

Міністерство транспорту та зв'язку України
Державний департамент з питань зв'язку та інформатизації

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова

Кафедра вищої математики

РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Модуль № 3. Інтегральне числення
Модуль № 4. Диференціальні рівняння та ряди

Методичні вказівки та варіанти комплексного індивідуального
завдання для студентів першого курсу
денної форми навчання всіх напрямків

Навчальний посібник розглянуто
і схвалено методичною радою
факультету ТКС,
протокол № 8
від «24» квітня 2007 р.

Одеса 2007

Укладачі: **проф. Стрелковська І.В.**; доц. **Буслаєв А.Г.**; доц. **Григор'єва Т.І.**;
доц. **Вишневська В.М.**, ст. викл. **Харсун О.М.**

Запропоновані методичні вказівки містять варіанти комплексних індивідуальних завдань для студентів першого курсу з таких залікових модулів:
Модуль № 3. Інтегральне числення.
Модуль № 4. Диференціальні рівняння та ряди.

Номери задач позначені двома індексами, перший з яких – номер розділу, другий – номер задачі, № – номер індивідуального завдання, що співпадає з порядковим номером студента по журналу академічної групи.

Розв'язок подібних задач, а також розрахункові формули можна знайти у списку рекомендованої літератури.

Запропоновані методичні вказівки можуть бути використані також на практичних заняттях з вищої математики.

СХВАЛЕНО
на засіданні кафедри
вищої математики
й рекомендовано до друку
Протокол № 8
від « 29 » березня 2007 р.

Комп'ютерне редагування та макетування – *Кірдогло Т.В.*

ВСТУП
Модуль № 3. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

Структура залікового модуля № 3

Змістовний модуль	Лекції годин	Заняття		Самостійна та індивідуальна робота
		практичні	лабораторні	
1. Невизначений інтеграл	6	10	–	15
2. Визначений інтеграл	8	8	–	13
3. Інтеграл по області	10	14	–	24
Разом	24	32	–	52

Зміст залікового модуля № 3

1. Невизначений інтеграл.

- 1.1. Первісна та невизначений інтеграл. Властивості.
- 1.2. Таблиця основних інтегралів.
- 1.3. Методи інтегрування функцій.
- 1.4. Деякі відомості з вищої алгебри.
- 1.5. Інтегрування раціональних дробів.
- 1.6. Інтегрування ірраціональних виразів.
- 1.7. Інтегрування тригонометричних виразів.
- 1.8. Інтегрування диференціальних біномів.

2. Визначений інтеграл.

- 2.1. Визначений інтеграл та його геометричний зміст. Властивості визначеного інтеграла.
- 2.2. Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона – Лейбниця. Інтегрування методом зміни змінної та частинами.
- 2.3. Застосування ВІ. Обчислення площі плоскої фігури в декартовій системі координат. Полярна система координат. Площа в полярній системі координат. Довжини дуги в декартовій та полярній системі координат. Обчислення об'ємів тіл.
- 2.4. Невласні інтеграли.

3. Інтеграл по області.

- 3.1. Подвійний інтеграл, геометричний та фізичний зміст. Обчислення в декартовій системі координат. Подвійний інтеграл в полярних координатах.
- 3.2. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат. Потрійний інтеграл в циліндричній та сферичній системах координат.
- 3.3. Обчислення об'ємів за допомогою кратних інтегралів. Фізичний зміст потрійного інтегралу.
- 3.4. Криволінійний інтеграл I-го роду. Обчислення. Геометричний та фізичний зміст.
- 3.5. Інтеграл по поверхні I-го роду.

Перелік знань та вмінь

Перелік знань

Студенти повинні знати основні методи розв'язання задач, їх геометричний та фізичний зміст, вміти знайти наближене рішення у випадку складного розв'язку задачі.

Отримані знання повинні дозволити студентам розуміти математичні викладення в технічних галузях знань і продовжити їм подальше навчання.

Перелік вмінь

Студенти повинні вміти знаходити невизначені інтеграли. Вміти обчислювати ВІ. Розв'язувати задачі з геометричним та фізичним змістом. Обчислювати об'єми тіл за допомогою кратних інтегралів.

Перелік практичних робіт з залікового модуля № 3

№ пп.	Номер, теми занять	Годин
Невизначений інтеграл		
1	Невизначений інтеграл (НІ). Табличне інтегрування	2
2	Методи інтегрування НІ (метод розкладання та піднесення під знак диференціала).	2
3	Методи інтегрування НІ (заміна змінної та інтегрування частинами в НІ).	2
4	Інтегрування раціональних дробів.	2
5	Інтегрування тригонометричних і ірраціональних функцій.	2
Визначений інтеграл		
6	Обчислення визначеного інтеграла (ВІ). Геометричне застосування ВІ (площа плоскої фігури).	2
7	Обчислення довжини дуги та об'ємів тіл.	2
8	Фізичне застосування ВІ. Наближене обчислення ВІ.	2
9	Невласні інтеграли.	2
Інтеграл по області		
10	Подвійний інтеграл, геометричний і фізичний зміст. Обчислення у декартових координатах.	2
11	Подвійний інтеграл в полярних координатах.	2
12	Потрійний інтеграл, обчислення в декартових координатах.	2
13	Потрійний інтеграл в циліндричній та сферичній системах координат.	2
14	Криволінійний інтеграл I-го роду.	2
15	Інтеграл по поверхні I-го роду.	2
16	Контрольна робота.	2
Разом		32

Модуль № 4. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА РЯДИ

Структура залікового модуля № 4

Змістовний модуль	Лекції годин	Заняття		Самостійна та індивідуальна робота
		практичні	лабораторні	
1. Числові та функціональні ряди	8	10	-	10
2. Ряд і інтеграл Фур'є	6	10	-	10
3. Диференціальні рівняння	12	16	-	26
Разом	26	36	-	46

Зміст залікового модуля № 4

1. Числові та функціональні ряди.
 - 1.1. Основні поняття. Геометрична прогресія. Гармонійний ряд. Необхідна ознака збіжності ряду.
 - 1.2. Достатні ознаки збіжності знакопостійних рядів. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбниця.
 - 1.3. Ряди з довільними членами. Абсолютна і умовна збіжність ряду. Функціональні ряди. Степеневі ряди.
 - 1.4. Формула і ряд Тейлора, ряд Маклорена. Розкладання основних елементарних функцій в степеневі ряди. Застосування степеневих рядів в наближених обчисленнях.
2. Ряд і інтеграл Фур'є.
 - 2.1. Періодичні функції. Тригонометричний ряд Фур'є. Розкладання 2π -періодичних функцій в ряд Фур'є. Теорема Дирихле.
 - 2.2. Розкладання парних і непарних функцій в ряд Фур'є. Розкладання функцій довільного періоду в ряд Фур'є.
 - 2.3. Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є.
3. Диференціальні рівняння.
 - 3.1. Задачі, які приводять до диференціальних рівнянь (ДР). ДР 1-го порядку. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку ДР 1-го порядку.
 - 3.2. ДР вищих порядків. Теорема існування і єдиності розв'язку ДР вищих порядків. ДР II-го порядку, які допускають зниження порядку.
 - 3.3. ЛНДР і ЛОДР n -го порядку. Визначник Вронського. Фундаментальна система розв'язків ЛОДР. Загальний розв'язок ЛНДР n -го порядку.
 - 3.4. ЛОДР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.

- 3.5. ЛНДР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною. Метод варіації довільної сталої знаходження часткового розв'язку ЛНДР 2-го порядку.
- 3.6. Системи диференціальних рівнянь 1-го порядку. Нормальна система ЛДР.
- 3.7. Розв'язування диференціальних рівнянь за допомогою рядів.

Перелік знань та вмінь

Перелік знань

Студенти повинні знати методи розкладання складного сигналу на гармоніки; формули перетворення сигналів. Типи ДР та методи їх розв'язку. Типи особливих точок ДР.

Перелік вмінь

Студенти повинні вміти розв'язувати ДР, розв'язувати задачі з фізичним змістом й вміти застосовувати диференціальні рівняння для розв'язку практичних задач, вміти проаналізувати знайдену відповідь. Вміти розкласти функції в степеневі ряди та ряд Фур'є. По спектру сигналу вміти скласти уявлення про сигнал, вміти знаходити пряме і обернене перетворення сигналів.

