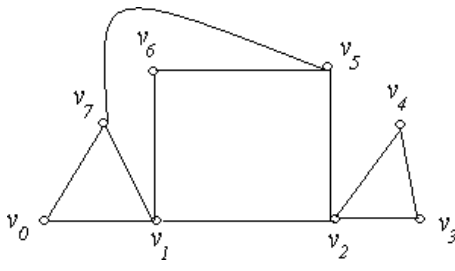
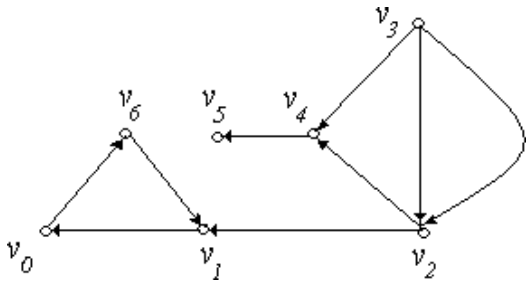
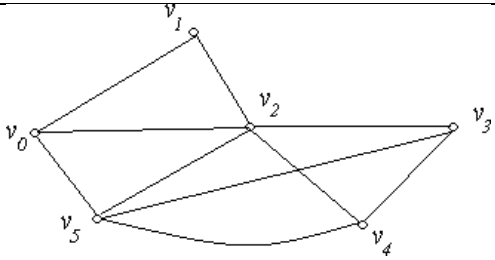
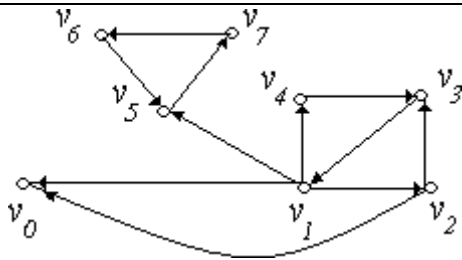
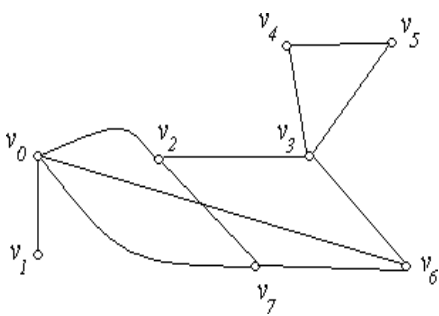
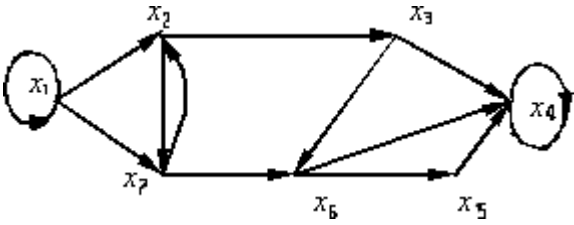
ЗАДАЧА 2.1.

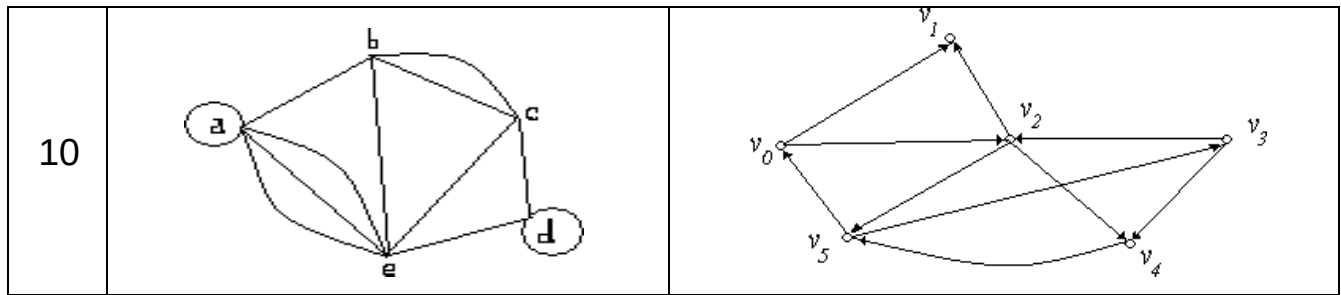
Для графів, заданих на рисунку (а – неограф, б – оргграф), виконати наступне:

- 1) Скласти матрицю суміжності.
- 2) Скласти матрицю інцидентності.
- 3) Скласти список ребер.
- 4) Визначити степені всіх вершин.
- 5) Визначити вид графа.

Ребра графа пронумерувати самостійно у довільному порядку.

