

**Міністерство транспорту та зв'язку України**  
**Державний департамент з питань зв'язку та інформатизації**  
**Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова**

---

Кафедра вищої математики

## **РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

*Модуль № 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія*  
*Модуль № 2. Диференціальне числення*

Методичні вказівки та варіанти комплексного індивідуального  
завдання для студентів першого курсу  
денної форми навчання всіх напрямків

Навчальний посібник розглянуто і схвалено  
методичною радою факультету ТКС,  
протокол № 7 від 27.03.2007 р.

**ОДЕСА – 2007**

Укладачі: проф. СТРЕЛКОВСЬКА І. В.; доц. БУСЛАЄВ А. Г.;  
доц. ВИШНЕВСЬКА В. М.; доц. ГРИГОР'ЄВА Т.І.

Запропоновані методичні вказівки містять варіанти комплексних індивідуальних завдань для студентів першого курсу з таких залікових модулів:  
модуль № 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія;  
модуль № 2. Диференціальне числення.

Номера задач позначені двома індексами, перший з яких – номер розділу, другий – номер задачі, № – номер індивідуального завдання, що співпадає з порядковим номером студента по журналу академічної групи.

Розв'язок подібних задач, а також розрахункові формули можна знайти у списку рекомендованої літератури.

Запропоновані вказівки можуть бути використані також на практичних заняттях з вищої математики і при виконанні лабораторних робіт.

### **СХВАЛЕНО**

на засіданні кафедри  
вищої математики  
й рекомендовано до друку.  
Протокол № 7  
від 6 лютого 2007 р.

**ВСТУП**  
**Модуль № 1. Векторна та лінійна алгебра. Аналітична геометрія**  
**Структура залікового модуля № 1**

Змістовний модуль	Лекції годин	Заняття		Самостійна та індивідуальна робота
		практичні	лабораторні	
1. Векторна алгебра	10	10	–	17
2. Аналітична геометрія	16	12	–	40
3. Лінійна алгебра	6	10	–	14
Разом	32	32	–	71

**Зміст залікового модуля № 1**

1. Визначники та системи лінійних алгебраїчних рівнянь

- 1.1. Визначники
- 1.2. Комплексні числа
- 1.3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь
- 1.4. Матриці. Дії на матрицями. Розв'язок лінійних алгебраїчних

рівнянь матричним методом. Ранг матриці

2. Векторна алгебра

- 2.1. Лінійні операції над векторами, розкладання векторів
- 2.2. Координати вектора. Проекції вектора. Напрямні косинуси
- 2.3. Скалярний добуток векторів
- 2.4. Векторний добуток
- 2.5. Мішаний добуток трьох векторів

3. Аналітична геометрія на площині

- 3.1. Прямокутні та полярні координати. Параметричне рівняння лінії
- 3.2. Пряма лінія на площині
- 3.3. Криві другого порядку

4. Аналітична геометрія у просторі

- 4.1. Площина
- 4.2. Пряма лінія в просторі
- 4.3. Взаємне розміщення прямої і площини
- 4.4. Поверхні другого порядку

### Перелік знань та вмінь

Перелік знань:

Студенти повинні знати дії над векторами, правила обчислювання скалярного, векторного та змішаного добутків векторів. Знати основні рівняння аналітичної геометрії: площини, прямої на площині та в просторі, кривих та поверхонь другого порядку.

Перелік вмінь:

Студенти повинні вміти виконувати дії над матрицями і розв'язувати СЛАР, вміти застосовувати векторну алгебру до розв'язання задач з аналітичної геометрії. Вміти знайти канонічні рівняння кривих другого порядку. Вміти накреслити криві та поверхні другого порядку.

#### Перелік практичних робіт залікового модуля № 1

№ п/п	Найменування практичної роботи	Кільк. годин
1	Матриці та визначники. Властивості.	2
2	Розв'язання СЛАР. Правило Крамера.	2
3	Розв'язання СЛОАР і систем рівнянь, у яких число невідомих більше числа рівнянь. Самостійна робота (20 хвилин).	2
4	Дії з векторами. Розв'язок задач за допомогою векторів. Проекція вектора. Видача КЗ–1.	2
5	Комплексні числа	2
6	Скалярний добуток векторів. Векторний та змішаний добуток векторів.	2
7	Площина у просторі.	2
8	Пряма у просторі.	2
9	Пряма і площина у просторі.	2
10	Взаємне розміщення прямої і площини.	2
11	Пряма на площині.	2
12	Перетворення координат на площині.	2
13	Криві другого порядку.	2
14	Поверхні другого порядку.	2
15	Дії з матрицями. Обернена матриця. Ранг матриці.	2
16	Розв'язання СЛАР матричним методом.	2
<b>Разом</b>		<b>32</b>

**Модуль № 2. Диференціальне числення**  
**Структура залікового модуля № 2**

Змістовний модуль	Лекції годин	Заняття		Самостійна та індивідуальна робота
		практичні	лабораторні	
1. Диференціальне числення функції однієї змінної	24	26	–	40
2. Функції багатьох змінних (ФБЗ)	8	6	–	23
Разом	32	32	–	63

**Зміст залікового модуля № 2**

1. Диференціальне числення функції однієї змінної
  - 1.1. Границя числової послідовності
  - 1.2. Границя функції
  - 1.3. Чудові границі
  - 1.4. Неперервність функції
  - 1.5. Поняття похідної, її геометричний та фізичний зміст
  - 1.6. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала
  - 1.7. Похідні та диференціали вищого порядку
  - 1.8. Дослідження функції та побудова графіка
2. Функції багатьох змінних (ФБЗ)
  - 2.1. Границя та неперервність ФБЗ
  - 2.2. Частинні похідні ФБЗ
  - 2.3. Диференціал ФБЗ
  - 2.4. Екстремум функції багатьох змінних
  - 2.5. Умовний екстремум ФБЗ

**Перелік знань та вмінь**

Перелік знань:

Студенти повинні знати основні визначення диференціального числення функції однієї та багатьох змінних, таблицю похідних елементарних функцій, правила диференціювання функцій та порядок дослідження функції.

Перелік вмінь:

Студенти повинні вміти дослідити функцію та побудувати графік функції. Вміти обчислювати похідні складних функції однієї та багатьох змінних та розв'язувати задачі з фізичним та геометричним змістом за допомогою диференціального числення.

## Перелік практичних робіт залікового модуля № 2

№ п/п	Найменування практичної роботи	Кільк. годин
1	Числові послідовності. Границя числової послідовності.	2
2	Границя числової послідовності.	2
3	Границя функції. Неперервність та розриви функцій.	2
4	Перша чудова границя. Друга чудова границя, її застосування.	2
5	Контрольна робота № 3.	2
6	Обчислення похідної.	2
7	Дотична та нормаль.	2
8	Похідна складної та оберненої функції. Логарифмічне диференціювання	2
9	Похідна функції заданої в неявній та параметричній формах.	2
10	Правило Лопітала. Похідні та диференціали вищих порядків.	2
11	Дослідження функції на монотонність. Дослідження функції на екстремум.	2
12	Асимптоти графіка функції. Повне дослідження функції і побудова її графіка.	2
13	Контрольна робота № 4.	2
14	Частинні похідні ФБЗ.	2
15	Дотична площина та нормаль до поверхні. Дослідження ФБЗ на екстремум. Умовний екстремум.	2
16	Контрольна робота № 5.	2
<b>Разом</b>		<b>32</b>

# 1. ВИЗНАЧНИКИ ТА РОЗВ'ЯЗОК СЛАР

1.1. Обчислити визначник третього порядку:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$
01	1	4	7	2	5	8	3	6	10
02	1	1	1	3	-1	2	1	-3	0
03	2	1	3	5	3	2	1	4	3
04	1	2	-1	2	3	5	3	5	4
05	2	-3	1	1	1	1	3	1	-2
06	1	-1	1	2	-2	2	3	5	8
07	2	0	1	1	-4	-1	-1	8	3
08	3	2	1	2	5	3	3	4	2
09	1	1	-1	2	8	5	3	9	4
10	4	2	4	10	2	12	1	2	2
11	4	-3	5	3	-2	8	1	-7	-5
12	3	4	2	7	5	1	3	2	4
13	3	2	-4	4	1	-2	5	2	-3
14	3	4	-5	8	7	-2	2	-1	8
15	4	2	-1	5	3	-2	3	2	-1
16	1	1	1	1	2	3	1	3	6
17	0	1	1	1	0	1	1	1	0
18	5	6	3	0	1	0	7	4	5
19	2	0	3	7	1	6	6	0	5
20	1	5	25	1	7	49	1	8	64
21	1	1	1	4	5	9	16	25	81
22	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	2	-3	1	3	-5	5	5	-8	6
24	2	-1	3	1	3	-2	3	2	1
25	5	-1	3	-1	3	-2	4	2	1
26	1	-3	2	-1	3	-2	4	2	1
27	1	-3	-1	3	5	4	4	2	3
28	3	1	-1	1	-1	2	4	1	1
29	3	2	-1	1	-3	2	6	5	3
30	3	-1	1	7	2	0	1	-3	1