Перелік практичних робіт залікового модуля № 4

№ пп.	Номер, теми занять	Годин
Числові та функціональні ряди		
1	Геометрична прогресія. Гармонічний ряд. Необхідна умова збіжності ряду.	2
2	Достатні ознаки збіжності знакопостійних рядів.	2
3	Знакопозначені ряди та ряди з довільними членами.	2
4	Ряд Тейлора і Маклорена. Розклад у степеневий ряд елементарних функцій.	2
5	Застосування степеневих рядів у наближених обчисленнях.	2
Ряди і інтеграл Фур'є		
6	Ряд Фур'є по ортогональній системі функцій. Розкладання функцій у тригонометричний ряд Фур'є на проміжку $[-\pi, \pi]$.	2
7	Розкладання функцій в тригонометричний ряд Фур'є, які задані на відрізках $[0, \pi]$, $[0, 2\pi]$, $[-L, L]$.	2
8	Розкладання функцій в тригонометричний ряд Фур'є на відрізках $[0, L]$, $[0, 2L]$, $[a, a + 2\pi]$ і довільному відрізку $[a, b]$.	2
9	Комплексний ряд та інтеграл Фур'є.	2
10	Інтегральне перетворення Фур'є.	2

Диференціальні рівняння		
11	Задачі, які приводять до ДР. ДР з відокремлюваними змінними.	2
12	Однорідні диференціальні рівняння відносно змінних 1-го порядку. ЛДР 1-го порядку.	2
13	ДР Бернуллі. Задача Коші для ДР. Особливі точки та особливий розв'язок ДР. ДР II-го порядку, які допускають зниження порядку.	2
14	Лінійно залежні та лінійно незалежні системи функцій. Визначник Вронського. ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2
15	ЛОДР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. ЛНДР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.	2
16	Метод варіації довільної сталої знаходження часткового розв'язку ЛНДР 2-го порядку.	2
17	Розв'язування диференційних рівнянь за допомогою рядів.	2
18	Системи диференційних рівняння 1-го порядку. Системи лінійних однорідних диференційних рівнянь 1-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Розв'язок у випадку простих коренів характеристичного рівняння.	2
Разом		36

1. НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

1.1. Знайти неозначені інтеграли від заданих функцій: а) підведенням під знак диференціала; б) заміною змінної інтегрування; в) інтегруванням частинами.

Тут $y = \sqrt{x}$.

№	а)	б)	в)
1	2	3	4
01	$(\operatorname{arctg}^3 x)/(1+x^2)$	$1/(2+y)$	$x \exp(2x)$
02	$(\operatorname{arcsin}^5 x)/\sqrt{1-x^2}$	$x/(1+y)$	$x^2 \operatorname{arctg} x$
03	$(\ln^4 x)/x$	$1/(x+y)$	$x \sin 3x$
04	$(\exp x)/(1+\exp(2x))$	$1/(x+2y)$	$x \cos 2x$
05	$(\exp(\operatorname{arctg} x))/(1+x^2)$	$1/(3+y)$	$(2x-1) \sin 2x$
06	$(\operatorname{ctg}^2 x + 2)/\sin^2 x$	$1/(4+y)$	$x^2 \ln x$
07	$1/(x\sqrt{1+\ln^2 x})$	$1/(y-1)$	$(x+1) \exp x$
08	$x^3 / \sqrt[3]{1+x^4}$	$x/(y-2)$	$(2x+3) \cos 3x$
09	$(\sin x)/(4+\cos^2 x)$	$1/(x+y)$	$x^3 \operatorname{arctg} x$
10	$(\cos x)/(9+\sin^2 x)$	$1/(x-2y)$	$(3x+1) \exp(2x)$
11	$(\exp(\operatorname{arcsin} x))/\sqrt{1-x^2}$	$1/(y-2)$	$(x+1) \ln x$
12	$\sqrt{\operatorname{arcsin}^3 x} / \sqrt{1-x^2}$	$1/(y-3)$	$\ln(2+x^2)$
13	$\cos x \sin^4 x$	$1/(4-y)$	$x \exp(3x)$
14	$x \sin(x^2)$	$x/(1+y)$	$\ln x / x^3$
15	$x \cos(x^2)$	$1/(x+y)$	$(x+4) \exp(-3x)$
16	$(\operatorname{arcctg}^4 x)/(1+x^2)$	$x/(x+2y)$	$\ln x / x^2$
17	$(\operatorname{arccos}^3 x)/\sqrt{1-x^2}$	$1/(3+y)$	$(2x+5) \exp(2x)$
18	$\exp x / \sqrt{4-\exp(2x)}$	$1/(x+3y)$	$x^3 \ln x$
19	$(\exp(\operatorname{arctg} x))/(1+x^2)$	$1/(4+y)$	$x \exp(-2x)$
20	$(\operatorname{ctg}^5 x)/\sin^2 x$	$1/(y-1)$	$x \operatorname{arctg} x$
21	$(\sec^2 x)/\sqrt{3+\operatorname{tg}^2 x}$	$1/(x+4y)$	$x \exp(-3x)$
22	$1/x\sqrt{4/\ln^2 x}$	$1/(x+2y)$	$\operatorname{arccos} x$
23	$(\sin x)/\sqrt{4-\cos^2 x}$	$1/(y-2)$	$\operatorname{arctg} x$
24	$(\operatorname{arccos}^5 x)/\sqrt{1-x^2}$	$1/(y+3)$	$(x+1) \exp(-x)$
25	$\sin x \cos^5 x$	$1/(y-5)$	$\operatorname{arcctg} x$

1	2	3	4
26	$(\arctg^6 x)/(1+x^2)$	$1/(2-y)$	$(2x-1)\sin 3x$
27	$x^3/\sqrt[5]{1+x^4}$	$x/(1-y)$	$(3x+4)\exp(3x)$
28	$x/(9+x^4)$	$1/(x-y)$	$(4-8x)\sin 4x$
29	$\cos x \sin^6 x$	$x/(4+y)$	$(4x+3)\sin 5x$
30	$(\sec^2 x)/\sqrt{2+\operatorname{tg}^2 x}$	$1/(4-y)$	$(5x+6)\cos 2x$

1.2. Знайти невизначені інтеграли від функцій, що містять квадратний тричлен.

a) $\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} dx$; б) $\int \frac{Ex+D}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$.

№	A	B	p	q	#	E	D	a	b	c
01	3	1	-6	10	#	2	-3	1	4	3
02	3	-1	4	5	#	6	-5	-2	3	2
03	5	1	-4	5	#	3	-7	-1	-1	1
04	3	-8	6	13	#	2	-8	1	-4	5
05	2	1	1	1	#	1	3	5	-2	1
06	-4	1	4	8	#	3	-2	1	1	-1
07	2	1	-4	8	#	2	-1	1	2	5
08	3	-1	-4	13	#	3	4	-1	-1	2
09	3	2	4	13	#	4	3	1	-2	5
10	1	3	-10	41	#	3	-5	-9	12	-2
11	5	-1	2	17	#	-5	2	4	9	1
12	2	-3	-2	17	#	8	-1	-1	2	5
13	5	-8	2	17	#	1	-3	-1	-2	3
14	3	-2	-2	17	#	3	-1	1	2	2
15	5	9	-6	13	#	2	5	9	6	2
16	2	5	-2	5	#	1	2	3	-11	2
17	1	6	-1	1	#	1	-3	1	1	1
18	1	0	-2	4	#	2	-5	1	2	-1
19	3	2	1	1	#	3	-1	1	4	-4
20	1	2	-6	18	#	3	2	-1	1	2
21	3	-2	6	10	#	5	6	1	-2	-1
22	1	-3	-6	25	#	3	4	-1	-4	1
23	1	-4	6	34	#	-1	1	1	2	2
24	3	-1	4	5	#	-8	5	1	-4	-4
25	3	2	-4	5	#	2	-3	-1	-2	3
26	3	-7	-2	26	#	5	-4	-1	8	0
27	7	3	2	26	#	3	2	-1	-1	2
28	9	2	2	37	#	-2	1	1	8	1
29	-3	4	-2	37	#	7	-3	1	-6	1
30	-7	5	-4	29	#	9	-6	-1	6	-5

1.3. Знайти невизначені інтеграли від раціональних функцій у випадках:
а) знаменник має дійсні різні корені; б) знаменник має різні корені, два з яких комплексно – спряжені:

$$\text{а) } \int \frac{Ax^3 + Bx^2 + Cx + D}{(x-a)(x-b)(x-c)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x^3 + px^2 + qx + r}.$$

№	A	B	C	D	a	b	c	p	q	r
01	2	0	-40	-8	0	2	-4	0	0	-8
02	1	0	0	1	-1	0	1	0	0	1
03	1	0	0	-17	0	1	3	4	4	16
04	2	0	0	5	-1	0	2	1	2	2
05	2	1	-1	1	-3	0	2	2	2	0
06	3	0	0	25	-1	-2	0	4	5	0
07	1	2	0	3	1	2	3	0	0	8
08	3	2	0	1	-2	2	1	2	3	6
09	1	0	0	0	1	-1	-2	0	0	-1
10	1	-3	0	-12	2	3	4	-4	13	0
11	1	-3	0	-12	0	3	4	1	1	1
12	4	1	0	2	0	1	2	5	9	5
13	3	0	0	-2	0	-1	1	1	1	0
14	1	-3	0	-12	0	2	4	2	3	0
15	1	-1	0	1	0	1	2	-1	1	0
16	1	3	2	-1	-1	0	2	6	10	0
17	2	-1	7	-12	-1	0	3	-6	10	0
18	3	-12	6	-7	-2	0	1	-4	5	0
19	-1	9	3	4	-3	0	1	6	13	0
20	-1	25	2	1	-2	0	2	4	8	0
21	1	-5	5	23	-1	1	5	-4	8	0
22	-2	5	-7	9	-3	0	1	4	13	0
23	2	-5	-8	-8	-2	0	2	2	17	0
24	4	2	-1	-3	-1	0	1	-2	17	0
25	3	3	-5	2	-2	0	1	2	5	0
26	2	2	-41	20	-5	0	4	-6	18	0
27	-1	-6	13	6	-2	0	3	6	18	0
28	3	-1	-12	-2	-1	0	2	-6	25	0
29	2	-3	2	-9	-3	0	1	6	25	0
30	2	-1	-7	-12	-1	0	3	1	0	2