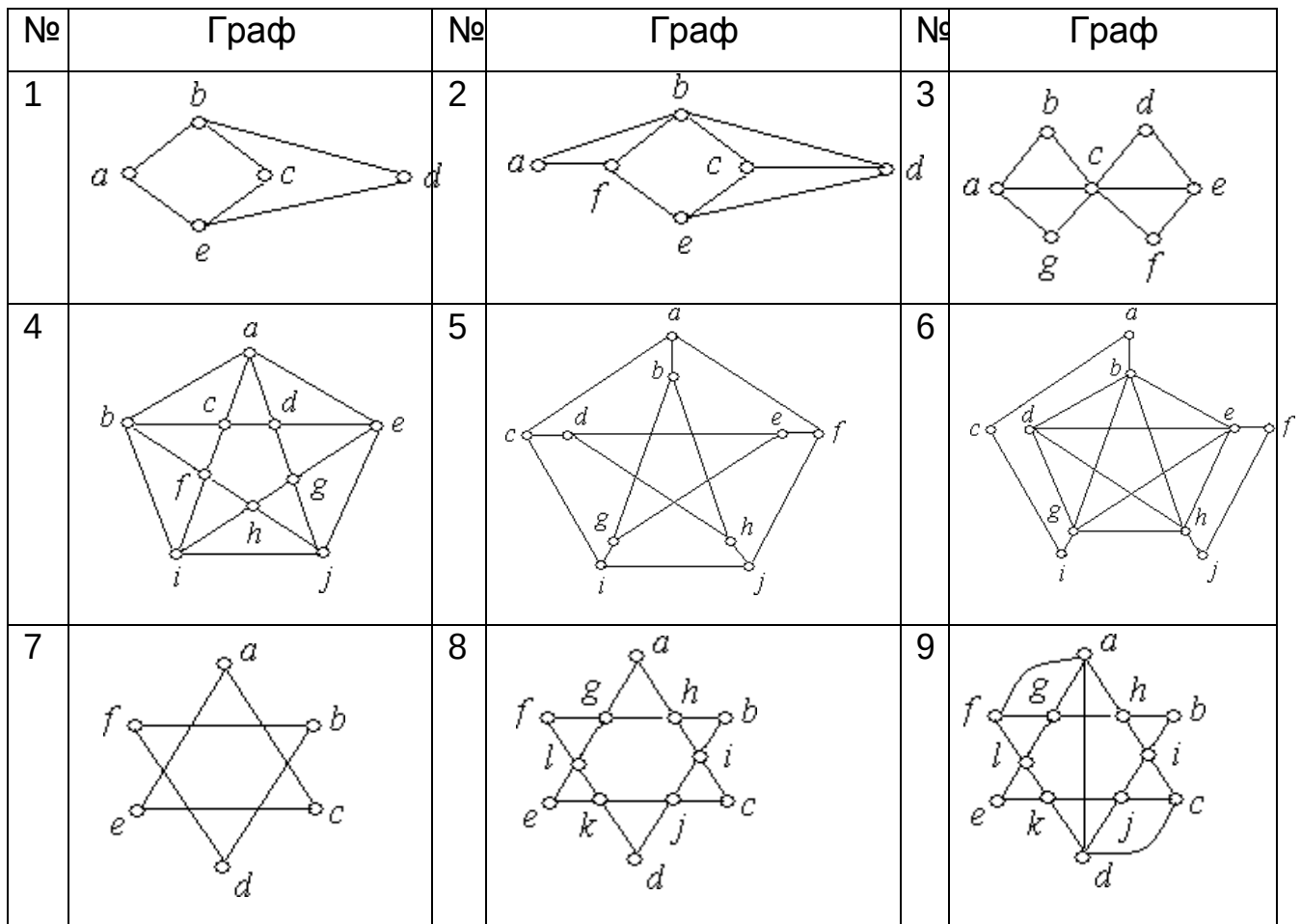
Вар.	Неорієнтований граф (а)	Орієнтований граф (б)
1		
2		
3		

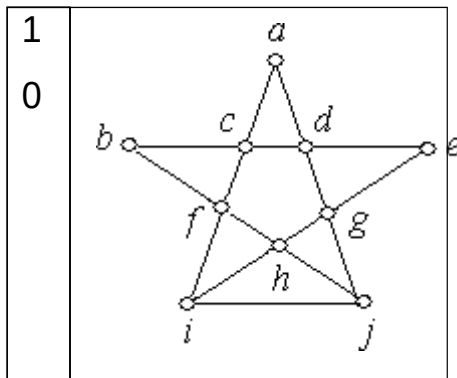
4		
5		
6		
7		
8		
9		



ЗАДАЧА 2.2.

Визначити, чи мають ейлерів цикл наведені нижче графи. Обґрунтувати відповідь.





ЗАДАЧА 2.3.

Визначити, чи мають гамільтонів цикл наведені нижче графи. Обґрунтувати відповідь.

№	Граф	№	Граф	№	Граф
1		2		3	
4		5		6	

7		8		9	
10					

Навчально-методичне видання

Доц. Бакуніна О.В.

«Дискретна математика»