## 1.2. Задана система лінійних алгебраїчних рівнянь.

Розв'язати її за правилом Крамера і методом Гауса:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3. \end{cases}$$

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
01	3	2	1	2	3	1	2	1	3	5	1	11
02	1	-2	3	2	3	-4	3	-2	-5	6	20	6
03	4	-3	2	2	5	-3	5	6	-2	9	4	18
04	1	1	2	2	-1	2	4	1	4	-1	-4	-2
05	2	-1	-1	3	4	-2	3	-2	4	4	11	11
06	3	2	2	2	-1	-3	1	5	1	8	-4	0
07	1	-1	-1	8	3	-6	4	1	-3	1	2	3
08	1	-2	-2	3	1	1	3	-5	-6	-3	-2	-9
09	7	0	0	4	0	11	2	3	4	31	-43	-8
10	1	4	4	5	1	2	3	-1	1	31	20	9
11	5	8	-1	2	-3	2	1	2	3	7	9	1
12	3	1	1	1	-4	-2	-3	5	6	21	-16	41
13	2	-1	5	5	2	13	3	-1	5	4	2	0
14	1	1	-1	4	-3	1	2	1	-1	-2	1	1
15	1	2	1	3	-5	3	2	7	-1	4	1	8
16	4	-3	2	2	5	-3	5	6	-2	8	11	13
17	3	2	1	1	1	-1	4	-1	5	5	0	3
18	2	1	-1	1	-2	2	7	1	1	5	-5	10
19	1	2	1	3	2	1	4	3	-2	8	10	4
20	5	-1	-1	1	2	3	4	3	2	0	14	16
21	2	1	1	1	3	1	1	1	5	2	5	-7
22	1	3	1	1	1	5	2	3	-3	5	-7	14
23	2	-1	3	3	1	-5	4	-1	1	3	0	3
24	3	1	-5	4	-1	1	1	3	-13	0	3	-6
25	2	-1	3	4	-1	1	1	3	-13	3	3	-6
26	3	-3	2	4	-5	2	5	-6	4	2	1	3
27	3	2	-4	2	4	-5	4	-3	2	8	11	1
28	2	1	1	5	1	3	2	1	2	2	14	5
29	2	-1	4	3	-1	1	-2	1	1	15	8	0
30	1	1	1	1	-1	2	4	1	4	1	-5	-2



1.3. Знайти ненульовий розв'язок системи лінійних однорідних алгебраїчних

$$\text{рівнянь: } \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 0, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$
01	3	-2	1	5	4	2	8	2	3
02	1	2	3	-2	4	2	3	5	8
03	-1	3	-2	-4	1	2	-5	4	0
04	3	1	4	-2	2	0	-1	-4	-5
05	4	1	-5	-2	3	4	2	4	-1
06	-5	4	-1	1	3	4	4	-2	2
07	1	2	4	1	-1	1	2	1	5
08	4	1	5	2	-1	1	1	1	2
09	2	1	1	-1	5	4	1	6	5
10	1	4	5	1	5	6	2	-1	1
11	1	8	4	1	-3	1	2	5	5
12	4	1	5	8	-3	5	1	1	2
13	4	2	5	-3	5	-6	1	7	-1
14	5	-6	-1	2	5	7	4	-3	3
15	-1	-6	7	-2	2	5	-3	-4	12
16	7	5	12	-6	2	-4	1	2	3
17	3	2	9	3	-1	1	4	1	5
18	4	1	5	2	-1	1	1	3	4
19	1	-2	-4	3	1	1	4	-1	-3
20	4	-1	3	2	-1	1	1	3	4
21	9	1	8	3	-4	5	6	5	3
22	1	-4	5	8	5	3	9	3	6
23	-1	4	7	8	1	-1	7	5	0
24	7	-1	6	-1	8	7	4	1	5
25	3	4	-6	1	2	3	4	6	-3
26	4	2	6	-6	3	-3	3	1	4
27	2	3	4	1	-1	2	3	2	6
28	4	2	6	3	-1	2	2	1	3
29	-1	-4	3	3	1	-4	2	-3	-1
30	6	7	1	4	3	5	2	4	-4

## 2. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

2.1. Задані вектори  $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ ;  $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ ;  $\vec{c}(c_1; c_2; c_3)$ ;  $\vec{d}(d_1; d_2; d_3)$  в деякому базисі. Показати, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  утворюють базис і знайти координати вектора  $\vec{d}$  в цьому базисі.

№	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
01	1	2	3	-1	3	2	7	-3	5	6	10	17
02	4	7	8	9	1	3	2	-4	1	1	-13	-13
03	8	2	3	4	6	10	3	-2	1	7	4	11
04	10	3	1	1	4	2	3	9	2	19	30	7
05	2	4	1	1	3	6	5	3	1	24	20	6
06	1	7	3	3	4	2	4	8	5	7	32	14
07	1	-2	3	4	7	2	6	4	2	14	18	6
08	1	4	3	6	8	5	3	1	4	21	18	33
09	2	7	3	3	1	8	2	-7	4	16	14	27
10	7	2	1	4	3	5	3	4	-2	2	-5	-13
11	4	5	2	3	0	1	-1	4	2	5	7	8
12	3	-5	2	4	5	1	-3	0	-4	-4	5	-16
13	-2	3	5	1	-3	4	7	8	-1	1	20	1
14	1	3	5	0	2	0	5	7	9	0	4	16
15	2	4	-6	1	3	5	0	-3	7	3	2	52
16	4	3	-1	5	0	4	2	1	2	0	12	-6
17	3	4	-3	-5	5	0	2	1	-4	8	-16	17
18	-2	1	7	3	-3	8	5	4	-1	18	25	1
19	1	0	5	3	2	7	5	0	9	-4	2	-12
20	2	1	0	4	3	-3	-6	5	7	34	5	-26
21	0	1	2	1	0	1	-1	2	4	-2	4	7
22	1	3	0	2	-1	1	0	-1	2	6	12	-1
23	2	1	-1	0	3	2	1	-1	1	1	-4	4
24	4	1	1	2	0	-3	-1	2	1	-9	5	5
25	-2	0	1	1	3	-1	0	4	1	-5	-5	5
26	5	1	0	2	-1	3	1	0	-1	13	2	7
27	0	1	1	-2	0	1	3	1	0	-19	-1	7
28	1	0	2	0	1	1	2	-1	4	3	-3	4
29	3	1	0	-1	2	1	-1	0	2	3	3	-1
30	-1	2	1	2	0	3	1	1	-1	-1	7	-4

2.2. Задані координати вершин піраміди  $ABCD$ :  $A(x_1; y_1; z_1)$ ;  $B(x_2; y_2; z_2)$ ;  $C(x_3; y_3; z_3)$ ;  $D(x_4; y_4; z_4)$ . Засобами векторної алгебри знайти: а) довжину ребра  $AB$ ; б) кут між ребрами  $AB$  і  $AD$ ; в) кут між ребром  $AD$  і гранню  $ABC$ ; г) площу грані  $ABC$ ; д) об'єм піраміди  $ABCD$ .

№	$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$	$x_3$	$y_3$	$z_3$	$x_4$	$y_4$	$z_4$
01	4	0	0	-2	1	2	1	3	2	3	2	7
02	-2	1	2	4	0	0	3	2	7	1	3	2
03	1	3	2	3	2	7	4	0	0	-2	1	2
04	3	1	4	-1	6	1	-1	1	6	0	4	-1
05	3	3	9	6	9	1	1	7	3	8	5	8
06	3	5	4	5	8	3	1	9	9	6	4	8
07	2	4	3	7	6	3	4	9	3	3	6	7
08	9	5	5	-3	7	1	5	7	8	6	9	2
09	0	7	1	4	1	5	4	6	3	3	9	8
10	5	5	4	3	8	4	3	5	10	5	8	2
11	6	1	1	4	6	6	4	2	0	1	2	6
12	7	5	3	9	4	4	4	5	7	7	9	6
13	6	6	2	5	4	7	2	4	7	7	3	0
14	1	-3	1	-3	2	-3	-3	-3	3	-2	0	-4
15	1	-1	6	4	5	-2	-1	3	0	6	1	5
16	1	1	1	3	4	0	-1	5	6	4	0	5
17	7	1	2	-5	3	-2	3	3	5	4	5	-1
18	-2	3	-2	2	-3	2	2	2	0	1	5	5
19	3	1	1	1	4	1	1	1	7	3	4	-1
20	4	-3	-2	2	2	3	2	-2	-3	-1	-2	3
21	5	1	0	7	0	1	2	1	4	5	5	3
22	4	2	5	0	7	2	0	2	7	1	5	0
23	4	4	10	4	10	2	2	8	4	9	6	4
24	4	6	5	6	9	4	2	10	10	7	5	9
25	3	5	4	8	7	4	5	10	4	4	7	8
26	10	6	6	-2	8	2	6	8	9	7	10	3
27	1	8	2	5	2	6	5	7	4	4	10	9
28	6	6	5	4	9	5	4	6	11	6	9	3
29	7	2	2	5	7	7	5	3	1	2	3	7
30	8	6	4	10	5	5	5	6	8	8	10	7

2.3. Відомі координати точок  $A(x_1; y_1; z_1); B(x_2; y_2; z_2); C(x_3; y_3; z_3); D(x_4; y_4; z_4)$ . а) З'ясувати, чи належать точки  $A, B, C, D$  до однієї площини; б) знайти проекцію вектора  $\overline{AB}$  на вектор  $\overline{CD}$ ; в) обчислити напрямні конуси вектора  $\overline{BC}$ .