1.4. Знайти невизначені інтеграли: а) від раціонального дробу, знаменник якого має дійсні корені, деякі кратні; б) від функцій раціональних відносно $\sin x$ та $\cos x$.

$$\text{а) } \int \frac{Ax^2 + Bx + C}{(x-g)(x-h)^3} dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}.$$

<i>N</i> _o	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	#	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
01	1	6	13	9	-1	-2	#	3	4	5
02	1	6	13	8	0	-2	#	7	-4	8
03	1	-6	13	-6	-2	2	#	-5	-3	4
04	1	6	14	10	-1	-2	#	3	0	2
05	1	-6	11	-10	-2	2	#	2	0	3
06	1	6	11	7	-1	-2	#	0	1	1
07	2	6	7	1	1	-1	#	5	0	3
08	1	6	10	10	1	-2	#	8	1	9
09	1	-6	13	-8	0	2	#	1	1	1
10	2	6	7	2	0	-1	#	1	-2	3
11	1	-6	13	-7	-1	2	#	0	1	3
12	1	-6	14	-6	-1	2	#	1	2	2
13	1	-6	10	-10	-1	2	#	3	4	5
14	1	0	1	2	-2	0	#	7	-4	8
15	3	9	10	2	1	-1	#	3	0	2
16	2	0	1	1	-1	0	#	2	0	3
17	2	6	7	4	-2	-1	#	0	4	5
18	2	6	5	0	-2	-1	#	1	0	2
19	2	6	7	0	2	-1	#	0	-5	4
20	2	6	5	4	2	-1	#	1	1	0
21	1	6	4	24	2	-2	#	3	-4	5
22	1	6	14	4	2	-2	#	-1	1	1
23	1	6	18	-4	2	-2	#	3	-5	1
24	1	6	10	12	2	-2	#	3	-4	5
25	1	-6	14	-4	-2	2	#	1	-2	3
26	1	6	15	2	2	-2	#	1	4	3
27	2	-6	7	-4	2	1	#	2	3	4
28	1	6	15	2	2	-2	#	2	-3	4
29	1	6	-10	52	2	-2	#	5	8	3
30	1	-6	13	-6	-2	2	#	5	-8	3

1.5. Знайти невизначені інтеграли від поданих функцій

<i>N</i> _o	a)	b)
1	2	3
01	$1/(1 + \sqrt[3]{1+x})\sqrt{1+x}$	$\sin x \sin 2x$
02	$1/(4 + \sqrt[3]{x-2})\sqrt{x-2}$	$\sin x \cos 2x$
03	$1/(\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^3})$	$\sin 2x \cos x$

1	2	3
04	$1/(2\sqrt{x+1} + \sqrt[6]{(x+1)^5})$	$\cos x \cos 2x$
05	$1/(\sqrt{x+3} + \sqrt[6]{(x+3)^5})$	$\sin x \sin 3x$
06	$(1 + \sqrt[4]{x})/(4\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x^5})$	$\cos x \sin 3x$
07	$1/(\sqrt{x-3} + \sqrt[3]{(x-3)^5})$	$\sin x \cos 3x$
08	$\sqrt{x}/(2 + \sqrt[3]{x})$	$\cos x \cos 3x$
09	$(5 + \sqrt[6]{x})/(\sqrt[6]{x^5} + \sqrt[6]{x^7})$	$\sin 2x \sin 3x$
10	$(2\sqrt[4]{x} + 1)/(\sqrt[4]{x^5} + 4\sqrt[4]{x^3})$	$\sin 2x \cos 3x$
11	$1/(\sqrt[3]{(2x+1)^2} + \sqrt{2x+1})$	$\cos 2x \sin 3x$
12	$x/(\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1})$	$\cos 2x \cos 3x$
13	$1/(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})$	$\sin x \sin 4x$
14	$(1 + \sqrt[6]{x})/(\sqrt[6]{x^7} + \sqrt[6]{x^5})$	$\sin x \cos 4x$
15	$1/(\sqrt[3]{2x+1} + \sqrt{2x+1})$	$\cos x \sin 4x$
16	$(1 + \sqrt[4]{x})/(x + \sqrt{x})$	$\cos x \sin 4x$
17	$1/(1 + \sqrt[3]{1+x})$	$\sin 2x \sin 4x$
18	$(1 + \sqrt{x+1})/(\sqrt{x+1} - 1)$	$\sin 2x \cos 4x$
19	$1/(\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1})$	$\cos 2x \sin 4x$
20	$1/(\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x})$	$\cos 2x \cos 4x$
21	$1/(4 + \sqrt[3]{x^2})$	$\cos 2x \cos 5x$
22	$\sqrt[3]{x}/(1 + \sqrt{x})$	$\cos 2x \sin 5x$
23	$1/(3\sqrt[4]{x^3} - 2\sqrt[3]{x^2})$	$\sin 2x \sin 5x$
24	$\sqrt{x}/(2 + \sqrt[3]{x})$	$\sin 2x \cos 5x$
25	$1/(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x})$	$\sin 2x \sin 6x$
26	$1/(\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2})$	$\sin 2x \cos 6x$

1	2	3
27	$\sqrt{x}/(1+\sqrt[4]{x^3})$	$\cos 2x \cos 6x$
28	$x/(\sqrt[3]{x+3}+\sqrt{x+3})$	$\cos 3x \cos 6x$
29	$1/(\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{x-1})$	$\sin 3x \cos 4x$
30	$(1+\sqrt{x+2})/(x-\sqrt{x+2})$	$\sin 5x \cos 4x$

1.6. Знайти невизначені інтеграли, що мають вигляд:

а) $\int \frac{Ax^2 + Bx + d}{\sqrt{px^2 + qx + r}} dx$; б) $\int \sin^k x \cos^n x dx$.

№	A	B	D	p	q	r	k	n
01	1	2	-3	1	-2	7	3	3
02	2	1	4	1	4	1	2	3
03	2	5	2	1	4	-8	3	2
04	2	-3	1	1	2	-8	2	2
05	3	-2	2	1	-2	8	0	3
06	3	2	1	-1	2	8	3	0
07	4	3	2	1	2	3	6	0
08	3	1	-1	1	-2	3	0	4
09	1	1	1	1	-1	1	4	0
10	1	0	2	-1	2	3	0	6
11	1	3	-2	-1	-2	3	5	0
12	1	-3	2	1	4	3	0	5
13	1	6	-5	-2	3	2	3	4
14	1	3	-6	-1	-1	1	4	3
15	1	2	-8	1	-4	5	2	4
16	2	1	3	5	-2	1	4	2
17	1	3	-2	1	1	-1	2	5
18	1	3	4	-1	-1	2	5	2
19	1	4	3	1	-2	5	3	5
20	1	3	-5	-9	12	-2	5	3
21	1	-5	2	4	9	1	3	-4
22	1	8	-1	-1	2	5	-4	3
23	1	1	-3	-1	-2	3	-3	0
24	2	3	-1	1	2	2	0	-3
25	2	5	5	9	6	2	3	-5
26	1	1	2	3	-11	2	-5	3
27	1	1	-3	1	1	1	5	-3
28	1	2	-5	1	2	-1	-3	5
29	1	3	-1	1	4	-4	7	-5
30	1	3	2	-1	2	2	-5	7

2. ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

2.1. а) Користуючись формулою інтегрування частинами, обчислити визначений інтеграл від функції $f(x)$ на проміжку $[a; b]$.

б) Скориставшись правилом заміни змінної у визначеному інтегралі, обчислити визначений інтеграл від функції $g(x)$ на проміжку $[c; d]$.

$$\text{а) } \int_a^b f(x)dx; \quad \text{б) } \int_c^d g(x)dx.$$

№	$f(x)$	a	b	$g(x)$	c	d
1	2	3	4	5	6	7
01	$x \exp(-x)$	-1	1	$1/(1+\sqrt{x})$	1	4
02	$x \exp(2x)$	0	2	$x/\sqrt{2-x}$	-1	1
03	$x \exp(-2x)$	0	1	$x^2/\sqrt{x+1}$	0	3
04	$x \exp(3x)$	0	1	$(1+\sqrt{x})(2+\sqrt{x})$	0	4
05	$x \exp(x)$	0	1	$\sin 2x/(2+\sin^2 x)$	0	$\pi/4$
06	$x \sin x$	0	π	$x\sqrt{1-x^2}$	0	1
07	$x \sin 2x$	0	$\pi/2$	$1/(1+\sqrt[3]{1+x})$	-1	0
08	$x \sin 3x$	0	$\pi/2$	$x^2\sqrt{1-x^3}$	0	1
09	$x \cos x$	0	π	$(\exp\sqrt{x})/\sqrt{x}$	0	4
10	$x \cos 2x$	0	$\pi/2$	$x/(1+\sqrt[4]{x})$	0	1
11	$x \ln x$	1	e	$(\sin\sqrt{x})/\sqrt{x}$	0	π^2
12	$x \ln x$	1	e	$(\cos\sqrt{x})/\sqrt{x}$	0	π^2
13	$x \cos 3x$	0	$\pi/2$	$1/(2+\sqrt{x})$	0	1
14	$x \ln x$	1	e	$\sin 2x/(2+\cos^2 x)$	0	$\pi/2$
15	$x \ln x$	0	1	$(1+x)(1+\sqrt{x})$	0	1
16	$\ln x/x$	1	e	$\sqrt{x}/(1+\sqrt{x})$	0	4
17	$\ln x/x$	1	e	$x/(1+x^4)$	0	1
18	$\ln x/x$	1	e	$x\sqrt{1+x^2}$	-1	0
19	$\arccos x$	0	1	$1/(x(1+\ln x)^2)$	e	e^2

1	2	3	4	5	6	7
20	$\arcsin x$	0	1	$1/(1+\sqrt[3]{1-x})$	0	1
21	$\arctg x$	0	1	$(1+x)/(1+\sqrt{x})$	4	9
22	$\text{arcctg} x$	0	1	$(1+\sqrt{x})/(2+\sqrt{x})$	1	4
23	$x \arctg x$	0	1	$x/\sqrt{1+x}$	0	3
24	$x \text{arcctg} x$	0	1	$\sqrt{x}/(1+x)$	0	4
25	$x \sin 4x$	0	$\pi/4$	$\sqrt{x}/(\sqrt{x}-1)$	4	9
26	$x \cos 4x$	0	$\pi/4$	$x/\sqrt{1+x}$	3	8
27	$x \sin 5x$	0	$\pi/5$	$1/(x\sqrt{4-\ln^2 x})$	1	e
28	$x \cos 5x$	0	$\pi/5$	$1/(1+\sqrt{x})$	0	4
29	$x \sin 6x$	0	$\pi/6$	$\sin x/(4+\cos^2 x)$	0	$\pi/2$
30	$x \cos 6x$	0	$\pi/6$	$\cos x/(4+\sin^2 x)$	0	$\pi/2$

2.2. а) Плошка фігура G обмежена параболою $y = Ax^2 + Bx + C$ і прямою $y = kx + b$. Обчислити: площу фігури G , об'єм тіла, одержаного обертанням фігури G навколо вісі Ox ; координати центра ваги фігури G .

б) Плошка замкнута фігура D обмежена лінією, що задана рівнянням в полярних координатах $r = F(\phi)$. Обчислити площу фігури D та зобразити її на площині.

№	A	B	C	k	b	F(φ)
1	2	3	4	5	6	7
01	1	-10	27	-3	21	$2 \cos \phi$
02	-1	4	5	-3	15	$2 \sin \phi$
03	1	10	27	1	9	$2 \cos 3\phi$
04	-1	-4	5	1	5	$4 \cos 2\phi$
05	1	8	18	4	15	$4 \sin 2\phi$
06	1	-10	27	2	7	$2 \sin 3\phi$
07	-1	4	5	3	3	$\sin 4\phi$
08	1	10	27	2	15	$\cos 4\phi$
09	-1	-4	5	2	10	$\cos 6\phi$
10	1	8	18	3	12	$\sin 6\phi$
11	1	-10	27	3	-13	$1 + 2 \sin \phi$
12	-1	4	5	2	2	$1 + 2 \cos \phi$
13	1	10	27	3	21	$0.5 + \sin \phi$
14	-1	-4	5	3	15	$0.5 + \cos \phi$

1	2	3	4	5	6	7
15	1	8	18	-1	0	$\cos \phi - 0.5$
16	1	-10	27	-2	20	$\sin \phi - 0.5$
17	-1	4	5	-2	10	$\sin \phi - \sin \pi/4$
18	1	10	27	-3	-9	$\cos \phi - \cos \pi/4$
19	-1	-4	5	-1	1	$\cos \phi - \cos \pi/6$
20	1	8	18	1	6	$\sin \phi - \sin \pi/3$
21	1	-10	27	-1	19	$2 + \sin \phi$
22	-1	4	5	1	5	$2 + \cos \phi$
23	1	10	27	-2	-5	$3 + \sin \phi$
24	-1	-4	5	-2	2	$3 + \cos \phi$
25	1	8	18	1	12	$5 \cos 3\phi$
26	1	-10	27	1	8	$5 \sin 3\phi$
27	-1	4	5	-1	-9	$2 \sin 4\phi$
28	1	10	27	-1	-1	$2 \cos 4\phi$
29	-1	-4	5	-3	3	$\sin \phi + \cos \phi$
30	1	8	18	-3	-10	$\sin \phi - \cos \phi$

Вказівка. В п. б) спочатку визначити область існування функції з умови $F(\phi) \geq 0$ та встановити межі інтегрування при обчисленні її площі.

2.3. Обчислити довжину дуги кривої, що задана рівнянням в параметричній формі: $x = x(t)$, $y = y(t)$; $a \leq t \leq b$.

№	$x(t)$	$y(t)$	a	b
1	2	3	4	5
01	$5(t - \sin t)$	$5(1 - \cos t)$	0	π
02	$3(2 \cos t - \cos 2t)$	$3(2 \sin t - \sin 2t)$	0	2π
03	$(t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$	$(2 - t^2) \sin t + 2t \sin t$	0	π
04	$10 \cos^3 t$	$10 \sin^3 t$	0	$\pi/2$
05	$4(\cos t + t \sin t)$	$4(\sin t - t \cos t)$	0	2π
06	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	0	π
07	$3(t - \sin t)$	$3(1 - \cos t)$	π	2π
08	$2 \cos t - \cos 2t$	$2 \sin t - \sin 2t$	$\pi/2$	$2\pi/3$
09	$3(\cos t + t \sin t)$	$3(\sin t - t \cos t)$	0	$\pi/3$
10	$(t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$	$(2 - t^2) \cos t + 2t \sin t$	0	$\pi/3$
11	$6 \cos^3 t$	$6 \sin^3 t$	0	$\pi/3$
12	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	$\pi/2$	π
13	$2.5(t - \sin t)$	$2.5(1 - \cos t)$	$\pi/2$	π
14	$3.5(2 \cos t - \cos 2t)$	$3.5(2 \sin t - \sin 2t)$	0	$\pi/2$
15	$6(\cos t + t \sin t)$	$6(\sin t - t \cos t)$	0	π

1	2	3	4	5
16	$(t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t$	$(2 - t^2)\cos t + 2t \sin t$	0	$\pi/2$
17	$8\cos^3 t$	$8\sin^3 t$	0	$\pi/6$
18	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	0	2π
19	$4(t - \sin t)$	$4(1 - \cos t)$	$\pi/2$	$2\pi/3$
20	$2(2\cos t - \cos 2t)$	$2(2\sin t - \sin 2t)$	0	$\pi/3$
21	$8(\sin t - t \cos t)$	$8(\cos t + t \sin t)$	0	$\pi/4$
22	$(2 - t^2)\cos t + 2t \sin t$	$(t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t$	0	2π
23	$4\sin^3 t$	$4\cos^3 t$	$\pi/6$	$\pi/4$
24	$\exp t(\cos t - \sin t)$	$\exp t(\cos t + \sin t)$	0	$3\pi/2$
25	$2(1 - \cos t)$	$2(t - \sin t)$	0	$\pi/2$
26	$4(2\sin t - \sin 2t)$	$4(2\cos t - \cos 2t)$	0	π
27	$2(\sin t - t \cos t)$	$2(\cos t + t \sin t)$	0	$\pi/2$
28	$(2 - t^2)\cos t + 2t \sin t$	$(t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t$	0	3π
29	$2\cos^3 t$	$2\sin^3 t$	0	$\pi/4$
30	$\exp t(\cos t + \sin t)$	$\exp t(\cos t - \sin t)$	$\pi/6$	$\pi/4$

2.4. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) від функції $f(x)$ з нескінченними межами інтегрування $[a; \infty)$ б) від розривної функції $g(x)$ на проміжку $[b; c]$.

$$\text{а) } \int_a^{\infty} f(x) dx; \quad \text{б) } \int_b^c g(x) dx.$$

№	a	f(x)	b	c	g(x)
1	2	3	4	5	6
01	1	$1/x^3$	0	1	$1/\sqrt{1-x^2}$
02	1	$1/\sqrt[3]{x}$	1	2	$1/\sqrt{4-x^2}$
03	-1	$1/(x^2 + 2x + 5)$	0	1	$1/\sqrt[3]{x}$
04	2	$1/(x \ln x)$	0	1	$1/x^2$
05	0	$\exp(-x)$	-3	2	$1/(x+3)^2$
06	-1	$1/(x^2 + x + 1)$	1	2	$1/(x-1)^3$
07	0	$1/(x^2 + 4x + 5)$	0	3	$1/\sqrt[3]{(x-3)^2}$
08	2	$1/(x \ln^2 x)$	0	1	$1/\sqrt{1-x^2}$
09	1	$1/(x+3)^3$	1	2	$1/\sqrt{2-x}$
10	2	$1/(x \ln^5 x)$	0	4	$1/\sqrt{4-x}$
11	3	$1/(x \ln^4 x)$	0	1	$1/x^3$