№	$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$	$x_3$	$y_3$	$z_3$	$x_4$	$y_4$	$z_4$
01	1	3	6	2	2	1	-1	0	1	-4	6	-3
02	-4	2	6	2	-3	0	-10	5	8	-5	2	-4
03	7	2	4	7	-1	-2	3	3	1	-4	2	1
04	2	1	4	-1	5	-2	-7	-3	2	-6	-3	6
05	-1	-5	2	-6	0	-3	3	6	-3	-10	6	7
06	0	-1	-1	-2	3	5	1	-5	-9	-1	-6	3
07	5	2	0	2	5	0	1	2	4	-1	1	1
08	2	-1	-2	1	2	1	5	0	-6	-10	9	-7
09	-2	0	-4	-1	7	1	4	-8	-4	1	-4	6
10	14	4	5	-5	-3	2	-2	-6	-3	-2	2	-1
11	1	2	0	3	0	-3	5	2	6	8	4	-9
12	2	-1	2	1	2	-1	3	2	1	-4	2	5
13	1	1	2	-1	1	3	2	-2	4	-1	0	-2
14	2	3	1	4	1	-2	6	3	7	7	5	-3
15	1	1	-1	2	3	1	3	2	1	5	9	-8
16	1	1	1	3	4	0	-1	5	6	4	0	5
17	7	1	2	-5	3	-2	3	3	5	4	5	-1
18	-2	3	-2	2	-3	2	2	2	0	1	5	5
19	4	-1	3	-2	1	0	0	-5	1	3	2	-6
20	1	-1	1	-2	0	3	2	1	-1	2	-2	-4
21	1	2	0	1	-1	2	0	1	-1	-3	0	1
22	1	0	2	1	2	-1	2	-2	1	2	1	0
23	1	2	-3	1	0	1	-2	-1	6	0	-5	-4
24	3	10	-1	-2	3	-5	-6	0	-3	1	-1	2
25	-1	2	4	-1	-2	-4	3	0	-1	7	-3	1
26	0	-3	1	-4	1	2	2	-1	5	3	1	-4
27	1	3	0	4	-1	2	3	0	1	-4	3	5
28	-2	-1	-1	0	3	2	3	1	-4	-4	7	3
29	-3	-5	6	2	1	-1	0	-3	-1	-5	2	-8
30	2	-4	-3	5	-6	0	-1	3	-3	-10	-8	7

2.4. Обчислити, яку роботу виконує сила  $\vec{F}(f_1; f_2; f_3)$ , коли її точка прикладання, рухаючись прямолінійно, переміщується з точки  $A(x_1; y_1; z_1)$  в точку  $B(x_2; y_2; z_2)$ .

№	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
01	1	-2	3	0	-1	2	3	-4	5
02	6	-3	0	-12	-3	-3	-9	-3	-6
03	2	-1	3	5	5	-2	4	1	1
04	-1	-3	2	3	4	-6	1	1	-1
05	-2	0	4	-1	-2	4	3	-2	1
06	5	3	-1	5	2	0	6	4	-1
07	-3	7	5	0	-1	-2	2	3	0
08	2	-4	6	0	-2	4	6	-8	10
09	5	1	-2	3	1	2	4	1	1
10	3	-1	3	1	5	-2	4	1	1
11	-1	1	2	6	-1	-4	4	2	1
12	-1	1	-2	-4	-2	5	-8	-2	2
13	6	2	-3	6	3	-2	7	3	-3
14	5	-3	-1	-3	-6	1	-5	-10	-1
15	-8	2	-1	4	-6	0	-2	-5	-1
16	3	-6	1	0	-3	6	9	-12	15
17	-4	0	2	8	2	2	6	2	4
18	-1	3	3	5	1	-2	4	1	1
19	0	-4	-3	0	1	3	-2	4	-2
20	1	0	-1	-2	-1	4	8	-1	-1
21	0	-2	-7	7	1	3	8	-1	2
22	-2	-3	-2	-1	-3	-1	-3	-7	-3
23	2	2	7	0	0	6	-2	5	7
24	-1	2	-3	0	1	-2	-3	4	-5
25	1	2	-6	9	3	6	12	3	3
26	-3	3	-1	5	1	-2	4	1	-3
27	-2	3	1	2	3	-2	0	0	3
28	4	1	1	-2	4	-5	8	4	0
29	4	-1	-6	0	2	-4	-6	8	-10
30	4	-2	4	-1	6	7	1	10	9

### 3. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

3.1. Задані координати точок  $A(x_1; y_1; z_1)$ ,  $B(x_2; y_2; z_2)$ ,  $C(x_3; y_3; z_3)$  і  $D(x_4; y_4; z_4)$ .

- 1) Скласти рівняння площин, які проходять: а) через точку  $A$  перпендикулярно до вектора  $\overline{AB}$ ; б) через точки  $A$  і  $B$  паралельно вектору  $\overline{CD}$ ; в) через точку  $A$  паралельно векторам  $\overline{BD}$  і  $\overline{CD}$ ; г) через три точки  $A, B, C$ ; д) знайти кут між площинами  $ABC$  та  $ABD$ .
- 2) Скласти: а) рівняння прямої, що проходить через точки  $A$  і  $D$ ; б) рівняння перпендикуляра, опущеного з вершини  $D$  на площину  $ABC$ ; в) загальне рівняння прямої  $AB$ ; г) знайти основу перпендикуляра опущеного з точки  $D$  на площину  $ABC$ .

Значення координат точок  $A, B, C, D$  ті, що в задачі 2.2.

3.2. Відомі координати вершин трикутника  $A(x_1; y_1)$ ;  $B(x_2; y_2)$ ;  $C(x_3; y_3)$ .

- 1) Скласти рівняння: а) прямої  $AB$ ; б) прямих, що проходять через точку  $C$  паралельно і перпендикулярно до прямої  $AB$ ; в) медіани  $BE$ .
- 2) Знайти координати точки  $D$ , такої, щоб чотирикутник  $ABCD$  був паралелограмом.
- 3) Знайти кут між прямими  $AB$  і  $BE$ .

№	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	№	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$
01	6	2	30	-5	12	19	16	-1	5	11	0	17	8
02	4	3	-12	-9	-5	15	17	6	5	-6	0	-10	3
03	-1	7	11	2	17	10	18	-2	6	10	1	16	9
04	1	1	-15	11	-8	13	19	10	-5	-2	0	1	4
05	-14	10	10	3	-8	27	20	-7	3	5	-2	8	2
06	7	1	-5	-1	-9	-1	21	4	1	0	-2	-5	10
07	-2	1	-18	-11	-11	13	22	2	8	-2	5	3	-7
08	10	-1	-2	-6	-6	-3	23	5	-1	1	-4	-4	8
09	-12	6	12	-1	-6	23	24	-14	6	-2	1	1	5
10	8	0	-4	-5	-8	-2	25	6	0	2	-3	-3	9
11	7	1	-5	-4	-9	-1	26	-9	2	3	-3	6	1
12	0	5	12	0	18	8	27	7	-4	3	-7	-2	5
13	8	0	-4	-5	-8	-2	28	-8	4	4	-1	7	3
14	1	5	13	0	19	8	29	3	-3	-1	-6	-6	6
15	6	1	-6	-4	-10	-1	30	-6	5	6	0	9	4

3.3. Пряма ( $L$ ) задана загальним рівнянням: ( $L$ )  $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$

Скласти канонічне рівняння прямої ( $L$ ), а також рівняння площини, що проходить через пряму ( $L$ ) і точку  $M_1(x_1; y_1; z_1)$ .