1	2	3	4	5	6
12	1	$1/(x^2 - 2x + 10)$	2	3	$1/\sqrt[3]{x-2}$
13	0	$x^2 \exp(-x^3)$	2	3	$1/(x-2)^2$
14	0	$1/(x^2 - x + 1)$	4	5	$1/(x-4)^3$
15	0	$1/(x^2 - 4x + 9)$	0	2	$1/\sqrt[3]{(x-2)^2}$
16	2	$1/(x \ln^3 x)$	-1	0	$1/\sqrt{1-x^2}$
17	2	$1/x^2$	-1	0	$1/(1+x)$
18	16	$1/\sqrt[4]{x}$	0	4	$1/\sqrt{16-x^2}$
19	1	$1/(\sqrt{x}(1+x))$	0	2	$1/\sqrt{4-x^2}$
20	-2	$1/(x^2 + 4x + 5)$	0	3	$1/\sqrt{9-x^2}$
21	-3	$1/(x^2 + 6x + 13)$	3	4	$1/\sqrt[3]{x-3}$
22	-1	$1/(x^2 + 2x + 2)$	1	2	$1/(x-1)^3$
23	0	$x \exp(-x)$	-2	5	$1/(x+2)^3$
24	1	$1/(x^2 - 2x + 2)$	1	2	$1/\sqrt{(x-1)^3}$
25	2	$1/(x \ln^6 x)$	0	4	$1/\sqrt{4-x}$
26	1	$1/x^4$	-2	0	$1/(x+2)^2$
27	-1	$1/(x^2 + 2x + 10)$	-2	0	$1/(x+2)^3$
28	1	$1/x^5$	-4	0	$1/\sqrt{(x+4)^3}$
29	3	$1/(x^2 - 6x + 10)$	0	3	$1/\sqrt{9-x^2}$
30	1	$x^3 \exp(-x^4)$	0	1	$1/x^2$

2.5. Визначити діюче значення U і діюче значення струму I електричних коливань та середню активну потужність P за період T , якщо

$$U(t) = U_0 + U_m \sin(\omega t + \phi); \quad I(t) = I_0 + I_m \sin(\omega t + n), \quad \text{де } U_0 = (N + 1);$$

$$U_m = (15 - 0,4N); \quad W = 2\pi f; \quad \phi = \pi/3; \quad I_0 = 5(2N + 1)10^{-3}; \quad I_m = (1 - 0,01N)10^{-2};$$

$$f = 500N \text{ (Гц)}; \quad n = \pi/3; \quad N - \text{ номер варіанта.}$$

Скористатися формулами:

$$U = (1/T) \int_0^T U^2(t) dt; \quad I^2 = (1/T) \int_0^T I^2(t) dt;$$

$$P = (1/T) \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt; \quad T = 2\pi / \omega.$$

3. ІНТЕГРАЛ ПО ОБЛАСТІ

3.1. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_{\Gamma} f(M)dl$ по довжині дуги

№	$f(M)$	Контур Γ ($a > 0$)	Межі контуру
01	$4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}$	$x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$	$0 \leq t \leq 2\pi$
02	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x - 2y = 4$	$0 \leq x \leq 4$
03	y^2	$x = a(t - \sin t); y = a(1 - \cos t)$	$0 \leq t \leq 2\pi$
04	$1/(x - y)$	$y = x/2 - 2$	$0 \leq x \leq 4$
05	$(x^2 + y^2)^2$	$x^2 + y^2 = a^2$	$0 \leq t \leq 2\pi$
06	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x = \cos t + t \sin t \quad x = \sin t - t \cos t$	$0 \leq t \leq 2\pi$
07	$x^2 + y^2 + z^2$	$x = a \cos t \quad y = a \sin t \quad z = ht$	$0 \leq t \leq 2\pi$
08	$x - y$	$y = 4x$	$0 \leq x \leq 4$
09	xy	$x = t, y = t^2/\sqrt{2}, z = t^3/3$	$0 \leq t \leq 1$
10	x	$x = t - \sin t; y = 1 - \cos t$	$0 \leq t \leq \pi$
11	y	$x = t - \sin t; y = 1 - \cos t$	$0 \leq t \leq \pi$
12	y/\sqrt{x}	$y^2 = 4x^3/9$	$3 \leq x \leq 8$
13	xy	$x + y = 1$	$0 \leq x \leq 1$
14	$x + z$	$x = t \quad y = \sqrt{3/2}t^2 \quad z = t^3$	$0 \leq t \leq 2$
15	y	$y^2 = 2x$	$0 \leq x \leq 2$
16	$\sqrt{2y}$	$x = a(t - \sin t); y = a(1 - \cos t)$	$0 \leq t \leq 2\pi$
17	$z^2/(x^2 + y^2)$	$x = a \cos t \quad y = a \sin t \quad z = at$	$0 \leq t \leq 2\pi$
18	$2z - \sqrt{x^2 + y^2}$	$x = t \cos t \quad y = t \sin t \quad z = t$	$0 \leq t \leq 2\pi$
19	$1/(x + y)$	$y = x + 2$	$1 \leq x \leq 2$
20	xy	$x = a \cosh t; y = a \sinh t$	$0 \leq t \leq 1$
21	1	$x = 3t; y = 3t^2; z = 2t^3$	$0 \leq t \leq 1$
22	$1/z$	$x = e^{-t} \cos t \quad y = e^{-t} \sin t \quad z = e^{-t}$	$0 \leq t \leq 2$
23	z	$x = t \cos t \quad y = t \sin t \quad z = t$	$0 \leq t \leq 1$
24	$\sqrt{2y/a}$	$x = at; y = at^2/\sqrt{2}; z = at^3/3$	$0 \leq t \leq 1$
25	$x^2 + y^2 + z^2$	$x = e^t \cos t \quad y = e^t \sin t \quad z = e^t$	$-1 \leq t \leq 0$
26	x	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$	$0 \leq x \leq a$
27	y	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$	$0 \leq x \leq a$
28	yx^2	$x^2 + y^2 = a^2$	$0 \leq x \leq a$
29	$y - x$	$y = x^3$	$0 \leq x \leq 2$
30	x	$y = \ln x$	$\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$

3.2. Проставити межі інтегрування в одному та другому порядку в подвійному інтегралі $\iint_D f(x, y) dx dy$ для заданої області D , обмеженої лініями або заданої нерівностями.

№	Область D	#	№	Область D
01	$y = 3 - 2x - x^2; y = 0$	#	16	$y \leq 2x; 2y \geq x; xy \leq 2.$
02	$x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0; y \geq 0$	#	17	$y = x^3; x + y = 10; y = 0$
03	$y = x^2 - 8x + 12; 2x + y = 7$	#	18	$y = 2 - x^2 \quad y = 2x - 1$
04	$y = x^2 - 2x + 5; x + y = 7$	#	19	$y = -x^2 + 3x + 4; y = x + 1$
05	$y = -x^2 + 6x - 8; y = 2x - 5$	#	20	$y = x/3; y = \sqrt{x}; x = 1$
06	$y = x^2 - 4x + 4; y = x$	#	21	$y = 3 + 2x - x^2; y = 3x/2$
07	$y \leq x; x^2 + y^2 \leq 2; y \geq 0$	#	22	$y = x^2 - 2x + 5; y = 5 + x$
08	$y = 2 - x^2, y = x; x \geq 0$	#	23	$xy = 2, y = 2x, y = x/2, x > 0$
09	$y = x^3, y = 2 - x^2, x = 0$	#	24	$y^2 = x, y = x + 2, y = 2, y = 0$
10	$y = x^2 - 8x + 12; y = 2x - 9$	#	25	$y = x^2, \sigma = 2x - x^2$
11	$y^2 = 4ax, y = 3a - x, y = 0$	#	26	$y^2 = 2x, y = x$
12	$y^2 = 4x, x^2 = 4y$	#	27	$y = 4 - x^2, 3x - 2y = 0$
13	$y = x, y = 2 - x^2 \quad x \geq 0$	#	28	$y = -4 + 5x - x^2; y = 2x - 4$
14	$y = x - 4, y^2 = 2x$	#	29	$y = x^2 - 4x - 5; y = 2x - 5$
15	$y = x - 2, y^2 = x$	#	30	$y = -x^2, y = x - 2$

3.3. 1) Поміняти порядок інтегрування в подвійному інтегралі:

$$\int_a^b dx \int_{g(x)}^{h(x)} f(x, y) dy.$$

2) Обчислити подвійний інтеграл: $\int_a^b x dx \int_{g(x)}^{h(x)} y dy.$

№	a	b	$g(x)$	$h(x)$	#	№	a	b	$g(x)$	$h(x)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
01	0	1	$2x^2$	$3 - x$	#	16	0	1	0	$2 - x$
02	0	$3/2$	$2x^2$	$x + 3$	#	17	0	$1/2$	x	\sqrt{x}
03	-1	0	$2x^2$	$x + 3$	#	18	0	1	0	$x^2 + 1$
04	0	2	$4 - x^2$	$4 - x^2$	#	19	0	1	0	$4 - x^2$
05	0	3	$\sqrt{9 - x^2}$	$\sqrt{25 - x^2}$	#	20	1	2	0	x^2
06	0	2	x^2	$x^2 + 2$	#	21	1	4	0	\sqrt{x}
07	0	4	$2 - x/2$	$8 - x^2/2$	#	22	0	4	$3x^2$	$12x$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
08	0	4	$1+x/2$	$4+3x/2$	#	23	0	1	$2x$	$3x$
09	0	4	$3\sqrt{x}/2$	$\sqrt{25-x^2}$	#	24	0	1	$-\sqrt{1-x^2}$	$1-x$
10	0	1	$2x+1$	$4-x^2$	#	25	0	1	$x^2/2$	$\sqrt{3-x^2}$
11	0	2	$x^2/4$	$2\sqrt{x}$	#	26	0	2	$2x$	$6-x$
12	0	4	$1+x/2$	$7-x$	#	27	-6	2	$x^2/4-1$	$2-x$
13	0	4	$3x/4$	$\sqrt{25-x^2}$	#	28	0	1	x	$2-x$
14	0	1	-1	x^2+1	#	29	0	4	$x/2$	\sqrt{x}
15	-1	0	$-\sqrt{9+x^2}$	$5x/4$	#	30	0	1	0	x

3.4. Обчислити об'єм тіла, обмеженого площиною $z=0$, поверхнею $z=f(x,y)$ і циліндричними поверхнями з твірними, паралельними вісі Oz . Зобразити дане тіло і його проекцію на площину xOy . Тут позначено $r^2 = x^2 + y^2$.