№	$A_1$	$B_1$	$C_1$	$D_1$	$A_2$	$B_2$	$C_2$	$D_2$	$x_1$	$y_1$	$z_1$
01	2	-1	-3	1	1	5	1	0	3	0	2
02	1	2	3	-1	2	-3	2	-9	1	2	0
03	1	1	-1	-1	8	3	-6	-2	-1	2	1
04	1	1	-1	2	4	-3	1	-1	2	-3	0
05	2	5	-3	-4	4	-3	2	-9	0	4	-2
06	2	7	-1	-8	1	2	1	-4	-3	0	5
07	3	4	2	-8	1	5	1	0	1	3	0
08	1	-4	-2	3	3	1	1	-5	5	1	-2
09	1	1	-1	-1	1	2	1	-4	-2	0	1
10	3	1	1	-5	4	-3	1	-1	0	-5	2
11	2	1	1	-2	2	-1	-3	6	0	2	3
12	1	-3	2	2	1	3	1	14	4	1	2
13	1	-2	1	-4	2	2	-1	-8	4	2	1
14	1	1	1	-2	1	-1	-2	2	2	3	5
15	2	3	1	6	1	-3	-2	3	10	-9	5
16	3	1	-1	-6	3	-1	2	0	-7	6	2
17	1	5	2	11	-1	-1	-1	-1	15	-10	2
18	3	4	-2	1	2	-4	3	4	2	6	10
19	5	1	-3	4	1	-1	2	2	2	8	10
20	1	-1	-1	-2	1	-2	1	4	2	4	6
21	4	1	3	2	2	-1	1	-8	3	7	11
22	3	3	-2	-1	2	-3	1	6	1	2	3
23	6	-7	-4	-2	1	7	-1	-5	2	0	4
24	8	-1	-3	-1	1	1	1	10	1	2	2
25	6	-5	-4	8	6	5	3	4	7	0	-1
26	1	5	-1	-5	2	-5	2	5	3	5	2
27	2	-3	1	6	1	-3	-2	3	2	5	1
28	5	1	2	4	1	-1	-3	2	5	1	3
29	4	1	1	2	2	-1	-3	-8	4	0	-3
30	2	1	-3	-2	2	1	1	6	-4	6	3

3.4. Знайти відстань від точки  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  до площини, що проходить через три точки  $M_1(x_1; y_1; z_1); M_2(x_2; y_2; z_2); M_3(x_3; y_3; z_3)$ .

№	$x_0$	$y_0$	$z_0$	$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$	$x_3$	$y_3$	$z_3$
01	-12	7	-1	-3	4	-7	1	5	-4	-5	-2	0
02	1	-6	-5	-1	2	-3	4	-1	0	2	1	-2
03	-7	0	-1	-3	-1	1	-9	1	-2	3	-5	4
04	-2	4	2	1	-1	1	-2	0	3	2	1	-1
05	2	-1	4	1	2	0	1	-1	2	0	1	-1
06	-5	-9	1	1	0	2	1	2	-1	2	-2	1
07	3	-2	-9	1	2	-3	1	0	1	-2	-1	6
08	-6	7	-10	3	10	-1	-2	3	-5	-6	0	-3
09	-2	3	5	-1	2	4	-1	-2	-4	3	0	-1
10	-3	4	-5	0	-3	1	-4	1	2	2	-1	5
11	4	3	0	1	3	0	4	-1	2	3	0	1
12	-21	20	-16	-2	-1	-1	0	3	2	3	1	-4
13	3	6	68	-3	-5	6	2	1	-4	0	-3	-1
14	2	-10	8	2	4	-3	5	-6	0	-1	3	-3
15	-3	2	7	1	-1	2	2	1	2	1	1	4
16	5	-4	5	1	3	6	2	2	1	-1	0	1
17	-12	1	8	-4	2	6	2	-3	0	-10	5	8
18	10	1	8	7	2	4	7	-1	-2	-5	-2	-1
19	-3	1	8	2	1	4	3	5	-2	-7	-3	2
20	10	-8	-7	-1	-5	2	-6	0	-3	3	6	-3
21	-4	-13	6	0	-1	-1	-2	3	5	1	-5	-9
22	-3	-6	-8	5	2	0	2	5	0	1	2	4
23	14	-3	7	2	-1	-2	1	2	1	5	0	-6
24	-6	5	5	-2	0	-4	-1	7	1	4	-8	4
25	-13	-8	16	1	2	0	3	0	-3	5	2	6
26	16	-8	-13	0	2	1	-3	0	3	6	2	5
27	5	5	-6	-4	0	-2	1	7	-1	-4	-8	4
28	7	-3	14	-2	-1	2	1	2	1	-6	0	5
29	-8	-6	-3	0	2	5	0	5	2	4	2	1
30	6	-13	-4	-1	-1	0	5	3	-2	-9	-5	1



3.5. Знайти точку перетину прямої  $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$  і площини  $Ax + By + Cz + D = 0$ .

№	$x_0$	$y_0$	$z_0$	$l$	$m$	$n$	$A$	$B$	$C$	$D$
01	2	3	-1	-1	-1	4	1	2	3	-14
02	-1	3	-1	3	-4	5	1	2	-5	20
03	1	-5	1	-1	4	2	1	-3	7	-24
04	1	0	-3	1	0	2	2	-1	4	0
05	5	3	2	1	-1	0	3	1	-5	-12
06	-1	-2	3	-3	2	-2	1	3	-5	9
07	1	2	-1	-2	1	-1	1	-2	5	17
08	1	2	4	2	0	1	1	-2	4	-19
09	-2	1	-4	-1	1	-1	2	-1	3	23
10	-2	2	-3	1	0	0	2	-3	-5	-7
11	1	1	-2	2	-1	3	4	2	-1	-11
12	1	-1	1	1	0	-1	3	-2	-4	-8
13	-2	1	-3	-1	1	2	1	2	-1	-2
14	-3	2	-2	1	-5	3	5	-1	4	3
15	2	2	4	2	-1	3	1	3	5	-42
16	3	4	4	-1	5	2	7	1	4	-47
17	5	2	-4	-2	0	-1	2	-5	4	24
18	1	8	-5	8	-5	12	1	-2	-3	18
19	3	1	-5	1	-1	0	1	7	3	11
20	5	-3	1	-1	5	2	3	7	-5	-11
21	1	2	6	7	1	-1	4	1	-6	-5
22	3	-2	8	1	-1	0	5	9	4	-25
23	-2	-3	3	-5	1	4	-1	5	3	3
24	4	2	2	3	-1	2	5	3	1	-42
25	4	4	3	2	5	-1	4	1	7	-47
26	-4	2	5	-1	0	-2	4	-5	2	24
27	-5	8	1	12	-5	8	-3	-2	1	18
28	-5	1	3	0	-1	1	3	7	1	11
29	1	-3	5	2	5	-1	-5	7	3	-11
30	6	2	1	-1	1	7	6	-1	-4	5

#### 4. КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

4.1. Задані комплексні числа  $Z_1 = X_1 + iY_1$  та  $Z_2 = X_2 + iY_2$ .

- а) Обчислити  $Z = 3 \cdot Z_1^2 + 2 \cdot Z_1 \cdot Z_2 - Z_1/Z_2$ . Дії виконати в алгебраїчній формі.
- б) Знайти корені  $V_1$  та  $V_2$  квадратного рівняння  $V^2 = Z_2$ . Результати подати в алгебраїчній та тригонометричній формах.

№	$X_1$	$Y_1$	$X_2$	$Y_2$	№	$X_1$	$Y_1$	$X_2$	$Y_2$
01	1	-2	-3	-4	16	-3	2	8	6
02	-1	2	15	-8	17	-3	-2	7	24
03	2	-1	-3	4	18	2	3	-7	24
04	2	1	15	8	19	2	-3	7	-24
05	-2	1	3	4	20	-2	3	-7	-24
06	-1	-2	3	-4	21	-2	-3	12	16
07	-1	2	-15	-8	22	2	4	12	-16
08	-2	-1	-15	8	23	2	-4	-12	16
09	1	2	5	12	24	-2	4	-12	-16
10	2	3	-5	12	25	-2	-4	21	20
11	2	-3	5	-12	26	2	5	-21	20
12	-2	3	-5	-12	27	2	-5	21	-20
13	-2	-3	-8	-6	28	-2	5	24	10
14	3	2	-8	6	29	4	-3	24	-10
15	3	-2	8	-6	30	-4	3	-24	10

В к а з і в к а: Значення квадратних коренів з комплексного числа  $z = a + ib$  в алгебраїчній формі знаходять за формулою:

$$\sqrt{a + ib} = \pm \left( \sqrt{(|z| + a)/2} + i \operatorname{sign} b \sqrt{(|z| - a)/2} \right),$$

де  $|z|$  – модуль комплексного числа  $z$ ,  $\operatorname{sign} b$  – знак числа  $b$ .

4.2. Розв'язати квадратне рівняння  $z^2 - (a + ib)z + (c + id) = 0$ .

№	$a$	$b$	$c$	$d$	№	$a$	$b$	$c$	$d$
01	5	5	-2	11	16	2	-4	-11	2
02	5	1	10	-5	17	-3	5	-10	-5
03	3	5	-10	5	18	3	1	2	-11

04	3	1	2	-11	19	-5	5	-2	-11
05	6	4	5	10	20	-5	1	10	5
06	6	2	11	2	21	-2	4	-11	2
07	2	2	-5	-10	22	-2	2	-5	10
08	2	4	-11	-2	23	-6	4	5	-10
09	5	-1	10	5	24	-6	2	11	2
10	5	-5	-2	-11	25	-3	-1	2	-11
11	3	1	2	11	26	-3	-5	-10	5
12	3	-5	-11	-5	27	-5	-1	10	-5
13	6	-2	11	-2	28	-5	-5	-2	11
14	6	-4	5	-10	29	-2	-2	-5	-10
15	2	-2	-5	10	30	-2	-4	-11	-2

4.3. Розв'язати біквдратне рівняння  $z^4 + p \cdot z^2 + q = 0$ .

Корені цього рівняння зобразити на комплексній площині.

№	$p$	$q$
01	6	25
02	-6	25
03	16	100
04	-16	100
05	10	169
06	-10	169
07	14	625
08	-14	625
09	30	289
10	-30	289

№	$p$	$q$
11	24	400
12	-24	400
13	48	676
14	-48	676
15	70	1369
16	-70	1369
17	42	841
18	-42	841
19	64	1600
20	-64	1600

№	$p$	$q$
21	32	1156
22	-32	1156
23	54	2025
24	-54	2025
25	18	1762
26	-18	1762
27	40	3104
28	-40	3104
29	22	3721
30	-22	3721

4.4. Знайти всі значення коренів  $n$ -го степеня з комплексного числа  $z = a + ib$  та зобразити їх на комплексній площині.

№	$n$	$a$	$b$
01	6	-64	0
02	3	0	27
03	3	27	0
04	3	-2	2
05	4	16	0
06	3	-27	0
07	6	64	0
08	3	-1	1
09	3	0	-27
10	3	0	8

№	$n$	$a$	$b$
21	4	16	0
22	3	1	0
23	3	-1	0
24	4	16	0
25	3	-8	0
26	4	-81	0
27	4	81	0
28	3	64	0
29	3	0	125
30	4	256	0

№	$n$	$a$	$b$
11	3	-16	16
12	3	0	-8
13	4	-1	0
14	6	1	0
15	6	-1	0
16	3	8	0
17	3	-64	0
18	3	0	1
19	3	0	-1
20	4	16	0

4.5. Характеристичний опір чотириполюсника (рис. 1) обчислюють за формулою

$Z_C = \sqrt{Z_{K3} \cdot Z_{XX}}$ , де  $Z_{K3}$  – опір короткого замикання,  $Z_{XX}$  – опір холостого ходу, які для схеми рис. 1 дорівнюють:

$$Z_{K3} = Z_1 \cdot Z_2 / (Z_1 + Z_2),$$

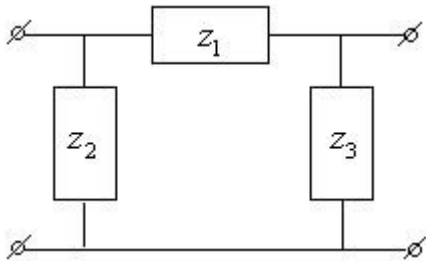


Рис. 1

$$Z_{XX} = Z_2 \cdot (Z_1 + Z_2) / (Z_1 + Z_2 + Z_3).$$

Знайти  $\operatorname{Re} Z_C > 0$  і  $\operatorname{Im} Z_C$ , якщо  $Z_1 = R_1 + jX_1$ ,  $Z_2 = R_2 + jX_2$ ,  
 $Z_3 = R_3 + jX_3$ , де  $R_1 = (12 + N) \cdot 10^3$ ;  $R_2 = (2N + 1) \cdot 10^3$ ;  $R_3 = N^2 \cdot 10^3$ ;  
 $X_1 = 3 \cdot N \cdot 10^2$ ;  $X_2 = (N + 5) \cdot 10^2$ ;  $X_3 = (N + 3) \cdot 10^2$ .

$N$  – номер варіанту.

## 5. АЛГЕБРА МАТРИЦЬ

5.1. Задані матриці  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$ .

1) Обчислити  $A \cdot B$  та  $B \cdot A$ ;  $(3A + 2B) \cdot C$ .

2) Розв'язати матричне рівняння:  $A \cdot X \cdot B = C$ .

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{21}$	$b_{22}$	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{21}$	$c_{22}$
01	1	0	2	3	-1	0	1	1	-2	2	1	0
02	1	-1	2	3	0	4	1	3	1	0	4	2
03	0	2	3	4	1	0	2	-1	-2	2	1	-1
04	1	2	0	3	0	-1	2	1	-1	1	3	2
05	2	0	1	3	0	2	-1	1	2	2	3	-1
06	0	3	2	2	-1	0	-1	2	1	2	-1	2
07	1	3	0	2	1	-1	0	2	1	3	1	2
08	2	1	2	3	0	2	1	0	1	2	3	1
09	1	1	0	2	-1	1	2	3	1	1	-1	3
10	0	1	2	4	0	1	-1	-2	1	2	1	1
11	2	1	1	0	0	2	1	3	-1	1	2	-1

12	3	0	1	1	-1	0	2	1	-1	1	0	3
13	1	2	1	0	2	0	-1	1	1	2	2	1
14	1	1	2	0	2	1	1	-1	0	1	2	-1
15	1	1	1	2	0	1	6	1	1	1	2	0
16	1	1	3	1	0	1	2	0	1	3	1	1
17	1	0	1	2	-1	2	3	-1	1	1	2	1
18	1	0	2	3	0	-1	1	-2	1	2	-1	1
19	2	0	0	1	-1	1	-1	2	1	2	1	-1
20	1	1	0	1	1	1	0	2	1	0	1	1
21	0	1	1	1	1	0	2	1	1	1	0	1
22	6	0	1	2	1	-1	1	1	1	1	2	-1
23	0	1	1	0	2	1	-1	2	1	1	-2	2
24	0	2	1	0	3	2	1	1	-2	2	3	1
25	2	0	1	6	1	-1	1	1	-1	1	-1	1
26	2	0	1	1	1	1	0	2	-1	1	1	-1
27	2	4	2	2	3	0	1	1	0	1	3	1
28	2	1	0	1	0	1	1	-1	1	2	1	1
29	2	0	1	1	0	-1	-1	1	1	0	-1	1
30	2	-1	0	-1	0	1	1	1	-1	0	1	-1

5.2. Знайти значення многочлена  $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$  від матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

№	$a$	$b$	$c$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$
01	-1	3	4	1	0	2	3	-1	0	1	1	-2
02	5	-1	1	2	1	0	3	0	4	1	-1	2
03	2	6	1	0	2	3	4	1	0	2	-1	-2
04	4	-2	3	1	2	0	3	0	-1	2	1	-1
05	1	-1	-5	2	0	1	3	0	2	-1	1	2
06	7	-5	1	0	3	2	2	1	-1	0	-1	2
07	5	-1	-3	1	3	0	2	1	-1	0	2	1
08	3	1	-4	2	1	2	3	0	2	1	0	1
09	-3	5	-2	0	1	2	4	0	1	-1	-2	1
10	-4	2	3	1	1	0	0	-1	1	2	3	1
11	-3	2	5	2	1	1	0	0	2	1	3	-1

12	4	-3	10	3	0	1	1	-1	0	2	1	-1
13	-1	-1	7	1	2	1	0	2	0	-1	1	1
14	1	9	-4	1	1	2	0	2	1	1	-1	0
15	5	7	1	1	1	1	2	0	1	0	1	1
16	3	5	-1	1	1	3	1	0	1	2	0	1
17	5	-1	2	-1	0	1	0	-1	2	3	-1	1
18	2	-4	3	1	0	2	3	0	-1	1	-2	1
19	4	-1	3	2	0	0	1	-1	1	-1	2	1
20	-3	7	2	1	1	0	1	1	1	0	2	1
21	3	5	1	0	1	1	1	1	0	2	1	1
22	5	4	3	0	0	1	2	1	-1	-1	1	1
23	4	-3	2	0	1	1	0	2	1	-1	2	1
24	1	4	3	0	2	1	0	3	2	1	1	-1
25	1	-1	5	2	0	1	0	1	-1	1	1	-1
26	-1	3	8	2	0	1	1	1	1	0	2	-1
27	8	5	-3	2	1	-1	-1	3	1	0	1	0
28	3	-3	6	2	1	0	1	0	1	1	-1	1
29	1	9	-5	2	1	0	0	1	-1	-1	1	1
30	9	2	3	2	-1	0	-1	0	1	1	1	-1

5.3. Обчислити ранг матриці  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$ .