№	$f(x,y)$	Цил. поверхні	#	№	$f(x,y)$	Цил. поверхні
01	x	$r^2 = 25, y=0, y=4$	#	16	y^2	$2x+3y=6, x=0$
02	$9-y^2$	$x^2+y^2=9$	#	17	x^2	$y=2x, x=4, y=0$
03	$4-x-y$	$x^2+y^2=4$	#	18	$4-x^2$	$x^2+y^2=4$
04	y^2	$x^2+y^2=9$	#	19	y^2+1	$x+y=1, x=0, y=0$
05	$2-y$	$x^2+y^2=4$	#	20	y	$r^2=25, x=4, x=0$
06	$y^2/4$	$y=2x, x+y=9$	#	21	y	$y=\sqrt{4-x}, x-2y=1$
07	x^2+y^2	$x^2+y^2=4$	#	22	$2\sqrt{y}$	$x^2+y^2=4y$
08	$1-y^2$	$x=y^2, x=2y^2+1$	#	23	$\sqrt{1-x}$	$y=x, y=-x$
09	$1-x^2$	$y=3-x, y=0$	#	24	x^2	$x+y=2, y=0$
10	$4\sqrt{y}$	$x+y=4, x=0$	#	25	x	$x=4-y^2$
11	$2x$	$x+x=3, x=\sqrt{y/2}$	#	26	$5-x-y$	$x^2+y^2=9$
12	$\sqrt{1-y}$	$y=x^2$	#	27	x^2+y^2	$x+y=2, x=0, y=0$
13	y^2	$y=2x, x=3$	#	28	$2y$	$y=\sqrt{9-x^2}$
14	x^2	$x+y=9, y=2x$	#	29	$3x$	$y^2=2-x$
15	$2-x$	$y=2\sqrt{x}, x^2=4y$	#	30	\sqrt{y}	$y=3x, x=2$

4. РЯДИ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

4.1. Знайти суми числових рядів: а) $\sum_{n=k}^{\infty} \frac{A}{an^2 + bn + c}$; б) $\sum_{n=k}^{\infty} \frac{Bn + D}{(n+p)(n+q)(n+r)}$.

№	A	a	b	c	k	B	D	p	q	r
01	6	9	12	-5	3	-5	4	0	-1	-2
02	6	9	6	-8	1	1	6	0	2	3
03	24	9	-12	-5	1	5	3	0	1	3
04	9	9	21	-8	3	4	-2	-2	-1	1
05	2	4	8	3	1	0	14	0	1	3
06	14	40	-28	-45	2	3	-5	-1	0	1
07	3	9	3	-2	1	0	12	0	2	3
08	7	49	-7	-12	3	0	1	-2	0	2
09	6	1	1	-2	1	3	-2	2	1	0
10	14	49	-14	-48	3	1	2	-2	-1	0
11	6	36	-24	-5	2	5	-2	-1	0	2
12	14	49	-84	13	1	0	10	0	1	2
13	4	4	4	-3	1	3	2	0	1	2
14	7	49	35	-6	2	1	5	-1	1	2
15	9	9	3	-20	3	-8	10	-1	1	-2
16	14	49	-42	-40	2	3	-1	0	-1	1
17	8	16	-8	-15	3	1	-4	-1	0	-2
18	7	49	-21	-10	1	5	9	0	1	3
19	5	25	5	-6	1	3	8	0	1	2
20	7	49	-35	-6	2	5	-2	0	-1	2
21	2	1	3	2	1	1	-1	0	1	2
22	12	36	12	-35	1	-1	2	0	1	2
23	7	49	21	-10	1	1	6	0	1	2
24	3	9	-3	-2	2	1	-2	-1	0	1
25	5	25	-5	-6	2	0	1	-1	1	0

4.2. Дослідити збіжність числових рядів: а) за ознакою Даламбера $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$;

б) за ознакою Коші $\sum_{n=2}^{\infty} b_n$;

с) для знакопозережних рядів дослідити абсолютну або умовну збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n c_n$.

№	a_n	b_n	c_n
1	2	3	4
01	$(3n-1)/3^{n-1}$	$n/(4n^2+25)$	$(\ln n)/n$
02	$(n+1)/2^n$	$1/((n+1)\ln^2(n+1))$	$n/\ln n$
03	$n!/2^n$	$1/((2n+1)\ln^3(2n+1))$	$\sqrt[4]{n}/(n+3)$
04	$2^{n+1}/(n+1)!$	$1/((2n+3)\ln^2(2n+3))$	$1/(2n+1)^2$
05	$(2n+2)!/2^n$	$1/((n+7)\ln^2(n+7))$	$1/(\sqrt{n}+1)$
06	$(n+5)/n!$	$1/((n+3)\sqrt{\ln(n+3)})$	$1/\sqrt{2n+3}$
07	$3^n/(n+1)!$	$1/((n+1)(n+2))$	$1/\sqrt[3]{n+3}$
08	$n^n/n!$	$1/((n+7)\ln(n+7))$	$1/\sqrt[3]{n+2}$
09	$5^n/(2n)!$	$1/((n+3)(n+5))$	$n/(2n+5)$
10	$6^n/n!$	$1/((n+5)\sqrt{\ln(n+5)})$	$1/(\sqrt[5]{n}+4)$
11	$(n^2+5)/(n+2)!$	$(2n+5)/((n+4)(n+6))$	$n/\sqrt[3]{2n+3}$
12	$2^n/\sqrt{n+1}$	$n/((n+5)(n+7))$	$1/(n \ln n)$
13	$(n^3+7)/(n+3)!$	$1/((n+8)\ln^2(n+8))$	$1/\sqrt[4]{n^3}$
14	$7^{2n}/(n+2)!$	$(\ln(n+4))/(n+4)$	$\sqrt{n}/(n+2)$
15	$(2n-1)!/3^n$	$1/((n+6)\ln^3(n+6))$	$\sin(\pi/2^n)$
16	$n!/(n^3+3)$	$(n+4)/\sqrt{\ln(n+4)}$	$1/(3n-1)^2$
17	$n!/3^n(n^3+4)$	$(\ln^2(n+5))/(n+5)$	$1/\sqrt[3]{n+2}$
18	$n!/2^n$	$1/((n+2)\sqrt{\ln(n+2)})$	$1/\sqrt{3n+2}$
19	$(n+1)!/n^n$	$(\ln n)/((n+5)(n+7))$	$(n+1)/(n+5)$
20	$5^n/(n+1)!$	$1/((n+3)(n+5)(n+7))$	$n/(2n+1)$
21	$(2n)!/3^{n+1}$	$1/((n+4)\ln^2(n+4))$	$n/((n+1)(n+2))$
22	$n!/9^n$	$1/((n+6)\ln^3(n+6))$	$n^2/\sqrt[3]{n^4+5}$
23	$5^n/(n+2)!$	$1/((n+3)\sqrt[3]{\ln(n+3)})$	$n/\sqrt[3]{n^2+7}$
24	$7^n/(n+3)!$	$1/(n\sqrt{\ln n})$	$(n+2)/\sqrt[3]{n^2}$
25	$2^n/(n+4)!$	$1/((n+8)\ln^2(n+8))$	$\sqrt{n}/(2n+1)$
26	$(2n-1)!/5^n$	$1/((n+3)\ln^3(n+3))$	$n/\sqrt[4]{n^3+4}$
27	$n!/3^n$	$1/((n+5)\sqrt{\ln(n+5)})$	$n/\sqrt{n^5+2}$

1	2	3	4
28	$(2n)!/4^n$	$1/((n+8)\ln^3(n+8))$	$\sqrt[3]{n+2}/(n^2+6)$
29	$(2n)!/5^n$	$\sqrt{\ln(9n+5)}/(9n+5)$	$1/\sqrt[3]{3n+2}$
30	$n!/7^n$	$1/((n+5)\ln^2(n+5))$	$\sqrt{n}/(n+1)$

4.3. 1) Знайти радіуси та інтервали збіжності степеневих рядів та дослідити їх збіжність на кінцях цих інтервалів:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-p)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} b_n(x-q)^n.$$

2) Обчислити означений інтеграл $\int_0^c f(x)dx$ з точністю до 0,0001, розклавши підінтегральну функцію $f(x)$ в степеневий ряд і почленно проінтегрувавши його.