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$
01	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	3	2
02	1	1	1	2	2	1	2	1	1	1	3	2
03	1	2	5	1	1	-1	3	2	3	-6	-1	1
04	2	1	2	1	-4	3	1	0	2	3	5	1
05	1	0	-5	0	-2	3	2	1	1	-2	0	2
06	2	-1	1	0	3	2	-5	1	1	3	-2	4
07	3	1	-1	2	-5	1	3	-4	2	0	1	-1
08	-2	5	0	-1	1	0	3	7	3	-1	0	5
09	-4	1	2	-2	0	3	0	1	2	-3	1	-3
10	2	1	-5	1	1	-3	0	-6	0	2	-1	2
11	1	2	3	6	2	3	1	6	3	1	2	6
12	1	3	1	2	2	2	1	3	3	1	1	-1





11	2	19	30	0	-5	-12	0	2	5
12	-3	2	0	-2	1	0	15	-7	4
13	-1	-2	12	0	4	3	0	5	6
14	5	-7	0	-3	1	0	12	6	-3
15	1	8	23	0	5	7	0	3	1
16	4	0	5	7	-2	9	3	0	6
17	1	-1	16	0	1	-1	0	1	3
18	-3	11	7	0	5	-4	0	1	1
19	5	9	7	0	3	-2	0	2	-1
20	5	0	21	21	2	16	1	0	1
21	4	-5	7	1	-4	9	-4	0	5
22	4	-2	-1	-1	3	-1	1	-2	2
23	2	-1	0	-1	2	0	1	-1	1
24	3	-1	1	0	2	-1	0	-1	2
25	5	-1	-1	0	4	-1	0	-1	4
26	6	-2	-1	-1	5	-1	1	-2	4
27	3	1	-1	2	2	-1	-2	1	4
28	2	0	-1	1	1	-1	-1	0	2
29	2	1	0	1	2	0	-1	-1	3
30	4	1	0	1	4	0	-1	1	5

## 6. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФОЗ

6.1. Знайти границі функцій, не користуючись правилом Лопіталя.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} ((a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4)/(b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4)),$

де  $a_1 = 2N - 19$ ;  $a_2 = N - 26$ ;  $a_3 = 18 - N$ ;  $a_4 = 3N - 40$ ;

$b_1 = N - 20$ ;  $b_2 = 3N - 37$ ;  $b_3 = 2N - 1$ ;  $b_4 = 30 - N$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow N} ((x^2 - 3Nx + 2N^2)/(x^2 - 4Nx + 3N^2));$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{a + bx} - \sqrt{cx + a})/(x^2 + sx),$

де  $a = N^2$ ;  $b = 3N - 15$ ;  $c = 2N + 1$ ;  $s = 19 - N$ .

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos ax - \cos bx)/x^2$ , де  $a = 15 - N$ ;  $b = N + 1$ .

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} ((x + a)/(x + b)^x)$ , де  $a = 2N + 5$ ;  $b = 16 - N$ .

$N$  - номер варіанта.

6.2. Знайти похідні  $dy/dx$ , якщо: а)  $y = f(x)$ ; б)  $y = g(x)$ .

№	$f(x)$	$g(x)$

01	$(1 + \exp(3\sin 2x))^3$	$\ln \operatorname{tg}(2x + 5)$
02	$4\cos^3 x / \sin^2 x$	$\operatorname{arctg}(\exp(5x))$
03	$\exp(\operatorname{ctg} 5x)$	$\arcsin((1 - 3x)/(1 + 3x))$
04	$(3 + 6x)/\sqrt{3 - 4x + 5x}$	$\sin^3 x - x^2 \cos 2x$
05	$\sin^2 2x/(2 + 3\cos^2 2x)$	$\ln \ln \sin(1 + 1/x)$
06	$\operatorname{tg}^4((1 + x)/(1 - x))$	$\exp(2\operatorname{arctg}(x))$
07	$(1 + x^2)/(1 - x^2)$	$\operatorname{ctg}^2 x + 2\ln \cos x$
08	$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$	$\ln \operatorname{ctg} 3x - \arcsin \sqrt{x}$
09	$\exp(\arccos 2x)$	$\arcsin(x/\sqrt{1 + x^2})$
10	$\operatorname{tg}^3 5x - 3\operatorname{tg}^2 5x + 3x$	$\arccos^2((3 - x^2)/(x^2 - 2))$
11	$\ln((3 + \sqrt{9 - x^2})/x)$	$\operatorname{ctg}^3 2x - \exp(-x/2)$
12	$x \arcsin((2x + 1)/5)$	$\ln \operatorname{ctg} 3x + \exp(5x^2)$
13	$\operatorname{arctg}(x^2) - x^3 \ln x$	$\ln \operatorname{tg}(x^2) + 2\ln \ln x$
14	$(1 + \operatorname{tg} 2x)/(1 - \operatorname{tg} 2x)$	$\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$
15	$x \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$	$x \operatorname{arctg} x + x^2 \ln 2x$

№	$f(x)$	$g(x)$
16	$\sqrt{(1 + x^2)/(1 - x^2)}$	$\operatorname{arctg}(1/x) - \ln^2 3x$
17	$x\sqrt{(1 + x^2)/(1 - x)}$	$\ln(\operatorname{arctg}(x/3))$
18	$x + 1/(x + \sqrt{1 + x^2})$	$\ln \operatorname{tg} \sqrt[3]{x} - \exp(\sin^2 x)$
19	$\operatorname{arctg}(x + \sqrt{1 + x^2})$	$(\exp(\sin x) - \cos \ln x)^2$
20	$(1 + \sin 3x)/(1 - \sin 3x)$	$\arcsin(x^2) + \cos^3(2x + 5)$
21	$2/\sqrt[3]{3x^2 + x - 3}$	$\operatorname{arctg}^3 \ln x$
22	$\cos^2 3x / \sin^3 2x$	$\ln \sin^2(3x - 1)$
23	$x\sqrt{(1 - 2x^2)/(1 + x)}$	$\arccos \sqrt[3]{2 - 3x^2}$
24	$(2 - 3x^2)/\sqrt{2 - 5x^2 - x^3}$	$\cos^4 2x - x^3 \sin^2 3x$
25	$(x^2 + 2)/\sqrt{2 - 5x^2 - x^3}$	$\operatorname{tg}^2 3x / (3 - 2\sin^2 3x)$
26	$\operatorname{ctg}^5(2x^3 + x + 2)$	$x \ln \sin x - 5\sqrt{x}$

27	$\operatorname{tg}^3 2x + 2 \ln \sin (x^2/2)$	$\arcsin^3 (x/(1 + \sqrt{1 - x^2}))$
28	$2 \operatorname{tg}^2 (1 - x) + \exp (x \cos^2 x)$	$(2 \sin x)/(1 + \cos x)$
29	$(1 + \sin^3 2x)^{\frac{2}{3}}$	$\ln (\exp x + \sqrt{1 + \exp 2x})$
30	$\arcsin x/(1 + \operatorname{tg} x)$	$(\ln(\operatorname{ctg} x)/(1 + \cos^2 2x))$

6.3. Знайти  $d^2 y/dx^2$ : а)  $y = f(x)$ ; б)  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ .

№	$f(x)$	$x(t)$	$y(t)$
01	$x/(x^2 - 1)$	$\cos (t/2)$	$t - \sin t$
02	$\ln \operatorname{tg} (x/2)$	$t^4 + 8t^2$	$t^6 + 2t$
03	$x^4 \ln x$	$t^2 - \sin 2t$	$t - \cos 2t$
04	$x \operatorname{arctg} x$	$\exp (3t)$	$\sin 3t$
05	$\operatorname{arctg} 5x$	$3 \sin^2 t$	$2 \cos^3 t$
06	$\exp (\operatorname{tg} 2x)$	$3 \sin t$	$5 \cos^2 t$
07	$(\cos x) \exp (2x)$	$3 t^2 - t^3$	$4 t^2$
08	$(\sin 3x) \exp (-2x)$	$2 t^4 - t^2$	$3 t^3$
09	$x \sqrt{1 - x^2}$	$t + \ln \sin t$	$t - \ln \sin t$

№	$f(x)$	$x(t)$	$y(t)$
10	$x \exp (-x^3)$	$\ln t$	$(t + 1/t^2)/3$
11	$x^2/(x^2 - 1)$	$\sin (t/3)$	$t^2 - \cos t$
10	$x \exp (-x^3)$	$\ln t$	$(t + 1/t^2)/3$
12	$\ln \operatorname{ctg} 2x$	$\sqrt{t^3 - 1}$	$\ln t$
13	$x \sqrt{1 + x^2}$	$\operatorname{tg} t$	$\operatorname{cosec} 2t$
14	$x^2/(x^2 - 4)$	$\cos t + t \sin t$	$\sin t - t \sin t$
15	$x/\sqrt{1 + x^2}$	$\cos^2 t$	$\operatorname{tg}^2 t$
16	$x^3/(x^2 - 4)$	$(\cos t) \exp t$	$(\sin t) \exp t$
17	$x^3/(1 - x^2)$	$\operatorname{arctg} t$	$t^2/2$
18	$x^2 \exp (3x)$	$\ln (1 + t^2)$	$t - \operatorname{arctg} t$
19	$x^3 \ln 2x$	$t^3 - \cos (t/2)$	$t^2 - \sin (t/2)$
20	$x^2 \operatorname{arctg} (x/2)$	$\exp (2t^2/3)$	$\operatorname{ctg} 3t$

21	$\operatorname{arctg}(5x^3/3)$	$3 \cos^3 t$	$2 \sin^2 t$
22	$\exp(\cos^2 5x)$	$3 \cos^2 t$	$-2 \sin^3(t/2)$
23	$x/(x^2 - 1)$	$\exp(-t)$	$\exp(2t)$
24	$x^2 \sqrt{1+x^3}$	$t^2 + \ln \cos t$	$t^2 - \ln \sin t$
25	$x/\sqrt{1-x^2}$	$3/t + 1/t^3$	$3t^2 + t$
26	$x^3/(1+2x)$	$3t^2 - 1/t^4$	$3t^2 + t^4$
27	$x \exp(-2x)$	$t - \sin 3t$	$t^2 + \cos 3t$
28	$\exp(\operatorname{ctg} 3x)$	$-2 \cos 3t$	$5 \sin^3 3t$
29	$x^2/(1+x^3)$	$t + 1/t$	$t^6 + 2t^3$
30	$x^2 \exp(-2x)$	$(t^2 + t)/2$	$\ln(1+t)$

6.4. Скласти рівняння дотичної та нормалі до кривої  $y = f(x)$  в точці  $M_0(x_0; f(x_0))$ .

№	$x_0$	$f(x)$	№	$x_0$	$f(x)$
01	-2	$4x - x^2$	16	3	$(x-1)/(x^3+3)$
02	4	$x^2 - 2x - 3$	17	1	$(x^8+2)/(x^4+1)$
03	-2	$8/(4+x^2)$	18	-1	$(x-1)/(3+x^3)$
04	1	$x^4 + 4x$	19	4	$2 + (x-3)^4$
05	2	$x/(1+x^2)$	20	3	$(x^2 - 3x + 6)/x$
06	1	$(1+3x^2)/(3+x^2)$	21	3	$(x^2 - 3x + 3)/3$
07	1	$x + \sqrt{x^3}$	22	-1	$(x+1)/(3+x^2)$
08	-1	$(4-x^2)/(4+x^2)$	23	1	$3x^4 - 16x^3$
09	2	$x^3 - 6x^2 + 9x$	24	2	$1/(3x+2)$
10	-1	$x - x^3$	25	2	$x^3 - 3x$

11	1	$2x - 1/x$	26	3	$x^3 - 12x + 7$
12	1	$(x^9 + 6)/(1 + x^4)$	27	-2	$2x/(2x^2 + 1)$
13	-8	$\sqrt[3]{x^2} - 20$	28	1	$\ln(1 + x^2)$
14	1	$(x^5 + 1)/(1 + x^4)$	29	2	$(x^3 + 5)/(x^3 - 2)$
15	1	$2x/(1 + x^2)$	30	$\pi$	$x - \sin x$

6.5. Дослідити функцію  $y = f(x)$  та побудувати її графік.

№	$f(x)$	№	$f(x)$
01	$x^2/(x - 1)$	16	$(x^2 - 2x + 2)/(x - 1)$
02	$x^3/(1 + x^2)$	17	$(3x^4 + 1)/x^3$
03	$(x^3 + 4)/x^2$	18	$x^3/(x^2 + 2x - 3)$
04	$(x^2 - x + 1)/(x - 1)$	19	$(x - 2)^3/(x - 1)^2$
05	$(x^2 - 5)/(x - 3)$	20	$4x/(4 + x^2)$
06	$x^4/(x^3 - 1)$	21	$(x^2 - 5)/(x - 3)$
07	$4x^3/(x^2 - 1)$	22	$4x^3/(x^3 - 1)$
08	$(x^2 - 4)/x$	23	$(4x^2 + 5)/x$

№	$f(x)$	№	$f(x)$
09	$(x^3 - 4)/x$	24	$(2 - 4x^2)/(1 - 4x^2)$
10	$(x^3 - 1)/(x + 1)$	25	$(x^4 - 3)/x$
11	$(x^2 - 1)/(1 + x^2)$	26	$(4x - 12)/(x - 2)^2$
12	$(2x^2 - 1)/(x + 1)$	27	$x/(x^2 + 4)$
13	$x^3/(x - 4)$	28	$x + 8x / (x^2 + 1)$
14	$(x^3 + 1)/(x^2 - 4)$	29	$4x^2/(2 - x)$
15	$(3x^2 + 1)/x$	30	$x/(x^2 - 4)$

## 7. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФКЗ

7.1. Для функції  $U = F(x; y; z)$  знайти часткові похідні 1-го та 2-го порядків:

№	$F(x; y; z)$	№	$F(x; y; z)$
01	$y / (x^2 - y^2)^5$	16	$(2x + y) \exp(-x y)$
02	$\exp(x y)$	17	$\operatorname{arctg}(x/y)$
03	$(x - y)(y - z)(z - x)$	18	$\ln((x - y) / (x + y))$
04	$\sqrt{x} \sin(y/x)$	19	$\cos^2(3x - 4y)$
05	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	20	$x \exp(y/x)$
06	$\ln(x^2 + y^2)$	21	$\arcsin((x - y) / (x + y))$
07	$\exp(x/y)$	22	$\exp(x + y)$
08	$\sin^2(3x - 4y)$	23	$(x^2 + y^2) / (x - y)$
09	$y \ln x + x \ln y$	24	$x \ln(y/x)$
10	$x^2 - 3y^2$	25	$x^3 - y^3 + \ln(x/y)$
11	$\operatorname{tg}^3(2x - 3y)$	26	$(x^2 + y^2) \operatorname{tg}(x/y)$
12	$x y / (x + y)$	27	$y \sqrt{y/x}$
13	$\ln(x^2 - y^2)$	28	$\sqrt{2x - y}$
14	$\sqrt[3]{2y^2 - x}$	29	$\cos^2(x y)$
15	$\sin^2(y - ax)$	30	$\ln(x + \exp(-y))$



7.2. Задана функція  $z = f(x; y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$  та дві точки  $M_0(x_0; y_0)$  та  $M_1(x_1; y_1)$ . Потрібно:

- а) обчислити значення  $z_0 = f(x_0; y_0)$  функції в точці  $M_0$ ;
- б) обчислити значення  $z_1 = f(x_1; y_1)$  функції в точці  $M_1$ ;
- в) обчислити наближене значення  $\bar{z}_1 = f(x_1; y_1)$  в точці  $M_1$ , виходячи із значення  $z_0$  в точці  $M_0$ , замінивши приріст функції при переході від точки  $M_0$  до точки  $M_1$  диференціалом; оцінити у відсотках відносну похибку, що виникає при заміні приросту функції її диференціалом;
- г) скласти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні  $z = f(x; y)$  в точці  $M_2(x_0; y_0; z_0)$ .

№	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$	$x_0$	$y_0$	$x_1$	$y_1$
01	1	1	1	0	0	0	1	2	1.02	1.96
02	1	3	1	0	0	0	1	2	1.03	1.97
03	5	-1	3	5	2	-1	1	2	1.01	2.02
04	1	3	0	-6	0	5	4	1	3.96	1.03
05	1	0	-1	6	3	-1	2	3	2.02	2.97
06	1	2	3	0	0	5	2	1	1.96	1.04
07	1	0	1	2	1	-2	2	4	1.98	3.94
08	1	0	-1	5	4	-1	3	2	3.02	1.98
09	3	-5	2	0	0	11	1	2	1.03	1.97
10	-1	2	0	0	0	4	-3	1	-3.02	1.01
11	1	0	1	0	0	3	4	2	4.03	1.96
12	2	3	4	0	0	0	2	1	1.94	1.03
13	0	2	0	3	-2	0	2	2	1.93	2.05
14	2	2	-1	0	0	0	1	3	0.95	2.94
15	2	-3	0	4	0	0	1	3	1.07	2.94
16	0	3	0	2	0	4	1	2	1.05	1.93
17	1	2	3	0	0	0	2	1	1.96	1.04
18	1	0	1	-2	2	0	1	2	1.08	1.94
19	2	0	1	0	3	0	2	-2	1.93	-2.04
20	1	-2	1	0	0	0	4	-3	4.05	-2.94
21	-1	3	2	0	0	0	-1	1	-0.94	1.07
22	3	0	1	18	-1	0	-3	4	-2.95	4.06
23	1	0	1	-4	2	0	3	2	2.97	2.05
24	0	1	0	2	-1	0	2	2	1.98	2.04
25	0	2	-1	1	0	0	1	1	1.05	0.98
26	1	2	0	0	-1	0	2	3	1.95	3.05
27	1	0	1	-2	0	0	2	1	2.04	1.08
28	2	2	-1	0	0	0	1	3	1.05	3.04
29	0	-5	0	4	3	0	2	-1	2.02	-1.03
30	0	5	0	-3	-6	6	3	2	3.03	2.02

7.3. Відшукати найбільше та найменше значення функції  $z = f(x; y)$  в замкнутій області  $D$ , що задана нерівностями або рівняннями межі області  $D$ .