№	p	a_n	q	b_n	c	$f(x)$
1	2	3	4	5	6	7
01	1	$1/(2n+5)$	-3	$1/2^{n+1}$	1/2	$1/(\sqrt{1+x^4})$
02	-1	$1/\sqrt[3]{8n^3+2}$	2	$1/(n4^n)$	1/3	$x^3 \arctg x$
03	1	$1/(10n+6)$	-4	$1/(2^n(n+1))$	0,1	$\exp(-6x^2)$
04	2	$1/\sqrt{n+7}$	-7	$1/(5^n n^2)$	1	$\cos(x^2)$
05	-1	$1/(4n+5)$	4	$1/(2^n(n+3))$	1/9	$\sqrt{x} \exp(x)$
06	2	$1/\sqrt[3]{n^3+9}$	7	$1/(n2^n)$	0,1	$\sin(100x^2)$
07	-1	$1/(3n+8)$	-2	$1/(n^2 3^n)$	1	$(\ln(1+x/5))/x$
08	3	$1/(5n+8)$	5	$1/(4^n(n+1))$	0,2	$\exp(-3x^2)$
09	-2	$1/(2n+7)$	-6	$1/(5^n(n+1))$	1	$1/(\sqrt{16+x^4})$
10	1	$1/((2n+9)n)$	1	$1/(3^n n)$	0,2	$(1-\exp(-x))/x$
11	2	$1/\sqrt{3n^2+5}$	-3	$1/(4^n \sqrt{n})$	0,4	$(\ln(1+x/2))/x$
12	1	$1/(7n+2)$	4	$1/(5^n n^2)$	0,2	$\cos(0.25x^2)$
13	-3	$1/(9n+4)$	-2	$1/(7^n(n+3))$	2,5	$1/\sqrt[3]{125+x^3}$
14	2	$1/(6n+5)$	1	$1/(3^n(n+2))$	0,4	$\exp(-3x^2/4)$
15	1	$1/(4n+7)$	5	$1/(5^n(n+1))$	0,5	$1/\sqrt[3]{1+x^3}$
16	2	$1/(8n+5)$	-1	$1/(2^n(n+3))$	1	$1/\sqrt[3]{8+x^3}$
17	1	$1/((7n+3)n)$	-6	$1/(3^n(n^2+4))$	0,4	$\cos((5x/2)^2)$
18	0	$1/(2n+5)$	-2	$1/(4^n(n+2))$	1	$(1-\cos x)/x^2$
19	-2	$1/(7n+4)$	-4	$1/(5^n(n+3))$	0,4	$(1-\exp(x/2))$
20	-1	$1/(3n+5)$	2	$1/(4^n \sqrt{n+3})$	1/3	$x \arctg(x^2)$
21	-2	$1/\sqrt{n+7}$	3	$1/(5^n(n+5))$	0,5	$1/\sqrt[3]{27+x^3}$
22	1	$1/\sqrt{n+3}$	7	$1/(6^n(n^2+1))$	1	$\exp(-x^2/3)$
23	3	$1/(2n+3)$	5	$1/(2^n(n+3))$	0,5	$x \arctg x$

1	2	3	4	5	6	7
24	2	$1/(6n+3)$	-4	$1/(3^n \sqrt{n+2})$	1	$\cos(x^2/3)$
25	-2	$1/\sqrt{5n+4}$	3	$1/(4^n \sqrt[3]{n+3})$	0,5	$\ln(1+x^2)$
26	1	$1/(5n+9)$	-5	$1/(5^n \sqrt{n+6})$	0,5	$x \ln(1-x^2)$
27	2	$1/\sqrt[3]{2n+3}$	-2	$1/(3^n (n+3))$	1	$(\sin(x^2))/x$
28	1	$1/(5n+6)$	2	$1/(4^n (n+4))$	0,5	$x \exp(-x^3)$
29	2	$1/\sqrt{6n+5}$	3	$1/(3^n \sqrt[3]{n+2})$	1	$(\sin x)\sqrt{x}$
30	-5	$1/(2n+7)$	-5	$1/(4^n \sqrt{n+4})$	0,5	$\sqrt{1+x^2}$

4.4. 1) Періодичну з періодом $T = 2l$ функцію $y = f(x)$ розкласти в ряд Фур'є:

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & -l < x \leq 0, \\ h(x), & 0 < x \leq l. \end{cases}$$

Побудувати її амплітудний та фазовий спектри для п'яти гармонік.

2) Знайти перетворення Фур'є для неперіодичного сигналу:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; t > b, \\ p(t), & 0 \leq t < a, \\ q(t), & a \leq t \leq b. \end{cases}$$

Побудувати його амплітудно-частотну та фазочастотну характеристики.

№	l	$g(x)$	$h(x)$	#	a	$p(t)$	b	$q(t)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	π	2	x	#	2	t	4	$4 - t$
02	π	$-x$	π	#	1	t	2	$2 - t$
03	1	1	x	#	3	$2t$	6	$6 - t$
04	2	0	$2 - x$	#	3	$2t$	9	$9 - t$
05	π	-1	x/π	#	3	3	6	$6 - t$
06	1	$2x$	2	#	3	t	6	$6 - t$
07	2	$2 + x$	$2 - x$	#	1	$3t$	4	$4 - t$
08	1	$3 + x$	3	#	4	t	8	$8 - t$
09	2	-1	$x - 1$	#	1	$2t$	3	$3 - t$
10	2	x	$4 - x$	#	2	$3t$	8	$8 - t$
11	π	$\pi + x$	$-x$	#	2	2	4	$4 - t$
12	π	x	1	#	2	$2t$	6	$6 - t$
13	π	$\pi + x$	0	#	1	$3t$	4	$4 - t$
14	π	2	$\pi - x$	#	5	t	10	$10 - t$
15	π	$-x$	0	#	3	2	5	$5 - t$
16	π	0	$x + 1$	#	2	2	4	$4 - t$
17	2	0	$x - 1$	#	2	$3t$	8	$8 - t$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	π	0	x	#	3	$3t$	6	$18 - 3t$
19	2	$1 - x$	0	#	2	1	3	$3 - t$
20	1	$2 - x$	0	#	1	1	2	$2 - t$
21	2	$x + 2$	1	#	1	t	3	1
22	4	$4 + x$	2	#	1	$2t$	3	2
23	1	2	$3 - x$	#	2	t	3	$6 - 2t$
24	2	1	$2 - x$	#	1	$3t$	3	3
25	3	2	$3 - x$	#	2	t	5	2
26	3	$3 + x$	1	#	3	t	4	$12 - 3t$
27	4	$4 + x$	3	#	2	$2t$	5	4
28	4	2	$4 - x$	#	2	$3t$	4	6
29	3	4	$3 - x$	#	3	$2t$	5	$15 - 3t$
30	1	$x^2 + 2$	3	#	1	2	3	$3 - t$

Вказівка. Перетворенням Фур'є або спектром сигналу $u(t)$ називають комплексно-значну функцію частоти w .

$$F(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \exp(-j\omega t) dt = |F(jw)| \exp(-j\phi(w)).$$

При цьому $|F(jw)| = F(w)$ називають амплітудно-частотним спектром сигналу $u(t)$, а $\phi(w)$ – фазочастотним спектром.

5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

5.1. Знайти загальні розв'язки диференціальних рівнянь першого порядку:
а) однорідного відносно x та y ; б) лінійного або Бернуллі.

№	а)	б)
1	2	3
01	$(2x^2 + xy)y' = xy + y^2$	$x^2y + xy = 1$
02	$(x + y)y' = x - y$	$y' + 2xy = x \exp(-x^2)$
03	$ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$	$y' + 2\frac{y}{x} = 2x^2y^{4/3}$
04	$xy' = y \left(1 + \ln \left(\frac{y}{x} \right) \right)$	$y' + 2y/x = 2\sqrt{y} / \cos^2 x$
05	$xy' + (x + y) = 0$	$y' - y/(x \ln x) = x \ln x$
06	$(x^2 - xy)y' + y^2 = 0$	$y' \sqrt{1 - x^2} + y = \arcsin x$
07	$xy' \cos(x/y) = y \cos(y/x) - x$	$y' \sin x - y \cos x = 1$
08	$y' = \exp(-y/x) + y/x$	$(1 + x^2)y' - y = \arctg x$
09	$xy' = y \ln \left(\frac{y}{x} \right)$	$xy' - 2y = -x^2$
10	$x dy = (y + \sqrt{x^2 + y^2}) dx$	$y' - \frac{y}{\sin x} = \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} \right)$
11	$xy' = y - 2\sqrt{xy}$	$y' + y \operatorname{tg} x = \sin 2x$
12	$(x^2 + y^2) dx = xy dy$	$y' \cos x + y = 1 + \sin x$
13	$yy' = 2y - x$	$(x - 1)y' - y = y^2$
14	$xy' = y \cos \ln \left(\frac{y}{x} \right)$	$y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x$
15	$y' = y/x + \operatorname{tg}(y/x)$	$(2x + 1)y' + y = x$
16	$(x^2 + y^2) dx = 2xy dy$	$xy' + y = y^2 x \ln x$
17	$xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$	$(1 + x^2)y' + xy = 1$
18	$x^2 y' = (2xy - y^2)$	$y' + xy = xy^3$
19	$(2x - y) dx + (x + y) dy = 0$	$(1 - x^2)y' - xy = xy^2$
20	$(x - y) y dx = x^2 dy$	$3y^2 y' + y^3 = x + 1$
21	$xy' + \exp \left(\frac{y}{x} \right) = 0$	$y' - \frac{y}{x} = -2x^2$
22	$y' = (x - y)/(x + y)$	$y' + y \cos x = \frac{(\sin 2x)}{2}$
23	$(x^2 - y^2)y' = 2xy$	$\frac{y' + y}{2x} = x^2$

1	2	3
24	$(x+2y)dx = xdy$	$xy' + y = -\ln x$
25	$2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$	$y' + 2xy = -2x^3$
26	$(y + \sqrt{xy})dx = xdy$	$(1-x^2)y' - xy = 1$
27	$ydx + (2\sqrt{xy} - y)dy = 0$	$y' - 3yx^2 = x^2$
28	$x^2y' = y(x+y)$	$xy' - 2xy = x+1$
29	$y' = (y/x) + \sin(y/x)$	$y' - xy/(1+x^2) = x$
30	$y' = (y/x) + \cos(y/x)$	$xy' - y = x^2 \ln x$

5.3. Знайти загальні розв'язки лінійних однорідних диференціальних рівнянь (ЛОДР) другого порядку зі сталими коефіцієнтами:

а) $y'' + ay' + by = 0$; б) $y'' + py' + qy = 0$; в) $y'' + ry' + sy = 0$.

№	а)		б)		в)		*	№	а)		б)		в)	
	a	b	p	q	r	s			a	b	p	q	r	s
01	7	10	2	1	-10	26	*	16	5	4	-30	225	-2	2
02	6	8	4	4	-10	29	*	17	6	5	-28	196	-2	5
03	7	12	6	9	-10	34	*	18	5	6	-26	169	-2	10
04	1	-2	8	16	-8	25	*	19	10	9	-24	144	4	5
05	2	-3	10	25	-8	20	*	20	-7	10	-22	121	4	8
06	3	-4	12	36	-8	17	*	21	-6	8	-18	81	4	13
07	1	-6	14	49	-6	8	*	22	-7	12	-20	100	6	10
08	1	-1	16	64	-6	13	*	23	-1	-2	-16	64	6	18
09	1	-20	20	100	-6	10	*	24	-2	-3	-14	49	6	13
10	2	-15	18	81	-4	13	*	25	-3	-4	-12	36	8	17
11	4	-5	22	121	-4	8	*	26	-1	-6	-10	25	8	20
12	4	-12	24	144	-4	5	*	27	-1	-12	-8	16	8	25
13	5	-14	26	169	2	10	*	28	-4	-5	-6	9	10	26
14	3	2	28	196	2	5	*	29	-3	2	-4	4	10	29
15	4	3	30	225	2	2	*	30	-4	3	-2	1	10	34

5.4. а) Знайти розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР) другого порядку зі сталими коефіцієнтами $y'' + py' + qy = (kx + c)\exp(ax)$, що задовольняє початковим умовам: $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

б) Знайти загальний розв'язок ЛНДР другого порядку:

$$y'' + ry' + sy = A \cos bx + B \sin bx$$

№	p	q	k	c	a	r	s	A	B	b
01	-3	2	-4	3	1	-2	0	2	1	1
02	-4	15/4	-2	1	-3/2	0	9	0	-18	3
03	-3	2	5	6	2	-1	0	3	0	2
04	-2	3/4	-5/2	3/2	1/2	-5	0	15	0	5
05	-5	6	2	-3	2	4	0	32	-8	2
06	-6	35/4	-2	1	5/2	-9	0	-9	18	3
07	5	6	1	2	-2	-1	0	6	10	1
08	4	15/4	1/2	-3/2	-5/2	-1	0	2	0	1
09	3	2	-4	-3	-1	-4	0	16	0	2
10	2	3/4	-7/2	5/2	-3/2	0	25	20	-10	5
11	-7	12	-3	2	3	-4	0	4	8	2
12	6	35/4	-6	5	-7/2	-16	0	64	-64	4
13	7	12	-1	0	-3	0	16	16	0	4
14	-1	1/4	3	1/2	1/2	4	0	0	16	4
15	-9	20	-3	-4	4	0	1	-6	2	1
16	-3	9/4	3	3/2	3/2	0	64	-16	16	8
17	9	20	2	3	-4	-3	0	2	0	3
18	-5	25/4	-3	5/2	5/2	-49	0	49	49	7
19	-2	1	1	1	1	2	0	2	0	2
20	-7	49/4	3	7/2	7/2	5	0	50	0	5
21	-4	4	1	2	2	0	36	-12	24	6
22	1	1/4	1	-1/2	-1/2	0	81	3	9	9
23	-6	9	-1	3	3	-25	0	25	25	5
24	3	9/4	4	-3/2	-3/2	-64	0	128	0	8
25	2	1	1	-1	-1	3	0	0	2	3
26	5	25/4	4	-5/2	-5/2	1	0	2	0	1
27	4	4	1	-2	-2	0	49	7	14	7
28	7	49/4	4	-7/2	-7/2	0	100	-30	20	10
29	6	9	3	-3	-3	-36	0	72	72	6
30	-9	81/4	3	9/2	9/2	-81	0	0	81	9

5.5. Методом варіації довільних сталих знайти загальний розв'язок ЛНДР:

$$y'' + py' + qy = F(x).$$

№	p	q	$F(x)$	*	№	p	q	$F(x)$
01	-2	1	$\exp(x)/x$	*	16	-3	2	$1/(3 + \exp(-x))$
02	3	2	$1/(1 + \exp(x))$	*	17	0	4	$2\operatorname{tg}x$
03	0	4	$8\operatorname{ctg}2x$	*	18	0	16	$1/\sin 4x$
04	-6	8	$4/(1 + \exp(-2x))$	*	19	0	18	$1/\cos 4x$
05	-9	18	$9/(1 + \exp(-3x))$	*	20	-2	0	$1/(1 + \exp(-2x))$
06	5	6	$1/(1 + \exp(x))$	*	21	0	1/4	$\operatorname{ctg}(x/2)$
07	0	1/9	$1/\cos(x/3)$	*	22	-3	2	$1/(2 + \exp(-x))$
08	-3	0	$1/(3 + \exp(-3x))$	*	23	3	2	$1/(2 + \exp(x))$
09	0	1	$4\operatorname{ctg}x$	*	24	0	4	$1/\sin 2x$
10	-6	8	$1/(2 + \exp(-2x))$	*	25	0	4	$1/\cos 2x$
11	6	8	$1/(2 + \exp(2x))$	*	26	1	0	$\exp x/(2 + \exp x)$
12	4	4	$(\exp(-2x)) \ln x$	*	27	0	1	$2\operatorname{ctg}x$
13	0	9	$\sec 3x$	*	28	-3	2	$1/(1 + \exp(-x))$
14	0	-1	$1/(1 + \exp(x))$	*	29	0	1	$\operatorname{cosec}x$
15	0	4	$4\operatorname{ctg}2x$	*	30	0	1	$\sec x$

5.6. Знайти загальний розв'язок системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Записати задану систему та її розв'язок в матричній формі

$$\begin{cases} x' = px + qy, \\ y' = rx + sy. \end{cases}$$

№	p	q	r	s	*	№	p	q	r	s
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
01	4	6	4	2	*	16	-5	8	3	-3
02	1	4	2	3	*	17	-7	5	4	-8
03	5	8	3	3	*	18	2	1	3	4
04	3	1	8	1	*	19	1	1	-2	3
05	4	1	8	2	*	20	1	-1	-4	1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
06	5	4	2	3	*	21	-2	4	6	-4
07	1	3	3	1		22	-3	2	4	-1
08	2	8	1	4	*	23	-4	1	8	-2
09	1	5	7	3	*	24	-3	7	5	-1
10	2	3	1	4	*	25	-4	1	3	2
11	3	1	5	-1	*	26	1	5	1	-3
12	6	3	-8	-5	*	27	-2	8	1	-4
13	-3	2	4	-5	*	28	-3	2	4	-5
14	3	-2	2	8	*	29	-1	8	1	-3
05	-4	6	4	-2	*	30	-3	3	8	-5

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов, том 1. – М.: Наука, 1978, 456 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов, том 2. – М.: Наука, 1978, 576 с.
3. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов п/р В.П. Демидовича. – М.; Наука, 1972, 472 с.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах, ч.1. – М.: ВШ, 1986, 304 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах, ч. 2. – М.: ВШ, 1986, 426 с.
6. Сборник задач по курсу высшей математики п/р Кручковича Г.И. – М.: ВШ, 1973, 576 с.
7. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 1961, 404 с.
8. Сборник задач по математике для ВТУЗов, ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа, п/р А.В. Ефимова, В.П. Демидовича. – М.: Наука, 1981, 404 с.
9. Сборник задач по математике для Втузов, ч. 2. Специальные разделы математического анализа, п/р А.В. Ефимова, В.П. Демидовича. – М.: Наука, 1981, 368 с.
10. Каплан А.И. Практические занятия по высшей математике, ч. 3 и ч. 4, Харьков, изд. ХГУ, 1971, 498 с.

З М І С Т

ВСТУП	3
1. НЕОЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ	8
2. ОЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ	14
3. ІНТЕГРАЛ ПО ОБЛАСТІ	19
4. РЯДИ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР`Є	22
5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ	27
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	32