№	$f(x; y)$	область $D$
01	$x^2 + y^2 - 9xy + 27$	$0 \leq x \leq 3; 0 \leq y \leq 3$
02	$x^2 - xy + y^2 - 4x$	$x = 0; y = 0; 2x + 3y = 12$

03	$x^2y(2-x-y)$	$x=0; y=0; x+y=6$
04	$x^3+y^3-3xy$	$0 \leq x \leq 2; -1 \leq y \leq 2$
05	$x^2-2y^2+4xy-6x-1$	$x=0; y=0; x+y=3$
06	$x+y$	$x^2+y^2 \leq 1$
07	$x^2-y^2-x+y$	$x=0; y=0; x+y=2$
08	$x^2+2xy-4x+8y$	$y=x; y=0; x=4$
09	$5xy-y^2$	$x=4; y^2=5x+5$
10	$x^2-xy+5y$	$x=0; y=0; x+y=16$
11	$2xy-3x^2-2y^2+5$	$-1 \leq x \leq 2; -1 \leq y \leq 2$
12	$x^2+3y^2-5$	$x^2+y^2 \leq 9$
13	$x^3y^2(6-x-y)$	$x=0; y=0; x=3; y=2$
14	$x^2+4xy-y^2-6x-2y$	$x=0; y=0; 2x+3y=6$
15	$x^2+y^2+4xy-10x-8y+7$	$x=0; y=0; x+y=5$
16	$x^2+4xy-y^2-6x-2y+10$	$x=0; y=0; 2x+3y=6$
17	$x^2+y^2-xy+x+y$	$x=0; y=0; x+y=-3$
18	$x^2-2y^2+4xy-6x$	$x=0; y=0; x+y=3$
19	$3x+y-xy$	$y=x; y=4; x=0$
20	$xy-x-2y$	$x=0; y=0; x=3$
21	$x^2+2xy+2y^2$	$-1 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq 2$
22	$x^2+2y^2+4x-2y$	$-3 \leq x \leq -1; 0 \leq y \leq -(x+1)$
23	$x^2-xy+2y$	$x \geq 0; 0 \leq y \leq 7-x$
24	$4x^2+y^2+4x+2y$	$x \leq 0; -(x+2) \leq y \leq 0$
25	$y^2-x^2-2x$	$0 \leq y \leq \sqrt{4-x^2}$

№	$f(x; y)$	область $D$
26	$x^2 + 2xy - y^2 - 2x - 2y$	$x \leq 2; \quad 0 \leq y \leq x + 2$
27	$x^2 - 2xy + 4y$	$0 \leq x \leq 3; \quad 0 \leq y \leq x^2$
28	$x^2 + 2xy + y$	$-1 \leq x \leq 0; \quad -1 \leq y \leq 1$
29	$x^2 + xy + y^2$	$x = 1; \quad y = -1; \quad y - x = 1$
30	$x^2 - 2xy + x + y$	$x = 0; \quad y = 0; \quad x + y = 3$

7.4. Знайти екстремуми функції  $z = f(x; y)$  при умові  $g(x; y) = 0$ .

№	$f(x; y)$	$g(x; y)$	№	$f(x; y)$	$g(x; y)$
01	$\exp(xy)$	$x + y - 1$	16	$x^2 + y$	$x - y + 1$
02	$1/x + 1/y$	$x + y - 2$	17	$x^2 + y$	$x + y + 1$
03	$xy^2$	$x + 2y - 1$	18	$1 - x^2$	$x + y - 1$
04	$2x + y$	$x^2 + y^2 - 1$	19	$y - x^2$	$x + 2y + 1$
05	$xy$	$x^2 + y^2 - 1$	20	$x^2 + 3y$	$2x - y - 1$
06	$xy$	$x^2 + y^2 - 2$	21	$2x^2 + 3y$	$x + 3y - 2$
07	$4x - y^2$	$x + 2y + 3$	22	$2x^2 - y$	$4x + y - 1$
08	$2x - y^2$	$x + 3y + 3$	23	$x^2y$	$x + y - 4$
09	$-2x + y^2$	$x + 3y + 5$	24	$2xy + x^2$	$3x + y - 1$
10	$-2x - y^2$	$x + 2y + 1$	25	$2y^2 + 3x^2$	$4x + y - 1$
11	$2x + y^2$	$2x - 3y - 5$	26	$x^2 + 3y^2$	$3x + 2y - 1$
12	$2x - y^2$	$2x + 4$	27	$3x^2 + y^2$	$2x - y - 1$
13	$-6x + 3y^2$	$2x + 4y + 2$	28	$x^2 + 3xy$	$5x + 3y - 6$
14	$-6x - 3y^2$	$2x + 6y - 2$	29	$y^2 + 2x^2$	$y + 6x - 6$
15	$x^2 - y$	$x - y - 1$	30	$4x + 3y$	$x^2 + y^2 - 1$

7.5. Експериментально одержано п'ять значень функції  $y = f(x)$  при п'ятьох значеннях аргументу, що занесені в таблицю:

$x$	1	2	3	4	5
$y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$

За методом найменших квадратів знайти формулу, що має вигляд  $y = ax + b$ , яка виражає наближено функцію  $y = f(x)$ .

Побудувати графік функції  $y = ax + b$  та позначити експериментальні точки.

№	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	№	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
01	4.3	5.3	3.8	1.8	2.3	16	5.4	6.4	4.9	2.9	3.3
02	4.5	5.5	4.0	2.0	2.5	17	5.6	6.6	5.1	3.1	3.6
03	4.7	5.7	4.2	2.2	2.7	18	5.8	6.8	5.3	3.3	3.8
04	4.9	5.9	4.4	2.4	2.9	19	6.0	7.0	5.5	3.5	4.0
05	5.1	6.1	4.6	2.6	3.1	20	4.0	5.0	3.5	1.5	2.0
06	3.9	4.9	3.4	1.4	1.9	21	4.1	5.1	3.6	1.6	2.1
07	5.2	6.2	4.7	2.7	3.2	22	4.2	5.2	3.7	1.7	2.2
08	5.5	6.5	5.0	3.0	3.5	23	2.9	3.9	4.4	2.4	0.9
09	5.7	6.7	5.2	3.2	3.7	24	3.0	4.0	4.5	2.5	1.0
10	5.9	6.9	5.4	3.4	3.9	25	3.1	4.1	4.6	2.6	1.1
11	4.4	5.4	3.9	1.9	2.4	26	3.2	4.2	4.7	2.7	1.2
12	4.6	5.6	4.1	2.1	2.6	27	3.3	4.3	4.8	2.8	1.3
13	4.8	5.8	4.2	2.2	2.7	28	3.4	4.4	4.9	2.9	1.4
14	5.0	6.0	4.5	2.5	3.0	29	3.5	4.5	5.0	3.0	1.5
15	5.3	6.3	4.8	2.8	3.2	30	3.6	4.6	5.1	3.1	1.6



### Список рекомендованої літератури

1. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики, „Вища школа”, Київ, 1979, 472 с.
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, – М.: Наука, 1971, 328с.
3. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов, том 1, –М.: Наука, 1978, 456с.
4. Сборник задач по математике для ВТУЗов, ч. 1 п/р А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича, –М.: Наука 1981.
5. Данко П. Е. , Попов А. Г. , Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах, ч. 1, –М.: ВШ, 1986, 416с.
6. Каплан А. И. Практические занятия по высшей математике, ч. 1, ч. 2, ч. 3, Харьков, ХГУ, 1971, 498с.
7. Сборник задач по курсу высшей математике п/р Г. И. Кручковича, –М.: ВШ, 1973, 576с.
8. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу, –М.: ВШ, 1961, 404с.
9. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов п/р Б. П. Демидовича, –М.: Наука, 1972, 472с.
10. Привалов И. И. Аналитическая геометрия. –М.: ВШ, 1966.



**З М І С Т**

Вступ .....	3
Визначники та розв'язок СЛАР.....	7
1. Векторна алгебра.....	10
2. Аналітична геометрія.....	14
3. Комплексні числа.....	18
4. Алгебра матриць.....	21
5. Диференціальне числення ФОЗ.....	25
6. Диференціальне числення ФБЗ.....	30
7. Список рекомендованої літератури.....	35